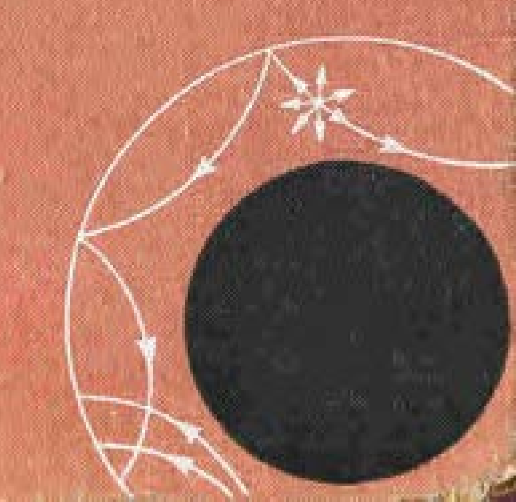
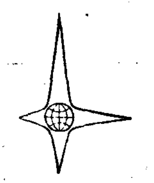
БУЛЛЕН К. Е.

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРЕТИЧЕСКУЮ СЕЙСМОЛОГИЮ





ИЗДАТЕЛЬСТВО
«МИР»

AN INTRODUCTION TO THE THEORY OF SEISMOLOGY

by

K. E. BULLEN
M. A., Sc. D., F.R.S.
Professor of Applied Mathematics
in the University of Sydney

THIRD EDITION

CAMBRIDGE
AT THE UNIVERSITY PRESS
1963

К. Е. БУЛЛЕН

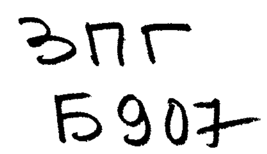
ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРЕТИЧЕСКУЮ СЕЙСМОЛОГИЮ

Перевод с английского
В. Н. ЖАРКОВА



ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР» ● МОСКВА 1966

УДК 550.34
2-9-5



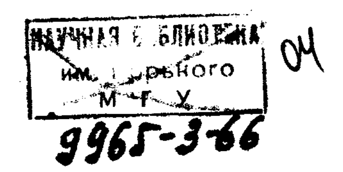

Книга виднейшего английского геофизика К. Е. Буллена, одного из создателей современных представлений о строении Земли, стала настольной книгой для всех специалистов, изучающих Землю.

Автор излагает основы теории упругости в применении к сейсмологии, рассматривает теорию упругих волн, распространяющихся в Земле, и анализирует результаты их наблюдения для исследования глубоких недр и поверхностных слоев.

В новое издание включены главы о собственных колебаниях Земли, эффектах подземных ядерных взрывов, внеземной сейсмологии.

Книга представит большой интерес для геофизиков и геологов — как студентов, так и специалистов. Она будет полезна также астрономам, изучающим планеты солнечной системы, а также военным специалистам.

Редакция по космическим исследованиям, астрономии и геофизике



К. Е. БУЛЛЕН

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРЕТИЧЕСКУЮ СЕЙСМОЛОГИЮ

Редактор *В. ПАНТАЕВА*

Художник *С. Бычков.* Художественный редактор *Н. Фильчагина*

Технический редактор *Н. А. Иовлева*

Корректор *Е. Г. Литвак*

Сдано в производство 22/II 1966 г. Подписано к печати 9/VI 1966 г. Бумага $84\times108^{1}/_{32}$=7,2 бум. л. 24,15 усл. печ. л. Уч-изд. л. 22,67. Изд. № 27/3269. Цена 1 р. 81 к. Зак. 133

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»

Москва, 1-й Рижский пер., 2

Московская типография № 16 Главполиграфпрома Комитета по печати при Совете Министров СССР

Москва, Трехпрудный пер., 9

ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Книга видного английского сейсмолога и геофизика К. Е. Буллена, работающего в Австралии, известна всем исследователям, которые хоть сколько-нибудь соприкасались с проблемами сейсмологии и внутреннего строения нашей планеты. Такая известность не случайна и обусловлена высокими научными и педагогическими качествами книги. Без преувеличения можно сказать, что из существующих книг по геофизике — это одна из лучших.

Первое издание книги вышло в 1947 г., второе — в 1953, в 1959 г. она была переиздана, и, наконец, в 1963 г. вышло существенно переработанное третье издание книги, перевод которого и предлагается читателю.

К. Е. Буллен — крупнейший представитель теоретической сейсмологии классического периода. Он изложил в своей книге классические принципы и их применение к проблемам внутреннего строения Земли. В книге сравнительно небольшого объема охвачен широкий круг вопросов, связанных с сейсмическими исследованиями. При этом автор весьма удачно изложил механико-математические основы, на которые опирается теоретическая сейсмология. Этого удалось достичь путем компактности и ясности изложения и удачного отбора материала.

Детально изложены сведения из теории идеальной и неидеальной упругости, рассмотрены вопросы изменения упругих параметров и плотности в недрах нашей планеты, описаны лучшие модели внутреннего строения Земли. Подробно описываются свойства объемных и поверхностных волн, определение скоростных разрезов Земли, а также новейшие гипотезы о строении земного ядра.

Из специальных тем, нашедших освещение в книге, следует особо отметить вопрос о построении таблиц времен пробега. Таблицы, построенные Джеффрисом и Булленом, являются тем фундаментом, на котором проводятся все современные сейсмологические исследования.

Отдельная глава посвящена собственным колебаниям Земли — новейшему и весьма перспективному направлению геофизики, развившемуся в последние годы.

В своей книге Буллен не ограничивается только земными проблемами. Так, в семнадцатой главе книги — «Внеземная сейсмология»— кратко рассмотрены задачи, которые возникли перед исследователями-сейсмологами в связи с полетами ракет к Луне, Марсу и Венере, а также перспективами мягкой посадки приборов на эти небесные тела.

Следует отметить, что книга Буллена написана с механико-математических позиций, и в ней практически отсутствует геолого-физический подход к проблеме возникновения землетрясения. Те читатели, которые пожелают ознакомиться с таким подходом, могут обратиться к книге Е. Ф. Саваренского и Д. П. Кирноса «Элементы сейсмологии и сейсмометрии», М., Гостехиздат, 1955, где также большое внимание уделено сейсмической аппаратуре.

Широкий круг вопросов, затронутых в книге, позволяет думать, что она будет весьма интересной и полезной не только для сейсмологов, но и для физиков и механиков, геофизиков и геологов, а также астрономов, интересующихся исследованием планет. В особенности ее хочется порекомендовать студентам-геофизикам и молодым исследователям, приступающим к самостоятельной работе.

В. Жарков

ПРЕДИСЛОВИЕ К ТРЕТЬЕМУ ИЗДАНИЮ

Эта книга возникла из курса лекций по прикладной математике, прочитанных в свое время в университетах Окленда, Мельбурна и Сиднея. В настоящем издании сохранена без заметных изменений первая, более математическая, часть книги. Зато вторая часть существенно переработана и в нее добавлено много нового материала.

Первые главы по существу посвящены изложению механики сплошных сред, включая такие вопросы, как прохождение волн при различных граничных условиях. Автор надеется, что изложение теории в гл. 2—8 будет представлять интерес для широкого круга студентов, специализирующихся как по физике и прикладной математике, так и по геофизике. Гл. 9—11 посвящены вопросам сбора и обработки инструментальных данных о землетрясениях. В остальных главах теория совместно с результатами наблюдений применяется для изучения ряда конкретных проблем.

Во втором издании (1953), если не считать пополнение списка литературы, книга содержала небольшие изменения по сравнению с первым изданием. В настоящем, третьем издании, в гл. 1, 2 и 4 сделаны небольшие, но существенные дополнения; часть материала в этих главах переработана. В гл. 7 некоторые разделы переписаны заново на основе последних работ автора по теории сейсмических лучей. Мы старались свести к минимуму те изменения, которые необходимо было внести в первые восемь глав, поскольку материал в этой части книги хорошо соответствовал общему курсу теории сейсмологии, читаемому в учебных заведениях. В гл. 9 и 10 добавлено несколько новых разделов. В гл. 11 включено описа-

ние новейших веяний в вопросе организации международной сейсмологической службы. Начиная с гл. 12, изменения по сравнению с предыдущими изданиями становятся значительными, в результате чего заметно увеличился объем книги. Бóльшая часть гл. 12, посвященная сейсмологии близких землетрясений, переписана заново и заметно расширена. В гл. 13 вопросы изменения с глубиной плотности и других физических параметров в глубоких недрах Земли, а также модели Земли A и B изложены значительно детальнее. Гл. 14, посвященная длиннопериодным колебаниям Земли, является полностью новой. Гл. 15 (гл. 14 предыдущих изданий) содержит много нового материала по условиям вблизи очага землетрясения и по другим вопросам, связанным с очагом. Гл. 16 и 17, посвященные сейсмологии ядерных взрывов и внеземной сейсмологии, новые. Другие новые проблемы включены в последнюю гл. 18.

Мне хотелось бы поблагодарить моего бывшего коллегу по Сиднею профессора Б. А. Болта за полезные замечания по ряду вопросов, а также мисс Лилиан Роббинс за большую помощь при подготовке рукописи к печати. Благодарю также сотрудников Издательства Кембриджского университета за их непрерывную большую помощь.

К. Е. Буллен

Сидней
Май 1963 г.

1

ВВЕДЕНИЕ

1.1. ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР

Наблюдения геологов ясно показывают нам, что Земля испытывает землетрясения по крайней мере в течение нескольких сот миллионов лет.

Первые в истории записи содержат упоминания о таких древнейших землетрясениях, которые происходили даже в 1800 г. до н. э. Древние авторы объясняли землетрясения действием сверхъестественных сил. Один из авторов на страницах журнала «Philosophic Transactions of the Royal Society of London» в 1750 г. выступил в защиту тех, «кому вменялась в вину попытка дать естественное объяснение землетрясениям».

Однако стоит заметить, что уже Аристотель классифицировал землетрясения на шесть типов в соответствии с природой наблюдаемых движений почвы: например, землетрясения, вызывающие перемещения почвы вверх; землетрясения, вызывающие перемещения почвы из стороны в сторону, и т. д. Далее, в 132 г. н. э. китайский ученый Чан Хен изобрел прибор для определения направления первого главного импульса, вызываемого землетрясением. Известно, что с помощью этого прибора удалось обнаружить несколько неощутимых землетрясений, и Чан Хен официально считается первым наблюдателем и исследователем землетрясений.

Полезные для научных обобщений наблюдения землетрясений начали накапливаться примерно с середины XVIII века. В 1760 г. Мичелл опубликовал в Англии

замечательный мемуар о землетрясениях, в котором обнаружил некоторое понимание связи землетрясений с волновым движением в Земле. Большинство работ по изучению землетрясений в конце XVIII и начале XIX веков посвящалось оценкам геологических эффектов землетрясений и воздействии землетрясений на сооружения. Например, было замечено, что землетрясения причиняют значительно больший ущерб зданиям, построенным на мягком грунте, чем на твердом. С начала XIX столетия начал регулярно публиковаться список землетрясений, а в 1840 г. фон Гофф опубликовал каталог землетрясений для всего земного шара.

Основы инструментальной сейсмологии были заложены примерно в середине XIX века, когда Малле предложил организовать сеть обсерваторий и разместить их по всей земной поверхности и Пальмиери в Италии изобрел сейсмограф, способный регистрировать далекие землетрясения и некоторые параметры последующих локальных движений земной поверхности. История сейсмологии этого периода включает имена Неггерата и Шмидта (Германия), которые ввели в употребление линии изосейст для определения эпицентра землетрясения и кажущуюся скорость распространения возмущений; Перри и Монтессю де Баллора (Франция), которые собрали записи известных землетрясений; де Росси (Италия) и Фореля (Швейцария), которые совместно разработали шкалу интенсивностей (шкала Росси — Фореля), первую хорошо известную шкалу для оценки поверхностных эффектов землетрясений и определения изосейст.

Существенный шаг вперед был сделан в 1892 г. Милном в Японии (и его сотрудниками Коттом, Юингом и Греем). Милн разработал сейсмограф, который был достаточно компактен и прост в обращении, что дало возможность установить и использовать его во многих частях света. С этого времени начинается сбор и накопление точных инструментальных данных о землетрясениях, и сейсмология начинает превращаться из качественной в количественную дисциплину.

Тем временем независимо были сделаны большие успехи на математическом «фронте». В XIX столетии многие специалисты по прикладной математике занима-

лись изучением волнового движения, и были разработаны математические теории, имеющие отношение к сейсмологии. Уже в 1828 г. Коши и Пуассон получили уравнения движения для идеально упругих твердых тел, и тогда же Пуассон показал, что в этих телах могут распространяться два типа объемных волн (в сейсмологии обозначаемых как P- и S-волны) с различными скоростями. Стокс показал, что P- и S-волны представляют собой соответственно продольные и поперечные волны, причем в P-волнах дивергенция смещения не равна нулю, а в S-волнах ротор смещения не равен нулю. Грин изучал преломление и отражение упругих волн на границе двух сред. Затем последовали работы Кирхгофа, Кельвина и Релея, включая теорию поверхностных волн Релея, распространяющихся вдоль границы однородного плоского полупространства.

Спустя примерно 70 лет после того, как была сформулирована математическая теория P- и S-волн, Олдгему удалось отождествить на записях сейсмографов — сейсмограммах — три основных типа сейсмических волн: P, S и поверхностные волны. Это произошло в самом конце XIX века — в 1897 г.

В 1904 г. Лэмб приступил к решению задачи о возбуждении поверхностных волн. Ляв в фундаментальной работе, получившей премию Адамса за 1911 г., объяснил наличие на сейсмограммах волн, не описываемых теорией Релея, а также детально разработал теорию колебаний сжимаемой гравитирующей сферы масштабов нашей планеты [1]).

1.2. РАЗВИТИЕ СЕЙСМОЛОГИИ ПОСЛЕ 1911 г.

Период с 1911 по 1940 гг. характеризуется широким применением данных сейсмологии к проблемам внутреннего строения Земли. Этот период начинается с неясных идей о существовании в центре Земли расплавленного

---

[1]) Изучение землетрясений в XIX веке проводилось также и в России. Так, И. В. Мушкетов и А. П. Орлов в 1893 г. издали «Каталог землетрясений Российской империи». — *Прим. перев.*

ядра. В конце же периода был решен, с хорошим приближением, вопрос о распределении плотности, давления, сжимаемости, жесткости и ускорения силы тяжести практически для всех областей недр Земли.

В области инструментальной сейсмологии в это время также произошли существенные сдвиги. Омори и Вихерт создали новые типы сейсмографов. Выдающийся вклад в сейсмологию был сделан Голицыным, который разработал сейсмограф с гальванометрической регистрацией. В конце периода построил свои первоклассные приборы Беньофф.

В это время возрастает значение бюллетеня «Международная сейсмологическая сводка» (МСС) и развивается международное сотрудничество в значительно большей степени, чем в какой-либо другой области науки. Заметный прогресс произошел в составлении таблиц времен пробега. Здесь развитие происходило от весьма грубых приближений к таблицам Цёппритца—Тернера и, наконец в 1940 г. к таблицам Джеффриса — Буллена и Гутенберга—Рихтера, в которых первоначальные ошибки порядка минут были уменьшены до нескольких секунд.

Герглотц и др. разработали методы, позволяющие получать распределение скоростей P- и S-волн в недрах Земли по данным о временах пробега. Распределение скоростей P- и S-волн в свою очередь дает информацию о распределении отношений модуля сжатия к плотности и модуля сдвига к плотности в недрах Земли.

В 1914 г. Гутенберг опубликовал весьма точные данные по определению глубины границы земного ядра. Эти давно полученные результаты и по сей день имеют для геофизики выдающееся значение.

Примерно в это же время сейсмологией начал интересоваться Джеффрис, который привнес в эту область свои блестящие знания математических и статистических методов, а также свои обширные познания в области проблем геодинамики. Забота Джеффриса о последовательном применении строго научных методов и статистического подхода, где это требуется, явилась одной из главных причин, благодаря которым результаты сейсмологии в настоящее время характеризуются высокой степенью точности. Об исключительно крупном вкладе

Джеффриса в сейсмологию можно будет составить себе представление и по настоящей книге.

В 1936 г. Леман привела первые доказательства в пользу того, что в Земле существует внутреннее ядро.

В 1940 г. стало возможным классифицировать недра Земли по глубине на ряд областей, которые разбивают на соответствующие зоны всю планету от поверхности до центра. Эти зоны обозначены буквами A, B, C, D', D'', E, F и G (см. разд. 13.1.4). В это же время была разработана модель Земли, которая в литературе называется моделью А Буллена.

Началось активное изучение внешних слоев Земли с помощью анализа записей близких землетрясений, поверхностных волн и позднее с помощью методов взрывной сейсмологии. Начиная с работы А. Мохоровичича в 1909 г., было проведено большое количество исследований, в результате которых удалось надежно установить полную толщину слоев вплоть до границы, носящей его имя. Было получено много данных о скоростях P- и S-волн в этих слоях и, кроме того, надежно установлено, что толщина земной коры [1]) под океанами значительно меньше, чем под континентами.

С другой стороны, Бриджмен, Адамс, Вильямсон и Берч в США проводили экспериментальные и теоретические исследования поведения вещества при давлениях и температурах порядка тех, которые преобладают в верхней части оболочки Земли. Этот период характеризуется также многими другими важными работами как теоретическими, так и экспериментальными, выполненными в разных странах, в особенности в Японии.

1.2.1. Период после 1940 г.

После второй мировой войны сейсмологические исследования сильно расширились. Возникли крупные новые школы, например Ламонтская и Московская школы, которые выросли до всемирно известных учреждений, и полный объем получаемой геофизической информации резко

---

[1]) Толща пород до границы М (границы Мохоровичича).— *Прим. перев.*

возрос. Благодаря Международному геофизическому году было создано много новых первоклассных сейсмологических обсерваторий.

Наиболее важным достижением, которое следовало бы отметить, явилось значительное расширение спектра регистрируемых сейсмических волн. С одной стороны, с помощью методов сейсмической разведки могут быть зарегистрированы периоды в движении почвы порядка 0,001 *сек.* С другой стороны, новые приборы делают возможным регистрацию поверхностных волн с периодами, не только достигающими 10 *мин*, но и собственных колебаний всей Земли в целом с периодами, превышающими один час. Следовательно, в настоящее время удалось перекрыть пробел в регистрации спектра колебаний, находившийся между периодами поверхностных волн (1—2 *мин*) и периодами приливных колебаний (порядка часов).

Большое развитие получили сейсмические методы, использующие волны от искусственных взрывов. Для изучения глубинных недр Земли стали использовать ядерные взрывы. Сделаны первые практические шаги по разработке планетной сейсмологии.

1.3. ПОСТРОЕНИЕ КНИГИ

Уже в разд. 1.1 мы указывали, что основной особенностью землетрясения как явления служат сопровождающие его упругие волны, проходящие через Землю. Следовательно, прежде чем переходить к детальному изучению сейсмологии, необходимо иметь некоторые предварительные сведения из механики сплошной среды, какой является Земля, и теории волновых движений. В соответствии с этим две последующие главы (гл. 2 и 3) посвящены математической теории упругости и теории колебаний и волн. В обеих этих главах мы стремились изложить достаточно сжато основные результаты, имеющие отношение к общим проблемам сейсмологии. Для краткости изложения использованы декартовы тензоры и правила суммирования, и тем не менее от читателя не требуется предварительного знания тензорного анализа.

В последующих пяти главах (гл. 4—8) теория волн применяется к вопросам волновых движений в упругом теле. Рассмотренные проблемы имеют прямое отношение к сейсмологии, однако бо́льшая часть теории, содержащейся в книге вплоть до гл. 8, имеет общий характер и представляет интерес для лиц, специализирующихся в теоретической физике. В этих главах излагается теория продольных и поперечных волн, включая теорию отражения и преломления волн с соответствующим рассмотрением энергетических соотношений, и введение в теорию поверхностных волн, включая теорию волн Релея и Лява.

Гл. 9—11 имеют более частный характер и содержат выводы результатов, предназначенных специально для сейсмологии. В гл. 9 обсуждаются основные принципы устройства сейсмографов, в гл. 10 описываются методы обработки инструментальных данных и в гл. 11 дается краткое описание организации работы сейсмологических обсерваторий.

В гл. 12 и 13 говорится о том, как сейсмические данные могут использоваться для определения свойств земных недр. В гл. 12 данные как по объемным, так и по поверхностным волнам используются для изучения структуры земной коры; при этом упоминаются лабораторные исследования горных пород при высоких давлениях и температурах. В гл. 13 излагаются результаты о распределениях скоростей P- и S-волн в недрах Земли глубже земной коры. Они представляют основу для последующего деления земных недр на восемь зон, отмеченных в разд. 1.2. Изменение с глубиной плотности, давления, упругих модулей, ускорения силы тяжести и в некоторой степени состава рассматривается в связи с сейсмическими данными. Обсуждаются свойства Земли по моделям A и B.

Гл. 14 посвящена теории собственных колебаний Земли и экспериментальным результатам наблюдения собственных колебаний, полученным в последнее время.

В гл. 15 обсуждаются условия, существующие в очаге землетрясения. Эти вопросы по необходимости занимают последнее место в выводах, которые делаются на основе сейсмических данных, так как начальное возмущение в очаге землетрясения больше удалено по времени от прибора, производящего запись, чем последующие движе-

ния почвы. Обсуждаются также связанные с этой темой вопросы, такие, как количество энергии, выделяемой при землетрясении, географическое распределение очагов землетрясений, возникновение афтершоков и т. д.

Гл. 16 и 17 вводят в две новые проблемы, получившие развитие в последнее время,— сейсмологию ядерного взрыва и сейсмологию планет.

В заключительной гл. 18 рассматривается ряд вопросов, лежащих на границе теоретической сейсмологии: крупномасштабные, или «макроскопические», эффекты землетрясений; цунами; малые движения почвы, или «микросейсмы», не обусловленные землетрясениями обычных типов; проблема построения сооружений, устойчивых при землетрясениях; сейсморазведка и определение толщины ледяного покрова; некоторые специальные вопросы, такие, как модельная сейсмология и проблема донного сейсмографа.

2

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Теория упругости имеет дело с деформациями, которые испытывает сплошное твердое тело под действием напряжений. В данной главе теория развивается настолько, насколько это необходимо для изложения основных вопросов теории сейсмологии. Будем предполагать, что среда построена из частиц, достаточно плотно упакованных, так что различные функции координат, которые встретятся в этой главе, можно считать непрерывными и дифференцируемыми.

2.1. АНАЛИЗ НАПРЯЖЕНИЙ

Пусть P обозначает произвольную частицу внутри данного тела. Проведем через P в любой заданный момент времени в произвольном направлении единичный вектор $\mathbf{v}$. Обозначим, далее, через δS элемент площади, расположенный внутри тела, содержащий точку P и перпендикулярный вектору $\mathbf{v}$. Рассмотрим теперь силы, которые действуют через площадку δS между двумя малыми частями тела, разделенными этой площадкой. В частности, рассмотрим действие сил на ту часть объема тела, для которой $\mathbf{v}$ является внешней нормалью. Согласно теоремам статики эти силы могут быть заменены одной силой, приложенной в точке P, и некоторой парой сил. Эта одна сила называется *натяжением*, действующим на площадку δS. *Напряжение* в точке P, соответствующее направлению $\mathbf{v}$, определяется как предел отно-

шения натяжения, действующего на δS, к площади δS, когда последняя стремится к нулю. В обычных задачах этот предел приводит к конечным величинам, и только эта предельная сила является существенной, в то время как пара сил не играет какой-либо роли и ею можно пренебречь.

2.1.1. Тензор напряжений

В общем случае напряжение в точке P изменяется при поворотах вектора нормали ν и не совпадает с этим вектором. Покажем теперь, что напряжение в точке P, лежащей на малой плоской площадке, может быть выражено через девять компонент.

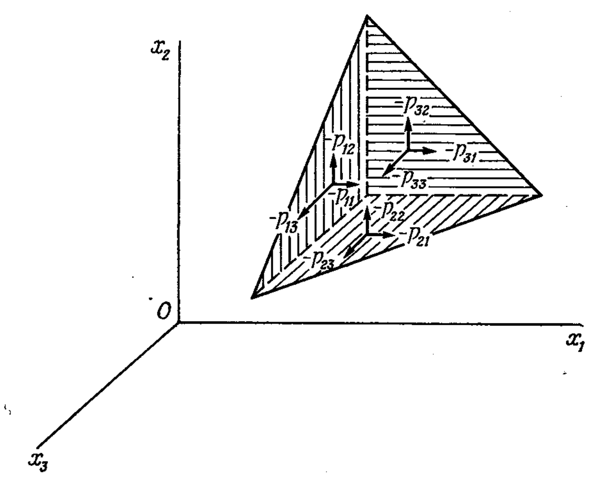


Рис. 1.

Выберем две ортогональные системы осей, которые обозначим 1, 2, 3 и 1′, 2′, 3′ соответственно. Компоненты произвольного вектора, параллельные осям первой системы координат, назовем 1-, 2- и 3-компонентами и аналогичные названия примем для второй координатной системы. Рассмотрим часть среды внутри малого тетраэдра, заключающего точку P (рис. 1), причем внутренние нормали к трем его граням параллельны осям 1, 2, 3 соответственно, а внешняя нормаль к четвертой грани параллельна

оси 1′. Обозначим площади соответствующих четырех граней тетраэдра через δS_1, δS_2, δS_3 и $\delta S_{1'}$. 2-компоненту напряжения, действующего на грань, нормальную к оси 1, обозначим p_{12} и аналогичные обозначения введем для остальных случаев. Пусть косинус угла между осями 1 и 2′ будет $a_{12'}$ и т. д.

Часть среды, ограниченная тетраэдром, находится в равновесии под действием объемных сил (таких, как сила тяжести), натяжений, действующих на грани тетраэдра, и сил инерции, взятых с обратным знаком. На рис. 1 показаны напряжения, действующие на три из четырех граней, ограничивающих рассматриваемую часть среды. Возьмем составляющую, параллельную оси 2′. Все силы, за исключением тех, которые действуют на грани тетраэдра, пропорциональны его объему. Следовательно, если l — линейный размер тетраэдра, то мы имеем

$$\begin{aligned} p_{1'2'}\delta S_{1'} - p_{11}\delta S_1 a_{12'} - p_{12}\delta S_1 a_{22'} - p_{13}\delta S_1 a_{32'} - \\ - p_{21}\delta S_2 a_{12'} - p_{22}\delta S_2 a_{22'} - p_{23}\delta S_2 a_{32'} - \\ - p_{31}\delta S_3 a_{12'} - p_{32}\delta S_3 a_{22'} - p_{33}\delta S_3 a_{32'} = O(l^3) \end{aligned}$$

Деля все члены на $\delta S_{1'}$ и полагая $l \to 0$, получим

$$\begin{aligned} p_{1'2'} &= p_{11}a_{11'}a_{12'} + p_{12}a_{11'}a_{22'} + p_{13}a_{11'}a_{32'} + \\ &+ p_{21}a_{21'}a_{12'} + p_{22}a_{21'}a_{22'} + p_{23}a_{21'}a_{32'} + \\ &+ p_{31}a_{31'}a_{12'} + p_{32}a_{31'}a_{22'} + p_{33}a_{31'}a_{32'} = \\ &= \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} a_{i1'}a_{j2'}p_{ij}. \end{aligned}$$

Совершенно очевидно, что аналогичный результат получится для любой l'-компоненты напряжения, действующего на малую площадку, перпендикулярную k'-оси, где k и l могут принимать значения 1, 2 или 3. Далее удобно ввести *правило суммирования*, которое заключается в следующем. Если два одинаковых тензорных индекса встречаются в одном члене, то им следует придать по очереди значения 1, 2 и 3, а полученные результаты сложить. Это правило будет систематически использоваться в дальнейшем. (Читателю, которому будет трудно воспользоваться помощью этого «демона сложения», советуем выписать несколько последующих уравнений в полном

виде.) Таким образом, полная система соотношений может быть записана в виде

$$p_{k'l'} = a_{ik'} a_{jl'} p_{ij}. \qquad (1)$$

Читатель может заметить, что индексы i, j в правой части формулы (1) являются немыми, и каждый из них может быть заменен на любой другой еще не использованный индекс. (При пользовании правилом суммирования мы должны помнить, что один и тот же индекс не должен появляться более чем два раза в каждом из рассматриваемых членов.)

Таким образом, появляются девять компонент p_{ij} (для произвольной точки и произвольного момента времени), которыми может быть полностью определено напряжение, действующее на произвольной малой плоской площадке, содержащей рассматриваемую точку. Таблица величин p_{ij}, которые преобразуются по закону, даваемому формулой (1), называется *декартовым тензором второго ранга.* Он является простым обобщением тензора первого ранга, или *вектора* v_i (где $i = 1, 2, 3$), который имеет три компоненты и подчиняется закону преобразования вида

$$v_{k'} = a_{ik'} v_i. \qquad (2)$$

Тензор нулевого ранга, или *скаляр*, полностью определяется одной компонентой, значение которой остается неизменным при преобразовании осей координат. Набор девяти величин p_{ij} и составляет *тензор напряжений* в точке P.

2.1.2. Симметрия тензора напряжений

Рассмотрим теперь среду, заключенную в малом параллелепипеде, три ребра которого PA, PB, PC проходят через точку P параллельно осям 1, 2, 3 и длины которых равны δx_1, δx_2, δx_3. На рис. 2 показаны напряжения на паре граней, перпендикулярных оси Ox_2. Результирующий момент натяжений относительно оси PC (пренебрегая членами высшего порядка), как это легко установить из рассмотрения рисунка, будет $-p_{21}\delta x_1 \delta x_3 \delta x_2$. Результирующий момент относительно PC натяжений, действующих на пару граней, перпендикулярных оси Ox_1,

будет $+p_{12}\delta x_2 \delta x_3 \delta x_1$. Результирующий момент относительно PC всех остальных сил (включая объемные силы и взятые с обратным знаком силы инерции), как можно

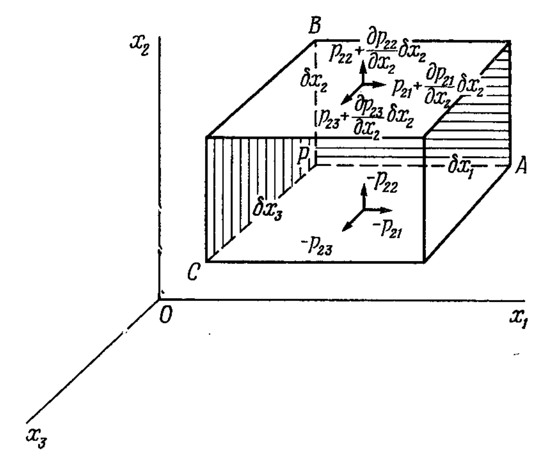


Рис. 2.

видеть, будет величиной высшего порядка малости. Отсюда следует, что $p_{12} = p_{21}$. Аналогично $p_{23} = p_{32}$ и $p_{31} = p_{13}$. Следовательно, для всех i, j

$$p_{ij} = p_{ji}. \tag{3}$$

Таким образом, тензор напряжений является симметричным тензором, и только шесть из его компонент являются независимыми.

Компоненты p_{ij} (с $i \neq j$) называются *сдвиговыми компонентами тензора напряжений*. Это название основано на соотношениях типа (31), которые будут выведены дальше.

2.1.3. Использование δ-символа Кронекера

В последующих выводах иногда будет удобно использовать специальный тензор второго ранга δ_{ij}. δ — *символ Кронекера*, который определяется следующей таблицей:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

т. е. $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$ и $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$. Можно показать, что этот набор величин δ_{ij} сохраняет свой вид при преобразовании системы осей координат. (В этой главе мы используем только декартовы системы координат.)

Набор направляющих косинусов a_{ij}, где a_{12} — косинус угла между 1-й и 2-й осями и т. д., образует тензор δ_{ij}. Отметим также *свойство подстановки*, которым обладает δ_{ij}, а именно

$$\delta_{ij}T_i = T_j, \tag{4}$$

где T_i обозначает тензор любого ранга, среди индексов которого имеется индекс i. Это свойство легко проверить, придавая j в (4) значения 1, 2, 3.

Если в (1) мы заменим индекс l' на l, то мы не нарушим это уравнение (это будет соответствовать выделению составляющей, параллельной, скажем, оси 2 вместо 2′, как это было в разд. 2.1.1). Таким образом, $p_{k'l} = a_{ik'} \times a_{jl}p_{ij} = a_{ik'}\delta_{jl}p_{ij}$. Используя (4) и заменяя затем l на j, мы получим $p_{k'j} = a_{ik'}p_{ij}$. Этот результат можно записать в виде

$$p_j(\nu) = \nu_i p_{ij}. \tag{5}$$

Это дает напряжение $p_j(\nu)$ в точке P, соответствующее направлению ν_i и выраженное через компоненты вектора ν_i и тензора напряжений p_{ij}. Натяжение, действующее на малый элемент площади δS, нормаль которого ν_i, равно $p_j(\nu)\,\delta S$, или $\nu_i p_{ij}\,\delta S$. Соотношение (5), конечно, может быть выведено и непосредственно, без использования формулы (1). Но приведенный вывод полезен в том отношении, что он иллюстрирует связь между (1) и (5), а также представляет простое упражнение на использование единичного тензора δ_{ij}.

2.1.4. Квадратичные формы тензора напряжений

Пусть y_i — текущие координаты произвольной точки на (центральной) поверхности 2-го порядка

$$p_{11}y_1^2 + p_{22}y_2^2 + p_{33}y_3^2 + 2p_{23}y_2y_3 + 2p_{31}y_3y_1 + 2p_{12}y_1y_2 = \text{const}$$

в системе координат с центром в точке P и осями, параллельными осям 1, 2 и 3. С помощью правила суммирова-

ния и формулы (3) это можно переписать в виде

$$p_{ij}y_iy_j = \text{const}. \tag{6}$$

Обозначим через $y_{i'}$ текущие координаты для случая, когда оси (также с началом в точке P) параллельны осям $1'$, $2'$ и $3'$. Тогда согласно (2)

$$y_i = a_{ik'}y_{k'} \tag{7}$$

и уравнение для квадратичной формы принимает вид

$$p_{ij}a_{ik'}y_{k'}a_{jl'}y_{l'} = \text{const},$$

а с помощью (1) сводится к виду

$$p_{k'l'}y_{k'}y_{l'} = \text{const}. \tag{8}$$

Квадратичная форма (6) называется *квадратичной формой тензора напряжений* в точке P. Согласно (8), коэффициенты в этом уравнении, отнесенные к произвольной ортогональной системе координат с началом в точке P, дают компоненты напряжений, действующих на малых плоских площадках, проведенных через точку P перпендикулярно этим осям. Из теории квадратичных форм следует, что в любой точке среды существуют три взаимно перпендикулярные плоскости, напряжения на которых по направлению совпадают с направлениями нормалей к этим плоскостям. Если известны величины этих трех напряжений, называемых *главными напряжениями* в точке P, и направления соответствующих осей, называемых *главными осями напряжений* в точке P, то этого достаточно для определения всего тензора напряжений в точке P.

2.1.5. Уравнения движения

Пусть x_i обозначают координаты точки P в фиксированной декартовой системе координат в любой заданный момент времени t, а f_i — ускорение частицы среды, расположенной в точке P. Рассмотрим снова элемент среды, заключенный в параллелепипеде, показанном на рис. 2. Обозначим через X_i компоненты объемной силы, действующей на этот элемент и отнесенные к единице массы.

Составляющая, параллельная оси 3, результирующего натяжения, действующего на две грани, перпендикулярные оси 2 (с точностью до величин высшего порядка

малости), равна

$$-p_{23}\delta x_1\delta x_3+\left(p_{23}+\frac{\partial p_{23}}{\partial x_2}\delta x_2\right)\delta x_1\delta x_3,$$

т. е.

$$\frac{\partial p_{23}}{\partial x_2}\delta x_1\delta x_2\delta x_3.$$

Следовательно, 3-компонента результирующей силы натяжения, действующей на все шесть граней, может быть записана в виде

$$\frac{\partial p_{j3}}{\partial x_j}\delta x_1\delta x_2\delta x_3.$$

Таким образом, соответствующее уравнение движения после деления на $\delta x_1\delta x_2\delta x_3$ принимает вид

$$\varrho f_3=\frac{\partial p_{j3}}{\partial x_j}+\varrho X_3,$$

где ϱ — плотность в точке x_i в момент t. Используя (3), мы можем все три уравнения движения представить в виде

$$\varrho f_i=\frac{\partial p_{ij}}{\partial x_j}+\varrho X_i \quad (i=1,\ 2,\ 3). \tag{9}$$

2.2. АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИЙ

Рассмотрим снова тот же элемент тела и выберем оси, как это было сделано в разд. 2.1.5. Предположим, что в рассматриваемый момент тело испытало изменение своей конфигурации так, что смещение типичной частицы P, расположенной теперь в точке x_i, равно u_i. Примем, что эти смещения отсчитываются от стандартной теоретической конфигурации, при которой объемные силы и напряжения равны нулю во всех точках.

Обозначим буквой Q частицу, расположенную в соседней точке x_i+y_i, где y_i — бесконечно малая величина. Тогда ее смещение будет (с достаточной для наших целей точностью)

$$u_i+\frac{\partial u_i}{\partial x_j}y_j, \tag{10}$$

т. е.

$$u_i-\xi_{ij}y_j+e_{ij}y_j, \tag{11}$$

где

$$\xi_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i}-\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right), \quad (12)$$

$$e_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i}+\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right). \quad (13)$$

В обычных задачах теории упругости относительные смещения частиц тела таковы, что компоненты $\partial u_i/\partial x_j$ достаточно малы, поэтому при наличии линейных членов квадратичными можно пренебречь. Теория, развиваемая на основе этого предположения, называется *линейной теорией упругости*. Она будет применяться везде в дальнейшем, исключая особо оговоренные места (как в разд. 2.6).

Каждое из трех слагаемых в (11) является векторной величиной в то время как ξ_{ij}, e_{ij} — тензоры второго ранга. Эти результаты могут быть проверены с помощью преобразования осей координат; при этом оказывается, что выполняются законы преобразования векторных (2) и тензорных (1) величин. Далее, придавая индексам i, j конкретные значения, можно убедиться, что тензор ξ_{ij} антисимметричен (т. е. $\xi_{ij} = -\xi_{ji}$; таким образом, при $i=j$ $\xi_{ij}=0$) и характеризуется лишь тремя независимыми компонентами, а тензор e_{ij} симметричен и характеризуется шестью независимыми компонентами.

Мы оставляем читателю в качестве упражнения показать, что если α_{ij} и β_{ij} обозначают соответственно симметричный и антисимметричный тензоры, то $\alpha_{ij}\beta_{ij}=0$. В дальнейшем это свойство тензоров будет использовано неоднократно.

Выясним теперь физический смысл каждого из трех членов, входящих в (11). Первый член u_i равен смещению точки P и, таким образом, соответствует чистой трансляции (части вещества вблизи точки P) без вращения и деформации. Второй член $-\xi_{ij}y_j$, как это будет показано, соответствует чистому вращению без трансляции или деформации, а третий член $e_{ij}y_j$ — чистой деформации. В разд. 2.2.1, 2.2.2 и 2.2.3 всякий раз, когда мы будем использовать систему координат y_i, будем помещать начало координат в точку P.

2.2.1. Тензор вращения

Вклад в смещение (11) от элементов ξ_{23} и ξ_{32} тензора (12) приводит к составляющим $(0, -\xi_{23}y_3, \xi_{23}y_2)$. Соответствующее изменение в квадрате расстояния между точками P и Q будет

$$y_1^2+y_2^2+y_3^2-[y_1^2+(y_2+\xi_{23}y_3)^2+(y_3-\xi_{23}y_2)^2]. \qquad (14)$$

Эта величина равна нулю с точностью до членов первого порядка по ξ_{23}. Однако плоскость, содержащая отрезок PQ и ось 1, должна повернуться относительно этой оси на угол

$$\operatorname{arctg}\frac{y_3}{y_2}-\operatorname{arctg}\left(\frac{y_3-\xi_{23}y_2}{y_2+\xi_{23}y_3}\right), \qquad (15)$$

т. е.

$$\operatorname{arctg} q-\operatorname{arctg}\left(\frac{q-\xi_{23}}{1+q\xi_{23}}\right),$$

где

$$q=\frac{y_3}{y_2}, \quad \text{т. е.} \quad \operatorname{arctg}\xi_{23}.$$

Этот угол не зависит от координат y_i, дающих положение точки Q относительно P, и с достаточной точностью равен ξ_{23}. Таким образом, пара элементов ξ_{23} и ξ_{32} связана (локально) с чистым вращением (как абсолютно твердого тела) относительно оси 1; аналогичное положение имеет место и для не равных нулю двух других пар элементов тензора ξ_{ij}. Следовательно, полный тензор ξ_{ij} соответствует малым чистым вращениям относительно некоторых осей, проходящих через P, и называется *тензором вращения* в точке P. Иначе вращение можно описать вектором с компонентами $(\xi_{23}, \xi_{31}, \xi_{12})$; удваивая эти компоненты

$$\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2}-\frac{\partial u_2}{\partial x_3}, \quad \frac{\partial u_1}{\partial x_3}-\frac{\partial u_3}{\partial x_1}, \quad \frac{\partial u_2}{\partial x_1}-\frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right),$$

получим вектор, называемый *ротором* вектора u_i. Мы будем обозначать этот вектор как $\operatorname{rot} u_i$.

2.2.2. Тензор деформаций

Покажем теперь, что компоненты тензора e_{ij}, определяемые формулой (13), связаны с некоторыми внутренними деформациями среды. Соответственно e_{ij} называется *тензором деформации* в точке P.

Вклад от элемента e_{11} в полное смещение (11) приводит к составляющим $(e_{11}y_1, 0, 0)$. Совершенно ясно, что это составляет деформацию, при которой все малые отрезки, параллельные оси 1, должны увеличить свои длины на малую долю e_{11}. Такая деформация называется *удлинением*. Таким образом, элементы e_{11}, e_{22}, e_{33} дают три взаимно перпендикулярных удлинения, параллельных осям 1, 2, 3 соответственно.

Вклад в (11), обусловленный парой элементов e_{23} и e_{32}, имеет составляющие $(0, e_{23}y_3, e_{23}y_2)$. Образуя выражение, аналогичное тому, которое дает формула (14), мы найдем, что соответствующее возрастание квадрата расстояния PQ с достаточной точностью должно быть равно

$$4e_{23}y_2y_3. \tag{16а}$$

Эта величина дает также увеличение квадрата расстояния PQ_1, где Q_1 — проекция точки Q на плоскость 2—3, проходящую через P. Пропорциональное увеличение PQ_1 будет

$$2e_{23}\sin 2\alpha, \tag{16б}$$

где α — угол между осью 2 и PQ_1 (рис. 3). Образуя выражение, аналогичное (15), мы найдем далее, что линия PQ_1 должна повернуться относительно оси 1 на угол

$$\frac{e_{23}(y_2^2-y_3^2)}{y_2^2+y_3^2}, \quad \text{т. е.} \quad e_{23}\cos 2\alpha. \tag{17}$$

Как (16), так и (17) изменяются с изменением α. Следовательно, элементы e_{23}, e_{32} соответствуют новому типу деформации в окрестности точки P.

Из (16) и (17) мы можем вывести ряд свойств этого второго типа деформаций. Для этого предположим, что Q совпадает с частицами R, S, которые первоначально находятся соответственно на осях 2 и 3 (проходящих через точку P). Тогда из формулы (17) следует, что в процессе деформации линия PR должна повернуться на (малый) угол e_{23}, а PS — на $-e_{23}$; таким образом, угол RPS (первоначально в точности прямой) должен уменьшиться на малую величину $2e_{23}$ (рис. 4). При этом длины отрезков PR, PS, согласно (16), не изменяются. (Эти положения соответствуют хорошо известному элементарному

эксперименту, при котором призма первоначально прямоугольного сечения деформируется без изменения длин своих сторон в призму с сечением в форме параллелограмма.) Деформации, которые обладают только что описанными свойствами, называются *сдвиговыми*, а угол $2e_{23}$ — *углом сдвига*. Аналогичные результаты справедливы и для элементов e_{31}, e_{13} и e_{12}, e_{21} тензора деформаций.

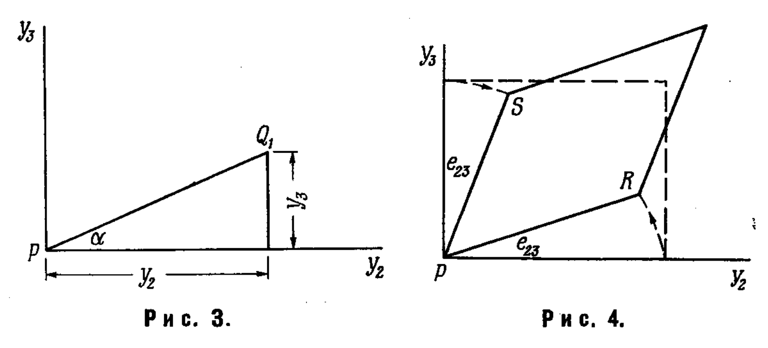


Рис. 3. Рис. 4.

Они называются сдвиговыми компонентами тензора деформаций.

Для дальнейших целей (см. разд. 2.6) здесь уместно будет заметить, что (16а) может быть выведено более общим способом, непосредственно из формулы (10). Согласно (10), возрастание расстояния между точками P и Q после деформаций относительно недеформированной величины определяется соотношением

$$d\,(PQ)^2 = y_i^2 - \left(y_i - \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\,y_j\right)\left(y_i - \frac{\partial u_i}{\partial x_k}\,y_k\right), \qquad (18)$$

где y_i^2 обозначает $y_i y_i$, т. е. $y_1^2+y_2^2+y_3^2$. Пренебрегая степенями величин $\partial u_i/\partial x_j$ выше первой, мы можем переписать (18) в виде

$$d\,(PQ)^2 = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\,y_j y_i + \frac{\partial u_i}{\partial x_k}\,y_i y_k = \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) y_i y_j$$

после переобозначения немых индексов. Согласно формуле (13), имеем

$$d\,(PQ)^2 = 2e_{ij}y_i y_j. \qquad (19)$$

Из формулы (19) результат (16а) получается как частный случай.

Введем теперь *квадратичную форму тензора деформаций* в точке P, определяемую уравнением

$$e_{ij}y_iy_j = \text{const}. \tag{20}$$

С помощью аргументов, уже использованных при исследовании квадратичной формы тензора напряжений, можно показать, что для произвольно заданного момента времени существует одна система взаимно ортогональных осей, проходящих через P, для которой сдвиговые компоненты тензора деформации в точке P обращаются в нуль. Если известны направления этих осей, называемых *главными осями деформаций* в точке P, и соответствующие значения элементов e_{11}, e_{22}, e_{33}, называемых в данно случае *главными удлинениями*, то этого достаточно для полного определения тензора деформаций в окрестности P. Таким образом, деформация в окрестности произвольной точки может быть получена как сумма трех простых удлинений, произведенных одновременно в трех взаимно перпендикулярных направлениях.

Далее из теории квадратичных форм получается, что величина $e_{11}+e_{22}+e_{33}$ инвариантна при изменении направлений осей координат (система отсчета остается ортогональной), т. е. e_{ii} — скаляр. Этот результат может быть получен и непосредственно, если заметить, что $e_{ii} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$, и применить формулы преобразования, вытекающие из (2).

2.2.3. Объемная дилатация

Рассмотрим элемент среды, содержащий точку P и испытывающую деформацию. Объемная дилатация в точке P определяется как предел, к которому стремится относительное возрастание объема рассматриваемого элемента при стремлении к нулю площади ее поверхности. Если e_{11}, e_{22}, e_{33} — главные удлинения в точке P (связанные с этой деформацией), то дилатация θ в точке P равна

$$1-(1-e_{11})(1-e_{22})(1-e_{33}).$$

Таким образом,

$$\theta = e_{11}+e_{22}+e_{33} = e_{ii}, \tag{21}$$

если пренебречь членами высшего порядка. Отсюда согласно результатам предыдущего параграфа следует, что (21) справедливо и в общем случае, когда e_{11}, e_{22}, e_{33} не обязательно являются главными удлинениями.

Из (13) и (21) имеем

$$\theta = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}. \tag{22}$$

Последнее выражение называется *дивергенцией* вектора u_i и будет иногда обозначаться как $\operatorname{div} u_i$. *Объемное сжатие* равно дилатации, взятой с обратным знаком.

2.2.4. Законы сохранения

Теперь мы попытаемся выразить в виде формулы тот факт, что масса любой данной части среды (в обычной физической теории) сохраняется. Рассмотрим частицу среды внутри бесконечно малого параллелепипеда S, координата угла которого x_i, а длины сторон δx_i; пусть $d\tau = \delta x_1 \delta x_2 \delta x_3$. Предположим вначале, что S фиксировано в пространстве. Тогда скорость возрастания массы внутри S равна $\frac{\partial \varrho}{\partial t}\, d\tau$, где ϱ — плотность в точке x_i в момент t. Полная скорость втекания массы через поверхность параллелепипеда S может быть найдена [с помощью аргументов, аналогичных тем, которые были использованы при выводе слагаемого $\frac{\partial p_{ij}}{\partial x_j}$ в (9)] и равна $-\frac{\partial}{\partial x_i}\,[(\varrho v_i)\,\delta\tau]$, где v_i — скорость частицы в точке x_i в момент t. Закон сохранения получается при приравнивании обоих этих членов. Это дает *уравнение сохранения*

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \frac{\partial (\varrho v_i)}{\partial x_i} = 0. \tag{23}$$

Для некоторых целей уравнение (23) удобно представить в следующем виде:

$$\frac{d\varrho}{dt} + \varrho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0, \tag{24}$$

где оператор

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_i \frac{\partial}{\partial x_i} \tag{25}$$

обозначает субстанциональную (лагранжеву) производную; знак частной производной $\frac{\partial}{\partial t}$ (эйлеровой) относится к изменениям со временем в фиксированной точке, в то время как $\frac{d}{dt}\left(\text{часто обозначаемое } \frac{D}{Dt}\right)$ имеет дело с временны́ми изменениями в поведении рассматриваемой частицы или группы частиц вдоль пути.

Теперь предположим, что параллелепипед S не фиксирован в пространстве, а движется вместе с заключенной в нем частицей. Тогда закон сохранения может быть записан в другом виде:

$$\frac{d}{dt}(\varrho\delta\tau) = 0. \tag{26}$$

Заметим, что мы можем ввести теорию «скоростей деформаций», аналогичную развитой в предыдущих подразделах теории деформаций. Если, в частности, мы рассмотрим аналог дилатации θ, то сможем написать формулу

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = \frac{1}{\delta\tau}\frac{d}{dt}(\delta\tau),$$

которая показывает эквивалентность формул (24) и (26). Мы можем заметить также, что уравнения типа (23), (24) и (26) могут выражать и другие законы сохранения, например закон сохранения энергии (разд. 3.3.6).

Название «уравнение непрерывности» обычно применяют для закона сохранения массы в любом из его видов.

Скорость v_i связана со смещением u_i соотношением $v_i = \frac{du_i}{dt}$. Отсюда и из (25) можно показать, что

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right), \tag{27}$$

если пренебречь членами второго порядка $\left(\frac{\partial v_k}{\partial x_j}\right)\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\right)$. Формула (27) окажется полезной в оставшейся части этой главы. Ее вывод мы оставляем читателю в порядке упражнения.

2.3. ИДЕАЛЬНАЯ УПРУГОСТЬ

Напряжения в деформируемой среде всегда сопровождаются деформациями. Под идеальной упругостью понимается такое положение, при котором (для данного вещества при заданных термодинамических условиях) компоненты деформаций в любой точке определяются компонентами напряжений в этой же точке. Таким образом, при идеальной упругости компоненты деформаций (в теории бесконечно малых деформаций) являются однородными линейными функциями компонент напряжений, и наоборот. Это положение составляет содержание обобщенного *закона Гука* и во многих случаях весьма хорошо согласуется с тем, что мы имеем на опыте.

Будем предполагать, что стандартная равновесная конфигурация является устойчивой; это положение оправдывается для большинства задач.

2.3.1. Соотношения напряжение — деформация для идеально упругой изотропной среды

Обозначим через p_{ij} и e_{ij} тензоры напряжений и деформаций такой среды для точки x_i в момент времени t. Свойство изотропии означает, что упругое поведение рассматриваемой среды не зависит от направления. Тогда, используя линейность связей между напряжениями и деформациями, а также свойства симметрии, связанные с изотропией, мы можем написать

$$p_{11} = Ae_{11} + B(e_{22} + e_{33}) + Ce_{23} + D(e_{31} + e_{12}), \qquad (28)$$

$$p_{23} = Ee_{11} + F(e_{22} + e_{33}) + Ge_{23} + H(e_{31} + e_{12}), \qquad (29)$$

где коэффициенты A — H зависят только от свойств среды и термодинамических условий. Аналогичным образом могут быть написаны остальные две пары уравнений, в которые войдут те же восемь коэффициентов. Эти коэффициенты не зависят от выбора системы координат.

Выберем, в частности, оси 1, 2, 3, совпадающими с главными осями деформаций в точке P. Тогда (28) и (29) принимают вид

$$p_{11} = Ae_{11} + B(e_{22} + e_{33}), \qquad (28a)$$

$$p_{23} = Ee_{11} + F(e_{22} + e_{33}). \qquad (29a)$$

Возьмем теперь вторую систему координат (1′, 2′, 3′), которая получится поворотом первой на $\pi/2$ вокруг оси 1. Тогда ось 1′ совпадет с осью 1, ось 2′ — с осью 3, а ось 3′ будет направлена противоположно оси 2. Поскольку новые оси также совпадут с главными осями деформаций в точке P, то согласно (29) мы получим

$$p_{2'3'} = Ee_{1'1'} + F(e_{2'2'} + e_{3'3'}),$$

и, следовательно,

$$-p_{32} = Ee_{11} + F(e_{33} + e_{22}).$$

Отсюда с помощью (29а) и (3) найдем, что $p_{23} = 0$. В случае главных осей деформаций аналогичным образом может быть показано, что $p_{31} = 0$ и $p_{12} = 0$.

Таким образом, мы доказали, что в случае идеально упругой изотропной среды главные оси напряжений в точке P совпадают с главными осями деформаций в той же точке. Рассмотрим теперь тензор

$$p_{ij} - B\theta\delta_{ij} - (A - B)\,e_{ij}.$$

Все его компоненты равны нулю при выборе в точке P системы осей главных деформаций (а следовательно, и главных напряжений), что очевидно для случая $i \neq j$ и следует из (28а) для случая $i = j$. Следовательно, если воспользоваться законом преобразования тензоров (1), то легко видеть, что компоненты этого тензора равны нулю в произвольной системе координат.

Таким образом, для идеально упругой изотропной среды соотношения напряжение — деформация имеют вид

$$p_{ij} = B\theta\delta_{ij} + (A - B)\,e_{ij}.$$

Более того, остюда следует, что введенные выше восемь коэффициентов выражаются через два *упругих параметра* последней формулы. (Фактически мы показали, что $C = D = E = F = H = 0$ и что $A - B = G$.) Обычно в качестве этих двух параметров выбирают постоянные Лямэ λ и μ, где $\lambda = B$ и $\mu = {}^1/_2(A - B)$. Таким образом, вместо (28) и (29) мы имеем

$$p_{11} = \lambda\theta + 2\mu e_{11}, \tag{30}$$

$$p_{23} = 2\mu e_{23}. \tag{31}$$

А общее соотношение напряжение — деформация имеет вид

$$p_{ij} = \lambda\theta\delta_{ij} + 2\mu e_{ij}. \tag{32}$$

Использование в дальнейшем параметров λ и μ (или любой другой пары упругих параметров, например k и μ или E и σ; см. разд. 2.3.3 и 2.3.4) будет означать без специального на то указания, что имеется в виду упругая изотропная среда.

С помощью (32) легко показать, что если все элементы тензора напряжений, исключая p_{23} и p_{32}, равны нулю, то и все элементы тензора деформаций, исключая e_{23} и e_{32}, также равны нулю. Следовательно, такая система напряжений связана с чисто сдвиговой деформацией и называется *сдвиговым напряжением*. Сдвиговые напряжения описываются также системой напряжений, в которой $p_{22} = -p_{33}$, а все остальные компоненты p_{ij} равны нулю. Это можно показать путем вращения осей 2 и 3 координат на $\pi/4$ относительно оси 1 и применением соответствующих формул преобразования, вытекающих из (1). Тогда мы имеем

$$e_{22} = -e_{33} = \frac{p_{22}}{2\mu},$$

и все остальные e_{ij} равны нулю. Дилатация θ при этом также равна нулю.

2.3.2. Уравнения движения в компонентах смещения

Из уравнений (9) и (32) имеем

$$\varrho f_i = \frac{\partial}{\partial x_j}(\lambda\theta\delta_{ij} + 2\mu e_{ij}) + \varrho X_i.$$

Используя (4) и (13), приведем это выражение к виду

$$\varrho f_i = \frac{\partial}{\partial x_i}(\lambda\theta) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)\right] + \varrho X_i.$$

Если среда однородная, то λ и μ постоянные, и мы получаем

$$\varrho f_i = \lambda\frac{\partial\theta}{\partial x_i} + \mu\frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial u_j}{\partial x_j} + \mu\nabla^2 u_i + \varrho X_i,$$

где ∇^2 — оператор Лапласа, равный $\frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$. Следовательно, согласно (22)

$$\varrho \frac{d^2 u_i}{dt^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x_i} + \mu \nabla^2 u_i + \varrho X_i. \tag{33}$$

Если смещения u_i и скорости v_i малы (это всегда имеет место в обычных задачах теории упругости, но не в гидродинамике), то мы можем, согласно (25), заменить $\frac{d}{dt}$ на $\frac{\partial}{\partial t}$ в левой части (33), так как мы везде последовательно пренебрегаем вторыми степенями компонент $\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$. В этом случае мы можем написать

$$\varrho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x_i} + \mu \nabla^2 u_i + \varrho X_i. \tag{34}$$

Поскольку $\theta = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$, то уравнение (34) однородное и линейное по u_i и X_i. Следовательно, (34) останется справедливым, если u_i отсчитывается от произвольной равновесной конфигурации, выбранной за систему отсчета, а X_i — компоненты дополнительной объемной силы, отнесенные к единице массы; соответственно p_{ij} будут компонентами дополнительных напряжений. Эта интерпретация, конечно, не должна нарушать общих положений, согласно которым полные деформации все еще должны оставаться малыми, а среда — идеально упругой. Аналогичные замечания относятся ко всем линейным уравнениям излагаемой теории, и обычно мы будем интерпретировать уравнения, содержащие компоненты u_i, p_{ij} и X_i, в таком смысле. Одно исключение из этого правила возникает при рассмотрении функции энергии деформации (разд. 2.3.5 и 2.3.6), которая квадратична по компонентам e_{ij}.

2.3.3. Некоторые типы идеально упругих сред

Теперь рассмотрим среды, к которым применимо уравнение (32). С помощью (31) можно показать, что отношение сдвиговых компонент напряжений к сдвиговым компонентам деформаций не зависит от выбора системы координат; это отношение μ называется *жесткостью*, или *модулем*

сдвига. Идеально упругие изотропные среды можно разделить на три типа в зависимости от величины коэффициента μ. Если λ и μ бесконечны для всей среды, так что согласно (32) все $e_{ij} = 0$ для конечных p_{ij}, то такая среда называется *абсолютно* (или *идеально*) *жестким телом*; если μ конечно и $\mu \neq 0$, то среда называется *идеально твердой*, если $\mu = 0$, то среда называется *идеально жидкой*.

Как следует из наблюдений, жидкость в состоянии покоя весьма близко соответствует условиям, сформулированным в начале разд. 2.3. Положив $\mu = 0$ в (32), мы получим, что если $i \neq j$, то $p_{ij} = 0$ независимо от выбора системы координат. Из уравнения (6) для квадратичной формы тензора напряжений следует, что для жидкости, находящейся в состоянии покоя, произвольная система координат, проведенная через любую точку жидкости, является главной, и следовательно, квадратичная форма тензора напряжений представляет сферу. В этом случае напряжение, действующее на любую малую плоскую площадку в жидкости, направлено по нормали к этой площадке. Имеется только одна независимая компонента среди элементов тензора напряжений. Эта компонента, взятая с обратным знаком, представляет обычное гидростатическое давление, действующее в жидкости. Термин *гидростатическое давление* используется в общем случае для любого типа тел, когда тензор напряжений выбран в таком виде. Гидростатическое давление p соответствует тензору напряжений вида $-p\delta_{ij}$.

Предположим теперь, что при возрастании времени на небольшой интервал dt вещество в окрестности частицы P идеально упругой изотропной среды подвергается действию дополнительного напряжения в виде гидростатического давления dp. Отношение этого давления к произведенному им сжатию называется *объемным модулем*, *несжимаемостью*, или *модулем сжатия* k в точке P. Модуль k можно легко выразить через λ и μ. Для этого согласно (32) мы можем написать

$$-dp\delta_{ij} = \lambda\, d\theta\delta_{ij} + 2\mu\, de_{ij};$$

образуя свертку этого выражения (т. е. заменяя j на i и производя соответствующее суммирование), с помо-

щью (21) имеем

$$-3dp = 3\lambda\, d\theta + 2\mu\, d\theta,$$

т. е.

$$k = -\frac{dp}{d\theta} = \lambda + \frac{2}{3}\mu. \qquad (35)$$

Заметим также, что (35) и (26) дают

$$k = \varrho\frac{dp}{d\varrho}. \qquad (36)$$

В некоторых случаях бывает удобно выразить уравнение (32) через коэффициенты k и μ вместо λ и μ; тогда

$$p_{ij} = \left(k - \frac{2}{3}\mu\right)\theta\delta_{ij} + 2\mu e_{ij}. \qquad (37)$$

В частном случае $\mu = 0$ выражение (37) переходит в формулу для *идеальной жидкости*

$$p_{ij} = k\theta\delta_{ij}, \qquad (38)$$

т. е. $p = -k\theta$, где $-p = p_{11} = p_{22} = p_{33}$. Под словом «жидкость» понимается собственно жидкость или газ в зависимости от того, велико или нет численное значение k. Идеальная жидкость является несжимаемой и характеризуется бесконечно большим модулем k.

2.3.4. Модуль Юнга и коэффициент Пуассона

Предположим теперь, что P находится внутри малого цилиндра (идеально упругой изотропной среды), плоские основания которого перпендикулярны образующим, так что напряжения на его концах нормальны к основаниям (и одинаковы по величине), и что не имеется натяжений, действующих на боковой поверхности цилиндра. Тогда *модуль Юнга* E в точке P определяется как отношение напряжений на концах цилиндра к его продольному удлинению, а *коэффициент Пуассона* σ — как отношение поперечного сжатия к продольному удлинению.

E и σ являются, подобно λ и μ, упругими параметрами и могут меняться от точки к точке упругой среды. Их легко выразить через λ и μ. Чтобы это показать, выберем ось 1 параллельно образующей цилиндра. Тогда, склады-

вая три уравнения, подобные (30), используя (21) и учитывая, что p_{22}, p_{33} равны нулю, получим

$$p_{11} = (3\lambda + 2\mu)\,\theta.$$

p_{11} p_{11}

Рис. 5.

Снова используя (30), мы видим, что p_{11} и e_{11} связаны соотношением

$$p_{11} = \frac{\lambda p_{11}}{3\lambda + 2\mu} + 2\mu e_{11}.$$

Следовательно,

$$E = \frac{p_{11}}{e_{11}} = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}. \tag{39}$$

Снова из соотношений, подобных (30), мы имеем

$$e_{22} = e_{33} = -\frac{\lambda\theta}{2\mu} = -\frac{\lambda(e_{11} + 2e_{22})}{2\mu}.$$

Следовательно,

$$\sigma = -\frac{e_{22}}{e_{11}} = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}. \tag{40}$$

С помощью простых алгебраических преобразований можно из (39), (40) и (35) выразить λ, μ и k через E и σ. Получаем

$$\lambda = \frac{E\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}, \tag{41}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\sigma)}, \tag{42}$$

$$k = \frac{E}{3(1-2\sigma)}. \tag{43}$$

Заметим также, что

$$\frac{\lambda}{\mu} = \frac{2\sigma}{1-2\sigma}. \tag{44}$$

Соотношения (32) выражают p_{ij} через компоненты e_{ij}. Параметры E, σ удобны в том случае, когда мы хотим выразить e_{ij} через компоненты p_{ij}. Для этой цели, свертывая (32) и используя (35), мы имеем

$$p_{kk} = (3\lambda + 2\mu)\,\theta = 3k\theta.$$

Учитывая (32), получаем

$$2\mu e_{ij} = p_{ij} - \lambda\theta\delta_{ij} = p_{ij} - \frac{\lambda}{3k} p_{kk}\delta_{ij}.$$

И наконец, с помощью определений (41)—(43)

$$e_{ij} = \frac{1+\sigma}{E} p_{ij} - \frac{\sigma}{E} p_{kk}\delta_{ij}. \tag{45}$$

Заметим, что если стандартная равновесная конфигурация предполагается устойчивой, то можно показать, что для этого необходимо, чтобы как μ, так и k были $\geqslant 0$ (это вытекает наиболее просто из (56) стр. 41). Из (35) и (39) следует, что $E \geqslant 0$, а из (42) и (43) — что $-1 \leqslant \sigma \leqslant {}^1/_2$.

2.3.5. Энергия идеально упругого тела

Рассмотрим снова часть среды, скажем M, заключенную в малом параллелепипеде (см. рис. 2), в одном из углов которого имеется частица P, и выберем (в разд. 2.3.5 и 2.3.6) стандартную равновесную конфигурацию напряжений, для которой $p_{ij} = 0$. Пусть x_i обозначает координаты точки P в момент t, δx_i — длины сторон параллелепипеда, а $\delta\tau = \delta x_1 \delta x_2 \delta x_3$ — его объем; u_i, v_i и f_i — соответственно смещение, скорость и ускорение частицы в точке P. При достаточно малом изменении времени dt пусть du_i обозначает дополнительное смещение точки P, $dw\delta\tau$ — работу, производимую над участком среды M, $dT\delta\tau$ — возрастание кинетической энергии и $dQ\delta\tau$ — механический эквивалент тепла, вытекающего из M. Тогда согласно первому закону термодинамики

$$dw = dU + dT + dQ, \tag{46}$$

где $dU\delta\tau$ — увеличение внутренней энергии M.

Работа, производимая над участком M объемными силами X_i, отнесенными к единице массы, равна $\varrho\delta\tau X_i du_i$. Работа, совершаемая 3-компонентой натяжений, действую-

щих на пару граней параллелепипеда, перпендикулярных оси 2, равна

$$-p_{23}\delta x_1\delta x_3 du_3+\left(p_{23}\,du_3+\frac{\partial\,(p_{23}du_3)}{\partial x_2}\,\delta x_2\right)\delta x_1\delta x_3,$$

т. е.

$$\frac{\partial\,(p_{23}\,du_3)}{\partial x_2}\,\delta\tau,$$

и аналогичные выражения получаются для работы, совершаемой другими компонентами натяжения. Следовательно,

$$dw=\varrho X_i\,du_i+\frac{\partial\,(p_{ij}\,du_i)}{\partial x_j}\,. \tag{47}$$

Дифференциал кинетической энергии, по определению, равен

$$dT\,\delta\tau=d\left(\frac{1}{2}\,\varrho\delta\tau v_i^2\right);$$

и согласно (26)

$$dT=\varrho d\left(\frac{1}{2}\,v_i^2\right)=\varrho v_i\,\frac{dv_i}{dt}\,dt=\varrho f_i\,du_i. \tag{48}$$

Из (47), (48) и (9) имеем

$$dw-dT=p_{ij}\,\frac{\partial\,(du_i)}{\partial x_j}\,. \tag{49}$$

Воспользовавшись (27), получаем

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\,(du_i)=d\left(\frac{du_i}{\partial x_j}\right),$$

что с достаточной точностью равно

$$de_{ij}-d\xi_{ij}, \tag{50}$$

где использованы определения (12) и (13). В результате из (46), (49) и (50) получаем

$$p_{ij}de_{ij}=dU+dQ. \tag{51}$$

В (51) опущен член $-p_{ij}\,d\xi_{ij}$, который равен нулю, так как p_{ij} — симметричный тензор, а ξ_{ij} — антисимметричный тензор (см. разд. 2.2.4).

Рассмотрим случай, когда термодинамические условия, в которых производится деформация тела, являются

изотермическими с абсолютной температурой ϑ. В этом случае состояние M полностью определяется тензором деформации e_{ij}. Согласно второму началу термодинамики, dQ/ϑ и, следовательно, также dQ (ϑ постоянно) являются полными дифференциалами в переменных e_{ij}. Согласно первому началу термодинамики, dU также является полным дифференциалом в переменных e_{ij}. Отсюда и из (51) можно написать

$$p_{ij}\,de_{ij} = dW, \tag{52}$$

где W — функция тензора деформации e_{ij}, называемая *изотермической функцией энергии деформации*. Согласно (52),

$$p_{ij} = \frac{\partial W}{\partial e_{ij}}. \tag{53}$$

Поскольку в случае идеальной упругости (в теории бесконечно малых деформаций) p_{ij} является однородной линейной функцией e_{ij}, то, как это следует из (53), W является однородной квадратичной функцией компонент тензора деформации e_{ij} (при этом мы, не нарушая общности, положили произвольную постоянную интегрирования равной нулю). Согласно теореме Эйлера об однородных функциях и (53), мы имеем

$$2W = e_{ij}\,\frac{\partial W}{\partial e_{ij}} = e_{ij}p_{ij}. \tag{54}$$

Если, в частности, упругое поведение тела изотропно, то с помощью (54), (32) и (21) получим

$$2W = e_{ij}\,(\lambda\theta\delta_{ij} + 2\mu e_{ij}) = \lambda\theta^2 + 2\mu e_{ij}^2, \tag{55}$$

где λ и μ — изотермические параметры Лямэ (под e_{ij}^2 мы понимаем величину $e_{ij}e_{ij}$, и правило суммирования действует, как обычно). Функция энергии деформаций для изотропного упругого тела может быть выражена через модули k и μ с помощью формулы (35) следующим образом:

$$2W = k\theta^2 + 2\mu\left(e_{ij}^2 - \frac{1}{3}\theta^2\right). \tag{56}$$

Функция энергии деформации существует также для адиабатических условий, т. е. при $dQ = 0$, когда $p_{ij}de_{ij}$ снова является полным дифференциалом. Функция энер-

гии деформации в этом случае совпадает по виду с формулами (52) — (54); однако в (55) и (56) упругие постоянные λ, μ, k следует рассматривать как адиабатические параметры. Можно показать (см. J e f f r e y s, Cartesian Tensors, Cambridge Univ. Press, 1952, гл. 8), что адиабатические и изотермические параметры (отличаемые индексами «а» и «и» соответственно) связаны соотношениями

$$\lambda_{\text{а}} = \lambda_{\text{и}} + \frac{k_{\text{и}}^2 \gamma^2 \theta}{\varrho c}, \qquad \mu_{\text{а}} = \mu_{\text{и}},$$
$$k_{\text{а}} = k_{\text{и}} \left(1 + \frac{k_{\text{и}} \gamma^2 \vartheta}{\varrho c} \right), \tag{57}$$

где γ — объемный коэффициент теплового расширения, а c — удельная теплоемкость при постоянной деформации (постоянном объеме); остальные обозначения имеют прежний смысл.

В обсуждавшихся выше случаях полная энергия (включая упругую энергию деформаций) сохраняется. В других случаях сумма $dU + dQ$ будет превышать величину dW, где W определяется формулой типа (55). Тогда согласно (51) энергия, рассеивающаяся в единице объема за время dt, равна $p_{ij} de_{ij} - dW$.

2.3.6. Теоремы об упругом равновесии

В этом разделе будет удобно использовать *лемму Грина* в виде

$$\iiint \frac{dv_i}{\partial x_i} d\tau = \iint \nu_i v_i \, dS, \tag{58}$$

где v_i — произвольный вектор, тройной интеграл берется по всему объему рассматриваемого тела, двойной интеграл берется по поверхности, ограничивающей тело, ν_i — направляющие косинусы внешней нормали, проведенной в точке на этой поверхности. Тройной и двойной интегралы и ν_i будут пониматься в указанном смысле на протяжении этого раздела. Будем предполагать, что термодинамические условия заданы, причем заданы так, что функция энергии деформации существует.

Докажем теорему Кирхгофа, согласно которой если заданы а) упругие смещения на поверхности или б) натяжения на поверхности идеально упругого тела, находяще-

гося в равновесии, то тогда существует только одно решение для деформированного состояния (и, следовательно, также напряженного состояния) всего тела.

Доказательство. Поскольку $f_i = 0$, из (9) и (53) имеем

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\frac{\partial W}{\partial e_{ij}} + \varrho X_i = 0. \tag{59}$$

Предположим, что u_i' и u_i'' — две различные системы смещений, каждая из которых удовлетворяет условиям на поверхности, и образуем их разность $u_i = u_i' - u_i''$. Если W, e_{ij} и т. д. выразить теперь через u_i, то из (59) вытекает, что

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\frac{\partial W}{\partial e_{ij}} = 0.$$

Следовательно,

$$0 = \iiint u_i \frac{\partial}{\partial x_j}\frac{\partial W}{\partial e_{ij}}\, d\tau =$$
$$= \iiint \left\{\frac{\partial}{\partial x_j}\left(u_i \frac{\partial W}{\partial e_{ij}}\right) - \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial W}{\partial e_{ij}}\right\} d\tau =$$
$$= \iint u_i \nu_j \frac{\partial W}{\partial e_{ij}}\, dS - \iiint e_{ij}\frac{\partial W}{\partial e_{ij}}\, d\tau.$$

Последняя строка получена с использованием леммы Грина (58) и того факта, что e_{ij} согласно (12) и (13) отличается от $\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ на антисимметричный тензор (ξ_{ij}). Далее, когда предполагаются заданными условия (а), то $u_i = 0$ во всех точках поверхности, а когда предполагаются заданными условия (б), то $\nu_j\left(\frac{\partial W}{\partial e_{ij}}\right)$ согласно (53) и (5) равно нулю также во всех точках поверхности. Следовательно, в обоих случаях

$$0 = \iiint e_{ij}\frac{\partial W}{\partial e_{ij}}\, d\tau = \iiint 2W\, d\tau \tag{60}$$

в силу (54). Поскольку W не может быть отрицательной ни в одной точке (стандартная конфигурация была выбрана как одна из конфигураций устойчивого равновесия), то из (60) следует, что везде $W = 0$, и, таким образом, e_{ij}, как они были определены в этом разделе,

все равны нулю во всех точках тела. Отсюда вытекает доказательство теоремы.

Эта теорема может быть распространена на случай идеально упругого тела, находящегося в состоянии колебаний. Например, когда не имеется переменных объемных сил и поверхность свободна от натяжений, то напряженное и деформированное состояния однозначно определяются для всего тела и всех моментов времени, если начальные смещения и скорости заданы во всех точках (см. Love, Mathematical Theory of Elasticity, Cambridge Univ. Press, 1920, § 124).

Рассмотрим следующую теорему: если заданы смещения на поверхности идеально упругого тела, а также объемные силы (поле которых является консервативным), то полная потенциальная энергия в соответствующей равновесной конфигурации C меньше, чем потенциальная энергия для любой другой конфигурации C_1, для которой справедливы принятые условия.

Для доказательства этой теоремы обозначим теперь через u_i смещение в любой точке тела в конфигурации C, а $u_i + u_i'$ — то же для конфигурации C_1; пусть e_{ij}' соответствует u_i', W — функция энергии деформации, соответствующая тензору e_{ij}, W' — тензору e_{ij}', а W_1 — тензору $e_{ij} + e_{ij}'$. Поскольку W является однородной квадратичной функцией компонент e_{ij}, то

$$W_1 = W + e_{ij}' \frac{\partial W}{\partial e_{ij}} + W'.$$

Это можно показать, если записать W в виде $a_{rs}b_rb_s$, где b_r (или b_s) стоит вместо любой из девяти компонент e_{ij}; каждый из индексов r, s здесь пробегает значения от 1 до 9; тогда $W' = a_{rs}b_r'b_s'$ и

$$W_1 = a_{rs}(b_r + b_r')(b_s + b_s');$$

далее необходимо использовать результат, который легко доказывается и состоит в том, что

$$\frac{\partial W}{\partial b_r} = (a_{rs} + a_{sr})\, b_s.$$

Следовательно, согласно (53)

$$W_1 - W = W' + e_{ij}'p_{ij} = W' + p_{ij}\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}, \qquad (61)$$

так как e'_{ij} отличается от $\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}$ на антисимметричный тензор. Кроме того,

$$p_{ij}\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}(p_{ij}u'_i)-u'_i\frac{\partial p_{ij}}{\partial x_j}=$$
$$=\frac{\partial}{\partial x_j}(p_{ij}u'_i)+X_iu'_i\varrho, \tag{62}$$

где использовано (9) и $f_i=0$. С помощью (61) и (62), а затем (58) имеем

$$\iiint(W_1-W)\,d\tau-\iiint X_iu'_i\varrho\,d\tau=$$
$$=\iiint W'\,d\tau+\iiint\frac{\partial}{\partial x_j}(p_{ij}u'_i)\,d\tau=$$
$$=\iiint W'\,d\tau+\iint \nu_jp_{ij}u'_i\,dS. \tag{63}$$

Поверхностный интеграл обращается в нуль из-за принятых граничных условий. Следовательно, так как W' везде положительно, то левая часть формулы (63) положительна; но эта левая сторона состоит из добавки, которая возникает в конфигурации C_1 по сравнению с C и равна сумме, соответствующей деформационной энергии и энергии, обусловленной наличием поля X_i. Таким образом, теорема доказана.

2.3.7. О решении задач в теории упругости

В элементарных задачах на равновесие нам обычно заданы граничные условия и объемные силы в однородной идеально упругой изотропной среде. Из теоремы Кирхгофа мы знаем, что (в рамках теории бесконечно малых деформаций) существует по крайней мере одно решение для распределения напряжений и деформаций в рассматриваемом теле. Следовательно, если нам удалось найти набор выражений для компонент e_{ij} как функций x_i, λ и μ (например, методом проб и ошибок или каким-либо другим), который удовлетворяет формуле (32) и соотношению (9) с $f_i=0$ или же (34) с $\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}=0$ и который

также удовлетворяет граничным условиям, то тогда этот набор выражений должен давать решение задачи. Из-за большого числа зависимых переменных (e_{ij} имеет в общем случае шесть различных компонент) этот метод может быть успешным, вероятно, лишь в очень простых случаях.

На практике этой процедуре следуют лишь на первых этапах решения, начиная с некоторого набора выражений для e_{ij} [совместимых с соотношениями (13)], который удовлетворяет уравнениям равновесия, и затем пытаются удовлетворить граничным условиям, по которым эти выражения подгоняются к искомым. На этом пути приобретается опыт решения задач теории упругости, которые имеют точные решения.

Использование функции энергии деформации и теоремы о минимуме энергии ведет к альтернативным и плодотворным методам решения задач теории упругости. Число задач в теории упругости, которые имеют точные решения, невелико, в связи с чем энергетические методы образуют основу для многих полезных приближенных методов.

В сейсмологии основные задачи имеют динамический характер, так как они связаны с эффектами прохождения упругих возмущений внутри Земли, и потому описываются уравнениями (9) и (34) с ускорением, не обращающимся в нуль. Эти задачи, конечно, будут занимать основное место в книге, и мы увидим, что уравнения (34) займут центральное место в теории, которая развивается в следующих главах.

В последующих двух разделах мы дадим некоторые наметки методов, с помощью которых можно учитывать отклонения от сравнительно простых условий изотропности и идеальной упругости, в основном рассматривавшихся до сих пор. В разд. 2.6 мы кратко обсудим эффекты членов второго порядка, которыми мы до сих пор пренебрегали.

2.4. НЕИЗОТРОПНЫЕ СРЕДЫ

Если среда (все еще обладающая свойством идеальной упругости) *эолотропна* (или *анизотропна*), т. е. отличается от изотропной среды, свойства которой не зависят от

направлений, то обсуждение, проведенное в разд. 2.3.1, нуждается в изменениях. В случае анизотропных сред за исходные следует принять более общие соотношения

$$p_{kl} = A_{ijkl} e_{ij}, \tag{64}$$

где A_{ijkl} образует таблицу из 81 коэффициента. Из этих коэффициентов лишь 36 могут быть независимыми, так как каждый из тензоров p_{ij}, e_{ij}, будучи симметричным, характеризуется только шестью независимыми компонентами; таким образом, $A_{ijkl} = A_{jikl} = A_{ijlk}$.

Существование функции энергии деформации при изотермических (или адиабатических) условиях, удовлетворяющей соотношениям (52) и (53), было установлено в разд. 2.3.5 независимо от формулы (32) для изотропного материала. Из (53) следует, что в этих условиях $\frac{\partial p_{kl}}{\partial e_{ij}} = \frac{\partial p_{ij}}{\partial e_{kl}}$, и, следовательно, должны выполняться дальнейшие соотношения вида $A_{ijkl} = A_{klij}$ между коэффициентами в (64). Отсюда следует, что среди коэффициентов A_{ijkl} независимых имеется не более 21.

Кристаллы являются средами, упругие свойства которых характеризуются определенными элементами симметрии, но из-за своей специфической атомной структуры они не являются полностью изотропными. Число параметров, необходимое для описания упругих свойств идеально упругих кристаллов (при изотермических или адиабатических условиях) любого конкретного типа, меньше или равно 21, но больше 2, как это имеет место у изотропной среды.

Горные породы Земли содержат кристаллы. Но можно предполагать, что в достаточно большом куске горной породы содержится много единичных кристалликов (кристаллитов), так что благодаря их статистическому распределению и хаотической ориентации упругое поведение горных пород в целом должно быть близко к изотропному. По этой причине в сейсмологии, как правило, полагают, что среда является изотропной. Стоунли и другие авторы исследовали значения анизотропии для задач сейсмологии.

2.5. ОТКЛОНЕНИЯ ОТ ИДЕАЛЬНОЙ УПРУГОСТИ ВСЛЕДСТВИЕ ВРЕМЕННЫХ ЭФФЕКТОВ

Когда идеально упругое (изотропное) тело находится в равновесии при заданном распределении напряжений (термодинамические условия также заданы), то распределение деформаций определяется единственным образом с помощью уравнения (37). В последующих подразделах мы рассмотрим случаи, в которых (37) нуждается в модификации. В частности, мы рассмотрим случаи, в которых время t входит в соотношения напряжение — деформация.

Для удобства введем предварительно тензоры P_{ij} и E_{ij}, определив их следующим образом:

$$P_{ij} = p_{ij} - \frac{1}{3} p_{kk}\delta_{ij}, \qquad (65)$$

$$E_{ij} = e_{ij} - \frac{1}{3} e_{kk}\delta_{ij}. \qquad (66)$$

P_{ij} и E_{ij} называются *девиаторным* (или *касательным*) *тензором напряжений* и *девиаторным тензором деформации* соответственно. Заметим, что, когда $i \neq j$, $P_{ij} = p_{ij}$ и $E_{ij} = e_{ij}$.

Из (37) мы непосредственно получаем, что

$$\frac{1}{3} p_{kk} = k\theta. \qquad (67)$$

Используя (65), (67), (37) и затем (66), получаем

$$P_{ij} = 2\mu E_{ij} \qquad (68)$$

для всех i, j. Соотношения (67) и (68) совместно в точности эквивалентны (37). Из уравнений (68) только пять независимы, так как согласно (65) и (66) $P_{ii} = 0$ и $E_{ii} = 0$. При идеальной упругости соотношение (67) адекватно описывает поведение среды при полностью симметричных напряжениях, в то время как (68) описывает эффекты любых отклонений от симметрии.

Из (66) легко вывести, что

$$E_{ij}^2 = e_{ij}^2 - \frac{1}{3}\theta^2, \qquad (69)$$

и, следовательно, согласно (56),

$$2W = k\theta^2 + 2\mu E_{ij}^2. \qquad (70)$$

На практике основные неидеальности в упругих свойствах возникают только при напряжениях, которые не полностью симметричны. Следовательно, в выведенных выше формулах для описания этих неидеальностей мы должны сохранить (67) неизменным, а (68) видоизменить тем или иным способом. Будет предполагаться, что все упругие параметры не зависят от времени t.

2.5.1. Вязкая жидкость

Простейшей математической моделью, обнаруживающей отклонение от идеально упругого поведения, является

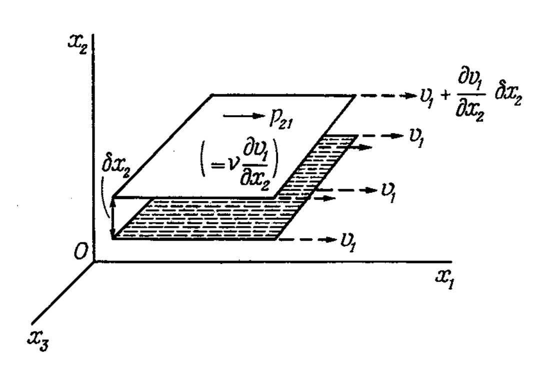


Рис. 6.

пример идеальной вязкой жидкости. В этом случае (67) сохраняет свою силу, а вместо (68) мы записываем

$$P_{ij} = 2\nu \frac{d}{dt} E_{ij}, \tag{71}$$

где ν — новый параметр, обозначающий *вязкость* жидкости. Мы замечаем, что здесь касательное напряжение связано со скоростью касательной деформации таким же образом, как с реальной касательной деформацией в случае идеально упругого тела.

Для частного случая ламинарного течения, параллельного оси 1 между плоскостями, перпендикулярными к оси 2 (рис. 6), мы получаем из (71) с помощью (27), что

$$p_{21} = \nu \frac{\partial v_1}{\partial x_2}, \tag{72}$$

где v_i — скорость. Это согласуется с обычным определением вязкой жидкости.

В частном случае $\nu = 0$ формула (71) дает $P_{ij} = 0$, что с помощью (65) и (67) приводит к соотношению (38) для идеальной жидкости.

Наличие членов с производной $\frac{d}{dt}$ в соотношениях напряжение — деформация связано с диссипацией энергии (см. разд. 3.1.2). Если воспользоваться формулами разд. 2.3.5, то для скорости диссипации энергии в единице объема получим

$$\Phi = p_{ij}\frac{de_{ij}}{dt} - \frac{dW}{dt},$$

где W в данном случае ($\mu = 0$), учитывая (70), равно $^1/_2 k\theta^2$. С помощью (65) и (66) имеем

$$\Phi = \left(P_{ij} + \frac{1}{3}p_{kk}\delta_{ij}\right)\frac{d}{dt}\left(E_{ij} + \frac{1}{3}\theta\delta_{ij}\right) - \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}k\theta^2\right) =$$
$$= P_{ij}\frac{d}{dt}E_{ij} + \frac{1}{3}p_{kk}\frac{1}{3}\frac{d\theta}{dt}\cdot 3 - k\theta\frac{d\theta}{dt},$$

так как $\delta_{ij}E_{ij} = E_{ii} = 0$ и $\delta_{ij}P_{ij} = P_{ii} = 0$. На основе (67) и (71) получаем

$$\Phi = P_{ij}\frac{d}{dt}E_{ij} = 2\nu\left(\frac{d}{dt}E_{ij}\right)^2. \tag{73}$$

Читателю, возможно, будет интересно в виде упражнения вывести из (9), (71), (27) и определений P_{ij}, E_{ij} уравнения Навье—Стокса для движения вязкой жидкости:

$$\varrho\frac{dv_i}{dt} = \varrho X_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{3}\nu\frac{\partial\theta'}{\partial x_i} + \nu\nabla^2 v_i,$$

где

$$p = -^1/_3 p_{kk} \text{ и } \theta' = \frac{\partial v_j}{\partial x_j}.$$

2.5.2. Реологическое тело Кельвина — Фогта

Объединяя подходящим образом соотношение (68) для идеально упругого тела с соотношением (71) для вязкой жидкости, мы получим формулу, которая будет описывать

один из возможных типов неидеально упругого поведения твердого тела. Простейший способ объединения (68) и (71) следующий:

$$P_{ij}=2\mu E_{ij}+2\nu\frac{dE_{ij}}{dt}. \qquad (74)$$

Закон (74) называется реологическим уравнением Кельвина — Фогта. Он использовался в ряде расчетов в сейсмологии при вычислении некоторых эффектов рассеяния волн, а также для оценки порядка величины затухания при прохождении сейсмических волн.

Наличие в законе Кельвина — Фогта члена с ν приводит к экспоненциальному запаздыванию при установлении деформации под влиянием приложенного касательного напряжения; аналогичное запаздывание проявляется при возврате в начальное состояние после снятия напряжений. Этот закон также приводит к диссипации энергий в соответствии с формулой (73) для вязкой жидкости.

Рассмотрим далее случай периодического касательного напряжения с периодом T, скажем $P_{ij} = A_{ij}\cos(2\pi t/T)$ (см. разд. 3.1.1). Если T мало по сравнению с величиной ν/μ, то мы получим, что E_{ij} из (74) будет порядка $(T/\nu)\,A_{ij}$ и, таким образом, мало по сравнению с A_{ij}/μ. Следовательно, при быстро меняющихся напряжениях (74) приводит к эффективной жесткости, много большей, чем μ. Наоборот, если период изменения напряжения велик по сравнению с ν/μ, то член с ν в (74) является несущественным.

Это рассмотрение приводит к следующему важному заключению, имеющему отношение ко всем случаям неидеальной упругости в твердых телах,— модуль сдвига не может быть больше описан с помощью одного параметра μ, как в случае идеально упругого тела; для закона (74) жесткость в общем случае зависит от ν и вида приложенного напряжения.

Чтобы качественно правильно учесть неидеальность упругости твердых тел, в общем случае необходимо ввести большее число параметров, чем те три (k, μ, ν), которые входят в (67) и (74). Заметим также, что, вообще говоря, невозможно описать вязкость твердого тела при помощи только одного параметра.

2.5.3. Упругое последействие

Соотношения (74) представляют собой лишь первый шаг в попытке описать наблюдаемое явление упругого последействия при *ползучести* (*крипе*), часто весьма продолжительное во времени и следующее за приложенным или снятым касательным напряжением. Но для большинства твердых тел, которые обнаруживают упругое последействие, отмеченные особенности еще не исчерпывают всего эффекта. Вслед за мгновенным изменением касательных напряжений до крипа происходит еще некоторое мгновенное изменение деформации, не учитываемое в (74). Мы можем качественно учесть это, прибавив к (74) член $\frac{dP_{ij}}{dt}$, аналогично тому как мы ранее добавили член $2\nu\frac{dE_{ij}}{dt}$. Тогда

$$P_{ij}+\tau\frac{dP_{ij}}{dt}=2\mu E_{ij}+2\nu\frac{dE_{ij}}{dt}, \qquad (75)$$

где τ — параметр, смысл которого будет ясен из дальнейшего. Соотношение (67) для идеально упругого тела сохраняет свою силу и в рассматриваемом случае в соответствии с наблюдаемым поведением многих твердых тел, обладающих упругим последействием.

Покажем, что (75) качественно соответствует условиям упругого последействия. Пусть в момент времени $t=0$ твердое тело находится в недеформированном состоянии, после чего прикладывается постоянное касательное напряжение. Из (75) получаем (все параметры предполагаются не зависящими от времени t; разд. 2.5)

$$\int_0^t P_{ij}\,dt+\tau P_{ij}=2\mu\int_0^t E_{ij}\,dt+2\nu E_{ij}. \qquad (76)$$

Следовательно, имеется мгновенная касательная деформация, равная $(\tau/2\nu)\,P_{ij}$. Поскольку P_{ij} было выбрано постоянным, из (75) получаем

$$E_{ij}=\frac{\tau P_{ij}}{2\nu}\left[\left(1-\frac{\tau'}{\tau}\right)e^{-t/\tau'}+\frac{\tau'}{\tau}\right], \qquad (77)$$

где τ' стоит вместо ν/μ. Согласно (77), E_{ij} не может быть больше величины $P_{ij}/2\mu$ независимо от продолжительно-

сти нагружения. Предположим теперь, что нагрузка снимается. Из (76) мы видим, что имеется мгновенное уменьшение касательной деформации на величину $(\tau/2\nu)\,P_{ij}$, после чего следует экспоненциальный (по времени) крип к нулевой деформации. Чем больше параметр τ', тем медленнее скорость возвращения к нулевой деформации. На рис. 7 графически показаны основные

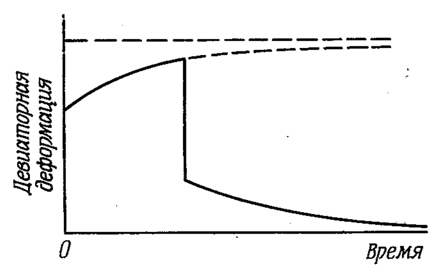


Рис. 7.

особенности в поведении E_{ij} как функции t в случае, когда постоянное девиаторное напряжение сначала прикладывается, а затем снимается.

Мы замечаем, что для упругого последействия должно быть $\tau' > \tau$, поскольку мы требуем (77), чтобы E_{ij} была возрастающей функцией t и, следовательно, производная $\frac{d}{dt}\left\{[1-(\tau'/\tau)]\,e^{-t/\tau'}\right\}$ должна быть положительной.

При весьма медленных изменениях напряжений члены с τ и ν в (75) становятся несущественными, и поведение рассматриваемого тела стремится к идеально упругому с жесткостью μ. При весьма быстрых изменениях напряжений члены с τ и ν преобладают, и поведение тела близко к идеально упругому с жесткостью ν/τ. При изменении напряжений с промежуточными периодами имеет место существенное затухание и диссипация энергии.

Подчеркнем еще раз, что жесткость зависит не только от μ; она зависит от характера прикладываемого напряжения и может зависеть от параметров ν, τ. Следовательно, у нас нет возражений против того, чтобы обозначить ν/τ в (77) через μ [конечно, отличное по величине от μ, которое входит в (75) и (76), но имеющее размерность

модуля сдвига]. Это обозначение (при котором параметрами являются k, τ, τ' и новое μ) использовал Джеффрис.

С математической точки зрения представляет интерес то обстоятельство, что (75) может быть формально получено из соотношений (68) или (37) теории идеальной упругости путем замены μ оператором $(\nu/\tau)\,[p+(1/\tau')] \times \times [p+(1/\tau)]^{-1}$, где $p \equiv \frac{d}{dt}$. Это обстоятельство делает возможным с помощью операционного исчисления оценивать эффекты упругого последействия в задачах, которые могут быть формально решены для случая идеальной упругости.

2.5.4. Упруго-вязкость

Возьмем выражение, представляющее предельный случай (75) при $\mu \to 0$ (что эквивалентно выбору $\tau' \to \infty$). Оно имеет вид

$$2\nu \frac{dE_{ij}}{dt} = P_{ij} + \tau \frac{dP_{ij}}{dt}. \qquad (78)$$

Среда, упругое поведение которой описывается формулами (67) и (78), называется *упруго-вязкой*. Уравнение (78) называется реологическим уравнением Максвелла, а соответствующая упругая среда — максвелловским телом.

Если в момент $t = 0$ к предварительно не деформированной упруго-вязкой среде приложить постоянное касательное напряжение P_{ij}, то можно видеть [используя (76) с $\mu = 0$], что касательная деформация мгновенно примет значение, равное $(\tau/2\nu)\,P_{ij}$. После этого касательная деформация возрастает с постоянной скоростью, равной $P_{ij}/2\nu$, как это имеет место в случае вязкой жидкости, и может неограниченно возрасти. Если в момент $t = t_1$ напряжение снимается, то мы имеем мгновенное уменьшение касательной деформации на величину $(\tau/2\nu)\,P_{ij}$, но теперь остаточная касательная деформация, величина которой $(2\nu)^{-1}\int_0^{t_1} P_{ij}\,dt$, уже не исчезает. Эти положения проиллюстрированы графически на рис. 8.

Если касательные напряжения изменяются весьма медленно со временем, то первый член в правой части (78)

является преобладающим и в этом случае упруго-вязкое поведение приближается к поведению жидкости с вязкостью ν. Если, наоборот, напряжения изменяются очень быстро, то преобладает второй член, и поведение рассматриваемого тела приближается к поведению идеально упругого тела с жесткостью ν/τ.

Эти результаты качественно согласуются с наблюдаемым поведением некоторых пластических материалов.

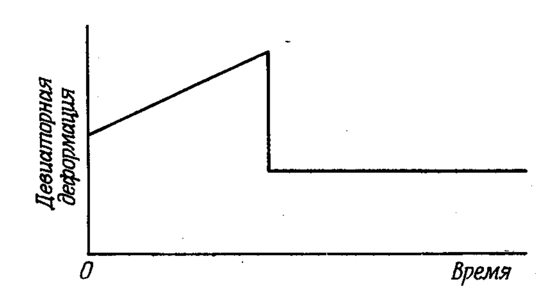


Рис. 8.

Такие вещества, как смола или пластическая сера, могут деформироваться неограниченно под действием касательного напряжения (т. е. испытывать *пластическое течение*), и они только частично восстанавливают первоначальную конфигурацию после снятия напряжений (т. е. приобретают *остаточную деформацию*).

Джеффрис показал, что эффекты упругого последействия, описываемые формулой (75), качественно могут быть реализованы в моделях, состоящих из идеально упругого материала, включающего гнезда упруго-вязкого материала, удовлетворяющего соотношениям (78). Значения параметров в соответствующих уравнениях упругого последействия сильно зависят от распределения упруго-вязкого материала. В связи с этим Джеффрис предположил, что природа неидеально упругого поведения твердых тел может в основном определяться распределением в упругой области участков, способных испытывать молекулярные перераспределения под действием заданных напряжений.

2.5.5. Прочность твердых тел

Если к твердому телу приложить касательное напряжение, возрастающее равномерно от нуля, то обычно вначале оно ведет себя как идеально упругое. Затем следует стадия, на которой становится заметным упругое последействие, но необратимых изменений еще не происходит. Наконец, наступает стадия, на которой появляются необратимые изменения. Она может принимать формы как пластического течения, так и разрушения. Разрушение может наступить мгновенно, если приложенное напряжение достаточно велико. Однако обычно существует конечная область касательных напряжений между наименьшим напряжением, при котором наступает пластическое течение, и наименьшим напряжением, способным вызвать мгновенное разрушение.

Возникает вопрос, каким образом стадия, на которой в теле появляются необратимые нарушения, может быть определена с помощью какой-либо простой функции компонент напряжений. Естественной функцией, которую следует рассмотреть в этой связи, является скаляр P_{ij}^2. Возводя (65) в квадрат, получим

$$P_{ij}^2 = \frac{1}{3}\left[(p_{22}-p_{33})^2 + (p_{33}-p_{11})^2 + (p_{11}-p_{22})^2\right] + 2\left(p_{23}^2 + p_{31}^2 + p_{12}^2\right). \qquad (79)$$

Это выражение пропорционально функции, величина которой по одной из теорий (теории Мизеса) определяет начало стадии пластического течения. В случае металлов имеются определенные экспериментальные указания в пользу этой теории прочности, и соответственно значение $(3P_{ij}^2)^{1/2}$, при котором начинается пластическое течение, используется в качестве меры *прочности* твердого тела.

В действительности стадия необратимых нарушений должна, конечно, существенно зависеть не только от функции P_{ij}^2, но и от значений других функций, например от скаляра p_{kk}. В одной из теорий предполагается, что начало стадии пластического течения определяется *разностью напряжений*, равной по величине разности между наибольшим и наименьшим главными напряжения-

ми. В геофизике часто случается так, что различие между результатами этой теории и результатами, вытекающими из теории Мизеса, не существенно. Из (79) можно получить, что $(P_{ij}^2)^{1/2}$ должно лежать между 0,71 и 0,82 от величины разности главных напряжений. Область изменений составляет только 15%.

Термин «прочность» используется также в связи с напряжением, приложение которого приводит к мгновенному разрушению. Чтобы помешать смешению этих понятий, Григгс ввел термин *фундаментальная прочность*, определяемый как такая наибольшая разность главных напряжений, при которой еще ни пластическое течение, ни разрушение не имеют места. Таким образом, фундаментальная прочность таких веществ, как смола, равна нулю.

Важно отметить также, что термины «прочность» и «жесткость» не являются синонимами. Несмотря на то что упруго-вязкое тело имеет нулевую прочность, мы видели, что при определенных условиях оно ведет себя как идеально упругое твердое тело с заметной величиной жесткости.

2.5.6. Твердые тела и жидкости

В разд. 2.3.3 мы классифицировали идеально упругие среды на идеально твердые и идеально жидкие в соответствии с величиной параметра μ. Этот тип классификации является слишком упрощенным для реальных сред. Под вопросом находится само положение о том, что μ может в точности равняться нулю для любого реального вещества. Вдобавок мы видели, что одного только параметра μ может оказаться недостаточно для описания жесткости; кроме того, вещества могут обнаруживать жесткость и тогда, когда μ равно нулю. Но поскольку мы все же хотим определить любое данное вещество или среду (находящуюся в заданном термодинамическом состоянии) как твердую или жидкую (а не иметь дело с классификацией по величинам μ, ν и т. д.), то, следовательно, необходимо выдвинуть некоторые дополнительные условия.

Некоторые авторы выбирают критерием того, что вещество является жидким, отсутствие у него прочности; другие выбирают в качестве этого критерия отсутствие

у вещества жесткости. Как мы видели, эти критерии не эквивалентны. Поскольку некоторые вещества, не обладающие прочностью (например, смола при комнатных температурах), могут в определенных условиях вести себя как идеально упругие твердые тела, то представляется, что отсутствие у тела жесткости будет лучшим критерием. Тогда возникает вопрос о способе определения жесткости на практике. На основании изложенного в предыдущих подразделах представляется, что лучше всего определять жесткость при быстро изменяющемся напряжении. Мы увидим в гл. 4, что имеется связь между жесткостью среды и скоростью распространения в ней поперечных волн. Следуя Джеффрису, будем называть среду *твердой*, если через нее могут проходить поперечные волны; и наоборот, если среда не пропускает поперечных волн, то она называется *жидкой*. Упруго-вязкие среды по такой классификации являются твердыми.

Прежде чем закончить этот раздел, нам хотелось бы указать, что вопрос о неидеальности может быть теоретически еще более усложнен за счет введения более сложных реологических тел, чего мы здесь не делали. Несмотря на то что уравнения (75) и (78) качественно согласуются с некоторыми наблюдаемыми типами отклонений от идеальной упругости, изложенную теорию следует рассматривать лишь как первый шаг на пути к полному решению вопроса. В настоящее время проводятся обширные экспериментальные исследования с целью количественно более полно определить недостающие детали. Для многих целей сейсмологии необходимо лишь знание качественных эффектов при неидеально упругом поведении сред. В этих случаях изложенные выше математические модели оказываются достаточными.

2.6. ТЕОРИЯ КОНЕЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

Рассматривавшаяся до сих пор теория основывалась на предположении (разд. 2.2) о малости деформаций, так что мы имели право пренебрегать членами высших порядков, и сама теория оказывалась линейной. Однако

опыт показывает, что в тех случаях, когда напряжения достаточно велики, это предположение не выполняется. Например, было найдено, что если длинный тонкий прямой цилиндрический прут (так называемая «колонна Эйлера») подвергнуть действию все возрастающих сжимающих сил со стороны торцов прутка, то в результате возникнет состояние упругой неустойчивости, в определенный момент конфигурация прутка резко изменится и ось его заметно искривится. Такое поведение противоречит теореме единственности Кирхгофа (разд. 2.3.6), и поскольку неустойчивость прутка возникает в отсутствие каких-либо неупругих эффектов, то это означает, что члены второго порядка малости, которые мы ранее отбрасывали, могут в некоторых случаях играть существенную роль. Теория, которая учитывает члены второго порядка малости, называется теорией конечных деформаций.

Выражение для тензора деформации при учете членов высших порядков оказывается более сложным. Так, если в линейной теории мы получили выражение

$$d(PQ)^2 = 2e_{ij}y_iy_j, \tag{79a}$$

где e_{ij} определяется формулой (13), в теории, учитывающей квадратичные члены, из (18) получится выражение

$$d(PQ)^2 = \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) y_iy_j - \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial u_i}{\partial x_k} y_jy_k,$$

т. е.

$$d(PQ)^2 = 2\varepsilon_{ij}y_iy_j, \tag{80}$$

где

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_k}{\partial x_i}\frac{\partial u_k}{\partial x_j}\right). \tag{81}$$

Таким образом, любая компонента более точного тензора деформации ε_{ij} отличается от соответствующей компоненты e_{ij} на сумму трех квадратичных членов.

В случае конечных гидростатических напряжений (т. е. при полной симметрии) (22) и (81) дают

$$\varepsilon_{ii} = \theta - \frac{\theta^2}{6} = 3\varepsilon. \tag{82}$$

С помощью результатов разд. 2.2.3 и (82) плотность ϱ может быть связана с ε формулой

$$\varrho = \varrho_0 (1 - 2\varepsilon)^{3/2}, \tag{83}$$

где индекс 0 относится к недеформированному состоянию.

В теории конечных деформаций возникает ряд вопросов, как, например: влияние вращения на соотношения напряжение — деформация, возможные изменения модулей k, μ при возрастании напряжений и возможные отклонения от изотропности, если начальные напряжения велики и несимметричны. Следовательно, совершенно очевидно, что формально математическая часть теории конечных деформаций значительно более сложна, чем в обычной линейной теории упругости. Из-за этого при решении конкретных задач приходится делать соответствующие упрощающие предположения.

Берч впервые применил теорию конечных деформаций, развитую Мурнаганом, к проблемам физики земных недр; при этом Берч предполагал наличие исходного гидростатического напряжения $-p\delta_{ij}$ (см. разд. 4.7) в недрах Земли. С помощью ряда предположений, основанных на экспериментальных данных, он использовал уравнения, вытекающие из (82) и (83), для вывода уравнений состояния вещества, слагающего внутренние области Земли. Уравнения Берча для химически однородных областей Земли имеют вид

$$p = -3k_0\varepsilon (1 - 2\varepsilon)^{5/2} (1 + 2\xi\varepsilon), \tag{84}$$

$$k = k_0 (1 - 2\varepsilon)^{5/2} [1 - 7\varepsilon + 2\xi\varepsilon (2 - 9\varepsilon)], \tag{85}$$

$$\frac{dk}{dp} = \frac{12 - 49\varepsilon}{3(1 - 7\varepsilon)}, \tag{86}$$

где ξ — функция температуры; в (86) члены с ξ опущены.

Дальнейшее обсуждение вопросов, связанных с теорией конечных деформаций, можно найти в разд. 4.7.

3

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Прежде чем перейти к применению уравнений движения теории упругости 2(34), необходимо несколько развить теорию колебаний и волн. Здесь также удобно изложить некоторые результаты, которые имеют отношение к теории сейсмографа.

3.1. КОЛЕБАНИЯ СИСТЕМ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ

3.1.1. Простое гармоническое движение

Простейшая колебательная система может быть описана с помощью одной координаты x, изменение которой подчиняется закону

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0, \tag{1}$$

где ω — действительная постоянная, а точки обозначают дифференцирование по времени t. Это случай незатухающих гармонических колебаний. Общее решение уравнения (1) имеет вид

$$x = A\cos\omega t + B\sin\omega t, \tag{2}$$

или

$$x = C\cos(\omega t + \varepsilon),$$

где A, B, C, ε — постоянные интегрирования, которые могут быть определены, если известны начальные значения x и $\dot{x}$. Движение является периодическим (по времени)

с *периодом* $2\pi/\omega$; *частота* равна $\omega/2\pi$; *амплитуда и фаза* определяются постоянными C и ε соответственно.

3.1.2. Затухающие колебания

В любой реальной колебательной системе в той или иной степени имеет место трение; это обстоятельство является причиной затухания колебаний и появления в уравнении движения члена, зависящего от скорости. Мы рассмотрим только случаи, когда силы трения пропорциональны первым степеням скоростей. Основные свойства таких движений можно понять, проанализировав уравнение

$$\ddot{x}+2\lambda\omega\dot{x}+\omega^2x=0, \qquad (3)$$

которое (см. гл. 9) соответствует свободным колебаниям некоторого идеального сейсмографа с коэффициентом затухания λ.

Решение линейного дифференциального уравнения, подобного (3), и соответственно более сложных уравнений (включая системы дифференциальных уравнений и уравнения в частных производных), с которыми мы встретимся в дальнейшем, часто облегчается при использовании экспоненциальных функций с мнимым показателем степени. Эту методику мы проиллюстрируем на примере детального разбора решения уравнения (3). Обозначая через i величину $\sqrt{-1}$ и складывая с (3) уравнение, получаемое из (3) заменой x на y и умноженное на i, получим

$$\ddot{z}+2\lambda\omega\dot{z}+\omega^2z=0, \qquad (4)$$

где $z=x+iy$. В качестве пробного решения (4) положим

$$z=K\exp(i\gamma t), \qquad (5)$$

где K и γ не зависят от t. Заметим, что для последующих операций над функциями типа (5) мы имеем

$$\frac{\partial}{\partial t}=i\gamma, \qquad \frac{\partial^2}{\partial t^2}=-\gamma^2. \qquad (6)$$

Таким образом, мы видим, что пробное решение (5) удовлетворяет (4), если γ подчиняется условию

$$(i\gamma)^2+2\lambda\omega i\gamma+\omega^2=0,$$

или

$$i\gamma = -\left(\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 - 1}\right)\omega. \tag{7}$$

Коэффициент K в (5) остается неопределенным. Два значения γ в (7) дают два независимых решения уравнения (4), каждое из которых типа (5). Коэффициенты K_1, K_2 (соответствующие K) являются независимыми и, если начальные условия или их эквивалент не заданы, остаются произвольными постоянными. Поскольку (4) является линейным уравнением по z, то, складывая эти два решения, получим общее решение уравнения (4), в котором K_1 и K_2 будут двумя произвольными постоянными интегрирования. Заметим, что K_1, K_2 могут быть комплексными числами.

Общее решение уравнения (3) может быть затем получено из условия, что x является действительной частью z. Из (7) совершенно очевидно, что это решение будет принимать различные формы в зависимости от того, больше или меньше единицы величина коэффициента затухания λ. Для $\lambda < 1$ получаем

$$\left.\begin{aligned} x &= \left\{A\cos\left(\sqrt{1-\lambda^2}\,\omega t\right) + \right. \\ &\qquad \left. + B\sin\left(\sqrt{1-\lambda^2}\,\omega t\right)\right\}\exp(-\lambda\omega t), \\ &\text{или} \\ x &= C\exp(-\lambda\omega t)\cos\left(\sqrt{1-\lambda^2}\,\omega t + \varepsilon\right); \end{aligned}\right\} \tag{8а}$$

для $\lambda > 1$

$$x = A\exp\left\{-\left(\lambda + \sqrt{\lambda^2-1}\right)\omega t\right\} + B\exp\left\{-\left(\lambda - \sqrt{\lambda^2-1}\right)\omega t\right\}, \tag{8б}$$

где A, B, C, ε — действительные постоянные интегрирования. В случае $\lambda = 1$ формула (7) дает только одно значение γ, однако общее решение (содержащее две независимые постоянные интегрирования) может быть получено или из (8а), или из (8б). Так, например, если мы разложим в ряд члены с косинусом и синусом в первой формуле (8а) и переобозначим $B\omega\sqrt{1-\lambda^2}$ через B, то получим тогда для случая $\lambda = 1$ выражение

$$x = (A + Bt)\exp(-\omega t). \tag{8в}$$

Решение (8а) соответствует колебательному периодическому движению с периодом $2\pi/\omega\sqrt{1-\lambda^2}$ и амплитудой $C\exp(-\lambda\omega t)$; мы видим, что при возрастании времени амплитуда постепенно уменьшается до нуля. Ни одно из решений (8б) и (8в) не дает периодического движения; в обоих случаях по крайней мере один раз $x = 0$ при конечном значении времени, после чего x асимптотически стремится к нулю. Таким образом, движение *периодическое* при $\lambda < 1$ и *апериодическое* при $\lambda \geqslant 1$. Заметим также, что если $\lambda < 1$, но близко к ней, то амплитудный множитель существенно уменьшается в течение полупериода, так что результат в этом случае практически мало отличается от имеющего место при апериодическом движении. Для читателя было бы полезным упражнением, в связи с теорией сейсмографа, сравнить графики $x(t)$ для случаев $\lambda = 1$ и $\lambda = 1/\sqrt{2}$; таким образом, можно найти, что если различие в значениях x для этих двух случаев вначале было мало́, то оно будет всегда оставаться малым по сравнению с максимальным значением x.

3.1.3. Вынужденные колебания

Если динамическая система, аналогичная только что рассмотренной, подвергается воздействию переменной внешней силы, то в уравнения (1) и (3) необходимо включить дополнительные члены. Здесь мы исследуем уравнение

$$\ddot{x} + 2\lambda\omega\dot{x} + \omega^2 x = b\cos pt, \tag{9}$$

где b и p — заданные дополнительные постоянные. Добавочный член $b\cos pt$ соответствует внешней периодической силе с периодом $2\pi/p$. Для решения (9) введем переменную y, которая удовлетворяет сопряженному уравнению

$$\ddot{y} + 2\lambda\omega\dot{y} + \omega^2 y = b\sin pt,$$

так что если снова $z = x + iy$, то мы имеем

$$\ddot{z} + 2\lambda\omega\dot{z} + \omega^2 z = b\exp(ipt). \tag{10}$$

Подстановка $z = K\exp(ipt)$ в качестве пробного решения (10) дает

$$(-p^2 + 2i\lambda\omega p + \omega^2)K = b.$$

Таким образом, частным решением (10) будет

$$z = \frac{b \exp(ipt)}{\omega^2 - p^2 + 2i\lambda\omega p},$$

или

$$z = \frac{b \exp\{i(pt - \delta)\}}{\{(\omega^2 - p^2)^2 + 4\lambda^2\omega^2p^2\}^{1/2}}, \qquad (11)$$

где

$$\delta = \operatorname{arctg}\left\{\frac{2\lambda\omega p}{\omega^2 - p^2}\right\}.$$

Отсюда мы получаем частное решение уравнения (9):

$$x = \frac{b \cos(pt - \delta)}{\{(\omega^2 - p^2)^2 + 4\lambda^2\omega^2p^2\}^{1/2}}, \qquad (12)$$

где *сдвиг фаз* δ дается формулой (11). Общее решение (9) получается приравниванием x сумме *общего решения соответствующего однородного уравнения*, т. е. правой части (8а), (8б) или (8в) (в зависимости от рассматриваемого случая), получаемой при решении (3) и *частного интеграла*, т. е. правой части формулы (12).

Совершенно очевидно, что слагаемое, соответствующее общему решению однородного уравнения (которое содержит действительный экспоненциальный множитель для всех возможных случаев), по мере возрастания времени убывает и становится все менее существенным в общем решении неоднородного уравнения. Период слагаемого, которое становится со временем доминирующим (т. е. члена, соответствующего частному интегралу), а именно $2\pi/p$, совпадает с периодом внешней силы. Сдвиг (запаздывание) фазы δ зависит от λ, ω и p. Существенной особенностью этого решения является то, что когда затухание мало́ (т. е. λ мало́), а p и ω примерно равны, то x согласно формуле (12) может принимать очень большие значения; это случай *резонанса*.

3.1.4

На практике, когда мы решаем линейные уравнения типа (3) и (9) с помощью комплексного зависимого переменного, как правило, мы не меняем обозначение зависимой переменной (x на z, как это делалось выше) в проце-

дуре самого решения. Но при этом всегда следует помнить, что после получения окончательного решения из него нужно выделить действительную часть. В последующем изложении мы будем следовать этому правилу.

3.2. КОЛЕБАНИЯ СИСТЕМ С БОЛЕЕ ЧЕМ ОДНОЙ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

Мы ограничим наше рассмотрение *голономными системами* (т. е. системами, для которых все дифференциальные соотношения, ограничивающие допустимые движения, можно проинтегрировать). Предположим, что для описания конфигурации такой системы требуется n координат. Этими координатами, которые мы обозначим буквами q_r $(r = 1, 2, \ldots, n)$, могут быть расстояния, отсчитываемые от закрепленных или движущихся точек или линий, или могут быть углы или другие функции положения. Они называются *обобщенными координатами*, и говорят, что система обладает *n степенями свободы*.

При исследовании колебаний таких систем далее в этой главе мы не будем включать в уравнение члены, учитывающие трение. Включение трения приводит лишь к дополнительным алгебраическим выкладкам, так как по существу в общем случае эффекты трения совершенно аналогичны эффектам затухания, найденным для частного случая в разд. 3.1.2. Когда трение не слишком велико, оно не меняет колебательного характера движения, а приводит лишь к наличию в амплитудах экспоненциальных множителей с действительными показателями и соответственно уменьшению амплитуд с возрастанием t, так же как в формуле (8а). Конечно, наличие таких множителей связано с диссипацией энергии. В связи с этим в общей динамике может быть применен изящный метод, основанный на использовании *диссипативной функции* [см. также разд. 2.5.1, уравнение 2(73)].

3.2.1. Колебание систем с конечным числом степеней свободы

Выберем вначале число степеней свободы n конечным и изучим малые колебания этой системы относительно

устойчивой равновесной конфигурации. Пусть для этой конфигурации все q_r равны нулю. Кинетическая энергия T может быть представлена в виде

$$2T = \sum_r \sum_s a_{rs}\dot{q}_r\dot{q}_s, \tag{13}$$

где коэффициенты a_{rs} в общем случае являются функциями q_r. Однако если рассматривать движения в окрестности равновесной конфигурации и пренебречь членами выше второго порядка, то a_{rs} будут постоянными, не зависящими от q_r. В отсутствие диссипативных сил существует функция — потенциальная энергия V. Поскольку $\frac{\partial V}{\partial q_r} = 0$ для равновесной конфигурации, мы можем разложить V в ряд Тейлора и, отбрасывая члены выше второго порядка, написать

$$2V = \sum_r \sum_s b_{rs}q_r q_s, \tag{14}$$

где коэффициенты b_{rs} являются постоянными. Не нарушая общности, можно считать $a_{rs} = a_{sr}$ и $b_{rs} = b_{sr}$. Тогда с помощью уравнений Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_r} = -\frac{\partial V}{\partial q_r} \quad (r = 1,\ 2,\ \ldots,\ n), \tag{15}$$

мы получим с точностью до членов первого порядка по q_r систему из n уравнений движения:

$$\sum_s a_{rs}\ddot{q}_s + \sum_s b_{rs}q_s = 0 \quad (r = 1,\ 2,\ \ldots,\ n). \tag{16}$$

То, что равновесная конфигурация является устойчивой, мы можем показать, выбирая пробные решения в виде

$$q_r = K_r \exp(i\gamma t) \quad (r = 1,\ 2,\ \ldots,\ n), \tag{17}$$

аналогичном (5). Тогда общее решение системы уравнений (16) выражается в следующей действительной форме:

$$\left.\begin{aligned} q_r &= \sum_s A_{rs}\cos\gamma_s t + \sum_s B_{rs}\sin\gamma_s t, \\ &\text{или} \\ q_r &= \sum_s C_{rs}\cos(\gamma_s t + \varepsilon_s). \end{aligned}\right\} \quad (r = 1,\ 2,\ \ldots,\ n). \tag{18}$$

Во второй формуле (18) величины γ_s, а также отношения постоянных C_{rs} для любого заданного s, как это можно показать, могут быть выражены через постоянные a_{rs} и b_{rs} в (16); однако для каждого s любой частный представитель набора C_{rs} может быть выбран независимым от a_{rs} и b_{rs}. Число $2n$ постоянных интегрирования может быть выбрано в виде n частных величин набора C_{rs}, которые выбираются не зависящими от a_{rs} и b_{rs}, совместно с n фазовыми постоянными ε_s.

Решение (18) можно рассматривать как линейную комбинацию *n нормальных колебаний*, причем каждое колебание соответствует частному значению индекса s и обладает следующими свойствами: 1) частота одна и та же для каждой координаты q_r и зависит только от коэффициентов a_{rs} и b_{rs}; 2) фазовые постоянные одинаковы для каждой координаты q_r, а в остальном произвольны; 3) отношение амплитуд для различных q_r определяется через a_{rs} и b_{rs}. Если такую систему возбуждать подходящим образом, то она может совершать колебания с любой одной из нормальных частот; эта задача просто связана с выбором начальных условий и требует, чтобы все произвольные постоянные интегрирования, кроме необходимых двух, равнялись нулю. Частоты этих n нормальных колебаний иногда называются *собственными частотами* системы. Точки, в которых смещения все время остаются равными нулю, для заданного нормального колебания называются *узлами*.

Важным свойством нормальных колебаний является и то, что для каждого нормального колебания средние за период значения кинетической и потенциальной энергий равны между собой. Чтобы показать это, запишем частное решение [выбранное из (18)], соответствующее какому-либо нормальному колебанию, в виде

$$q_r = C_r \cos(\gamma t + \varepsilon) \quad (r = 1,\ 2,\ \ldots,\ n). \tag{19}$$

Подставляя (19) в (13) и (14), найдем, что средняя кинетическая и потенциальная энергии за период равны соответственно

$$\frac{1}{4}\gamma^2 \sum_r \sum_s a_{rs} C_r C_s \quad \text{и} \quad \frac{1}{4} \sum_r \sum_s b_{rs} C_r C_s. \tag{20}$$

Путем подстановки (19) в уравнения движения (16) мы затем найдем, что оба выражения в (20) равны.

3.2.2. Принцип Релея

Если бы вместо (19) мы подставили в (13) и (14) выражения

$$q_r = c_r \cos(\mu t + \varepsilon) \quad (r = 1,\ 2,\ \ldots,\ n), \tag{21}$$

где c_r и $2\pi/\mu$ не являются истинными амплитудами и периодом нормального колебания, и затем приравняли бы два выражения, аналогичные (20), то получили бы уравнение

$$\mu^2 \sum_r \sum_s a_{rs} c_r c_s = \sum_r \sum_s b_{rs} c_r c_s. \tag{22}$$

Релей показал, что если бы удалось c_r в (21) подобрать приближенно равными истинным амплитудам C_r нормального колебания, тогда величина $2\pi/\mu$, определенная из (22), отличалась бы от истинного периода $2\pi/\gamma$ этого нормального колебания на малую его долю, которая была бы порядка квадратов величин $(C_r - c_r)/C_r$.

Предположим, что мы для данной задачи располагаем достаточными сведениями, позволяющими оценить приближенно отношения амплитуд данного нормального колебания. Тогда с помощью (22) можно определить период этого колебания с относительной ошибкой порядка квадратичных ошибок отношений пробных амплитуд. Этот принцип на практике часто дает основу для быстрого определения частоты собственного колебания для основного тона.

3.2.3. Пример

Чтобы проиллюстрировать теорию, изложенную в разд. 3.2.1, рассмотрим колебания легкой прямой гибкой пружины длиной l, закрепленной на обоих концах и несущей n частиц (каждая массой m), разделенных одинаковыми интервалами $h = l/(n+1)$; натяжение S, действующее вдоль пружины, будем считать постоянным. Рассмотрим (в общих чертах) собственные колебания этой системы, пренебрегая силой тяжести и силами трения, которые возникнут из-за наличия начальных малых

вертикальных компланарных смещений и скоростей частиц, связанных с пружиной.

Выберем за обобщенные координаты n (вертикальных) смещений частиц y_r. Тогда легко вывести уравнения движения для малых колебаний системы. Они имеют вид

$$m\ddot{y}_r + S\left(\frac{y_r - y_{r-1}}{h} - \frac{y_{r+1} - y_r}{h}\right) = 0 \quad (r = 1, 2, \ldots, n), \tag{23}$$

где $y_0 = y_{n+1} = 0$. Подставляя в (23) пробное решение в виде $y_r = K_r \exp(i\gamma t)$ соответственно формуле (17),

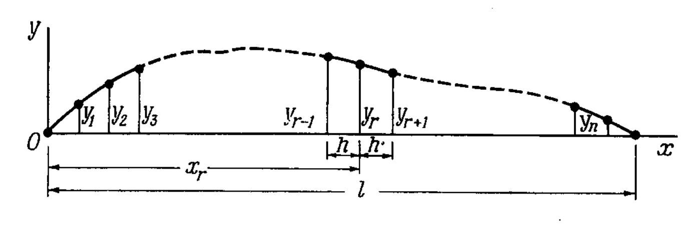


Рис. 9.

получим (после некоторых преобразований) общее решение (23) в виде

$$y_r(t) = \sum_{s=1}^{n}\left(A_s \sin\frac{s\pi x_r}{l}\cos\gamma_s t + \right.$$

$$\left. + B_s \sin\frac{s\pi x_r}{l}\sin\gamma_s t\right) \quad (r = 1,\ 2,\ \ldots,\ n), \tag{24}$$

где

$$\gamma_s = \left[\frac{2S}{mh}\left(1 - \cos\frac{s\pi}{n+1}\right)\right]^{1/2} \quad (s = 1,2,\ \ldots,\ n). \tag{25}$$

В этих уравнениях x_r — расстояние r-й частицы от конца пружины (точки O на рис. 9), а A_s и B_s образуют набор $2n$ постоянных интегрирования. Имеется одно нормальное колебание соответственно каждому заданному значению s, а собственная частота при этом равна $\gamma_s/2\pi$. Фаза s-го колебания определяется просто отношением A_s/B_s; это подтверждает, что фаза одна и та же для каждой координаты y_r рассматриваемого нормального колебания. Мы можем проверить также, что отношение амплитуд y_r

для s-го колебания не зависит от постоянных интегрирования.

Конкретные значения $2n$ постоянных интегрирования A_s и B_s могут быть определены, если известны начальные смещения и скорости. Для определения этих постоянных мы можем из (24) без труда получить $2n$ уравнений:

$$\left.\begin{aligned} y_r(0) &= \sum_s A_s \sin\frac{s\pi x_r}{l}, \\ \left(\frac{dy_r}{dt}\right)_{t=0} &= \sum_s B_s\gamma_s \sin\frac{s\pi x_r}{l}, \end{aligned}\right\} \quad (r=1,\ 2,\ \ldots,\ n), \qquad (26)$$

которых вполне достаточно для этой цели.

3.2.4. Колебания непрерывных систем

Теория, изложенная выше, может быть обобщена на случай колебания сплошной среды, число степеней свободы которой бесконечно. Этот случай мы проиллюстрируем на примере, разобранном в разд. 3.2.3 (снова только в общих чертах). Устремим число частиц n к бесконечности таким образом, чтобы полная масса всех частиц оставалась конечной. В результате мы будем иметь задачу о поперечных колебаниях непрерывной весомой струны длины l, обладающей однородной линейной плотностью, скажем ϱ, и закрепленной на концах.

Выполнение необходимых операций перехода к пределу в конечной системе дифференциальных уравнений (23) дает взамен (23) одно дифференциальное уравнение в частных производных:

$$\varrho\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - S\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0, \qquad (27)$$

где x и y — непрерывные переменные, заменяющие дискретные переменные x_r и y_r. Заметим, между прочим, что уравнение (27) может быть выведено независимо с помощью принципа Гамильтона, если предварительно образовать сумму кинетической и потенциальной энергий, или же вообще с помощью элементарных соображений.

Переходя к пределу в решении (24), получаем

$$y(x,\ t) = \sum_{s=1}^{\infty}\left(A_s \sin\frac{s\pi x}{l}\cos\gamma_s t + B_s \sin\frac{s\pi x}{l}\sin\gamma_s t\right), \quad (28)$$

где, согласно (25),

$$\frac{\gamma_s}{2\pi}=\frac{s}{2l}\sqrt{\frac{S}{\varrho}}. \qquad (29)$$

Ниже (разд. 3.3) мы покажем, каким образом это решение может быть получено непосредственно из (27). Мы видим, что решение (28) эквивалентно эффекту суперпозиции бесконечного числа нормальных колебаний, каждое из которых обладает свойствами системы с конечным числом степеней свободы. Собственные частоты определяются формулой (29).

Как и в случае системы с конечным числом степеней свободы, значения всех постоянных A_s, B_s могут быть определены, если известны начальные смещения и скорости для всех точек струны. Из (28)

$$y(x, 0)=\sum_{s=1}^{\infty} A_s \sin\frac{s\pi x}{l}, \qquad \frac{\partial y}{\partial t}(x, 0)=\sum_{s=1}^{\infty} B_s\gamma_s \sin\frac{s\pi x}{l}. \qquad (30)$$

Используя метод Фурье, получим из первой формулы (30)

$$\int_0^l y(x, 0)\sin\frac{r\pi x}{l}\,dx=\sum_{s=1}^{\infty} A_s\int_0^l \sin\frac{s\pi x}{l}\sin\frac{r\pi x}{l}\,dx.$$

Поскольку $\int_0^\pi \sin s\xi \sin r\xi \, d\xi$ равно нулю при $r\neq s$ и равно $\pi/2$ при $r=s$, то мы имеем

$$\int_0^l y(x, 0)\sin\frac{r\pi x}{l}\,dx=A_r\int_0^l \sin\frac{r\pi x}{l}\sin\frac{r\pi x}{l}\,dx=\frac{1}{2}A_r l.$$

Следовательно,

$$A_s=\frac{2}{l}\int_0^l y(x, 0)\sin\frac{s\pi x}{l}\,dx. \qquad (31)$$

Аналогично используя (29) и вторую формулу (30), можно показать, что

$$B_s = \frac{2}{s\pi}\sqrt{\frac{\varrho}{S}}\int_0^l \frac{\partial y}{\partial t}(x, 0)\sin\frac{s\pi x}{l}\,dx. \tag{32}$$

3.2.5. Применение к проблемам сейсмологии

Теория нормальных колебаний, изложенная в предыдущих разделах, образует основу для описания явлений, связанных с землетрясением, так как, после того как произошло землетрясение, Землю можно рассматривать как сплошную среду, совершающую колебания.

Второе направление сейсмологических приложений изложенной выше теории использует характерные свойства начального возмущения при землетрясении. Эти свойства обусловлены тем, что начальное возмущение локализовано в области, малой по сравнению с той, которую пересекают последующие возмущения. При таких обстоятельствах свойства уравнений, аналогичных (27), могут быть исследованы с помощью несколько отличного метода. Этот метод называется волновой теорией и будет рассмотрен в разд. 3.3—3.5.

Конечно, теория колебаний, основанная на методе нормальных колебаний, и волновая теория дополняют друг друга. Любой из методов приводит в конечном счете к одним и тем же результатам. Но при решении конкретных проблем один из методов может иметь то преимущество, что он значительно быстрее приводит к искомому результату. При рассмотрении элементарных вопросов метод волновой теории обычно проще.

Мы проиллюстрируем взаимно дополняющий характер этих двух методов на простом примере в третьем абзаце разд. 3.3 и в разд. 3.3.1. Другой пример был указан Релеем. Релеевские поверхностные волны (которые будут рассматриваться в гл. 5 с помощью метода волновой теории) должны также содержаться в теории колебаний упругой сферы Лэмба (основанной на методе нормальных колебаний). И действительно, Бромвич получил уравнение 5(16) для скорости релеевских волн в рамках теории Лэмба. Ряд других применений теории нормальных колебаний можно найти в книге Лява (L o v e,

Some Problems of Geodynamics, Cambridge Univ. Press, 1911).

Заметим далее, что с помощью метода нормальных колебаний часто удается весьма прямым путем получать изящные результаты в теоретической сейсмологии. Таким примером служит работа Джеффриса, который применил принцип Релея (разд. 3.2.2) в теории поверхностных сейсмических волн (см. гл. 5). Применение этого принципа позволяет оценивать величины, найти которые обычными методами весьма трудно (см. также гл. 14).

Другим примером может служить использование некоторых теорем взаимности в теории колебаний. Пусть импульс, приложенный к точке P рассматриваемой динамической системы, вызывает колебания, при которых компонента скорости в некоторой второй точке Q для данного нормального колебания равна v. Тогда теорема взаимности гласит, что если тот же самый импульс будет приложен в точке Q, то в точке P рассматриваемое нормальное колебание будет иметь компоненту скорости, равную v. Естественным следствием этой теоремы является то, что если импульс приложен в узле какого-либо нормального колебания, то это колебание не будет возбуждено; если точка приложения импульса близка к узлу рассматриваемого нормального колебания, то амплитуда этого колебания будет аномально мала.

Как мы увидим в гл. 5, амплитуды поверхностных сейсмических волн (которые могут также рассматриваться как некоторая эквивалентная суперпозиция нормальных колебаний) экспоненциально уменьшаются с увеличением глубины источника, отсчитываемой от внешней поверхности Земли. Отсюда следует также, что если источник некоторого землетрясения расположен на глубине, значительно превосходящей глубины нормальных землетрясений, то поверхностные волны от такого землетрясения будут менее заметны, чем поверхностные волны от нормальных землетрясений. Этот результат находится в поразительном согласии с наблюдениями. На ранних этапах сейсмологии видимое отсутствие наблюдений поверхностных сейсмических волн от некоторых землетрясений, как показали Джеффрис и Стоунли, доказывало существование глубокофокусных землетрясений (разд. 15.5.1).

3.3. ПЛОСКИЕ ВОЛНЫ

Перейдем теперь к обсуждению уравнения

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \tag{33}$$

с позиций волновой теории. Здесь c — постоянная, физический смысл которой подлежит определению, x, y — координаты декартовой системы в некоторой области,

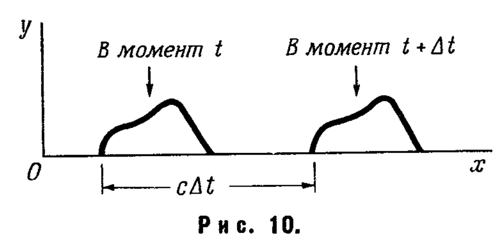


Рис. 10.

а y является функцией x и t и представляет возмущение какой-либо физической величины. В приложениях мы будем обозначать через y компоненту смещения.

Легко показать (переходя к новым независимым переменным $x - ct$ и $x + ct$ соответственно), что общее решение (33) имеет вид

$$y(x, t) = f(x - ct) + F(x + ct), \tag{34}$$

где вид функций f и F ограничивается только видом начальных и граничных условий. Если t возрастает на величину, скажем, Δt, а x — соответственно на $c\Delta t$, то совершенно очевидно, что величина $f(x - ct)$ не изменяется. Следовательно, первое слагаемое в правой части (34) представляет (рис. 10) возмущение, распространяющееся в положительном направлении оси x без изменения своей формы со скоростью $c\Delta t/\Delta t$, т. е. c. В любой данный момент времени y зависит только от x и, следовательно, одинаково для всех точек любой плоскости, перпендикулярной к оси x. Таким образом, $f(x - ct)$ представляет бегущую *плоскую волну*. Естественно, член $F(x + ct)$ соответствует плоской волне, распространяющейся в обратном направлении.

Уравнение (27), полученное для задачи колебания непрерывной струны, является частным случаем (33), когда скорость c равна $(S/\varrho)^{1/2}$. Следовательно, решение (28) должно получаться из решения вида (34). Сама процедура заключается в следующем. Применение к (34) частного граничного условия $y(0, t) = 0$ дает $0 = f(-ct) + F(ct)$, что должно выполняться для всех моментов времени. Следовательно, $f(\xi) = -F(-\xi)$ и, таким образом, $y(x, t) = F(x + ct) - F(-x + ct)$. Другое частное граничное условие $y(l, t) = 0$ дает $0 = F(l + ct) - F(-l + ct)$ для произвольного t. Следовательно, $F(\xi + 2l) = F(\xi)$, что означает периодичность F с периодом $2l$. Из теории рядов Фурье вытекает, что $F(\xi)$ может быть представлено в виде

$$F(\xi) = \frac{1}{2}\sum_{s=1}^{\infty} A_s \sin\frac{s\pi\xi}{l} - \frac{1}{2}\sum_{s=0}^{\infty} B_s \cos\frac{s\pi\xi}{l},$$

где A_s, B_s — постоянные [$^1/_2$ и знак «минус» введены специально для того, чтобы сделать A_s, A_s в точности совпадающими с A_s, B_s из (28)]. Следовательно,

$$y(x, t) = \frac{1}{2}\sum_{s=1}^{\infty} A_s\left[\sin\left(\frac{s\pi x}{l} + \frac{s\pi ct}{l}\right) + \sin\left(\frac{s\pi x}{l} - \frac{s\pi ct}{l}\right)\right] -$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{s=0}^{\infty} B_s\left[\cos\left(\frac{s\pi x}{l} + \frac{s\pi ct}{l}\right) - \cos\left(\frac{s\pi x}{l} - \frac{s\pi ct}{l}\right)\right] =$$

$$= \sum_{s=1}^{\infty}\left(A_s \sin\frac{s\pi x}{l}\cos\frac{s\pi ct}{l} + B_s \sin\frac{s\pi x}{l}\sin\frac{s\pi ct}{l}\right),$$

что согласуется с (28).

3.3.1. Применение интегральной теоремы Фурье

Согласно этой теореме, прозвольная функция $f(x)$ (удовлетворяющая весьма слабым условиям, которые в нашем случае всегда выполняются) может быть представлена в виде

$$f(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} d\varkappa \int_{-\infty}^{\infty} f(\eta)\cos[\varkappa(x - \eta)]\, d\eta \qquad (35)$$

(см. Whittaker, Watson, Modern Analysis, Cambridge Univ. Press, 1927, § 9.7[1])). Эта формула позволяет нам записать решение (34) уравнения (35) в весьма удобной форме:

$$y(x,\ t)=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^\infty d\varkappa\int\limits_{-\infty}^\infty d\eta\,\{f(\eta)\cos[\varkappa(x-ct-\eta)]+$$
$$+F(\eta)\cos[\varkappa(x+ct-\eta)]\}. \qquad (36)$$

Заметим, что вид формулы (36) указывает на связь между уравнением (33) и нормальными колебаниями, обсуждавшимися в разд. 3.2.1. Будет весьма полезно показать, каким образом можно получить решение (28) для колеблющейся непрерывной струны с помощью (36). Первое граничное условие $y(0,\ t)=0$ будет удовлетворено, если выражение

$$[f(\eta)+F(\eta)]\cos\varkappa\eta\cos\varkappa ct-[f(\eta)-F(\eta)]\sin\varkappa\eta\sin\varkappa ct$$

равно нулю для всех значений t; это может быть в случае, если 1) $\cos\varkappa\eta=0$ и $f(\eta)=F(\eta)$ или 2) $\sin\varkappa\eta=0$ и $f(\eta)=-F(\eta)$. Второе граничное условие $y(l,\ t)=0$ удовлетворяется тогда, когда 1) $2F(\eta)\sin\varkappa l\sin\varkappa\eta\cos\varkappa ct$ или 2) $2F(\eta)\sin\varkappa l\cos\varkappa\eta\sin\varkappa ct$ равны нулю при всех значениях t, т. е. если

$$\sin\varkappa l=0. \qquad (37)$$

Уравнение (37) ограничивает значение $\varkappa$ набором дискретных значений $\varkappa_s=s\pi/l$, где s — целое число, и указывает, что $\varkappa$ не является непрерывной переменной; из 1) $\cos\varkappa\eta=0$ или из 2) $\sin\varkappa\eta=0$ следует, что η также не является непрерывной величиной. Таким образом, граничные условия данной задачи приводят к тому, что вид формулы (36) должен претерпеть изменение от интеграла к бесконечному ряду. Это теперь легко сделать [комбинируя результаты, даваемые по отдельности условиями (1) и (2)], в результате чего возникает формула (28), полученная ранее. Заметим также, что

---

[1]) См. перевод: Э. Т. Уиттекер, Дж. Н. Ватсон, Курс современного анализа, ИЛ, М., 1963, § 9.7.— *Прим. перев.*

характеристическое уравнение (37) дает набор дискретных значений для величины $\varkappa$ и, следовательно, определяет также собственные частоты. Результаты такого типа, которые обусловлены выбором специальных граничных условий в рассматриваемой задаче, иногда называются задачей с *дискретным спектром* собственных частот. В рассматриваемом случае собственные частоты определяются уравнением (29).

В сейсмологии чаще мы будем встречаться с такими задачами, когда выражение (36) не вырождается в бесконечный ряд. В этом случае $\varkappa$ изменяется непрерывно и, следовательно, имеется непрерывный набор собственных частот, т. е. мы имеем задачу с *непрерывным спектром*.

3.3.2. Простая гармоническая плоская волна

Выражение (36) можно рассматривать как результат наложения большого числа элементарных волн вида

$$y = A\cos[\varkappa(x - ct) + \varepsilon], \tag{38}$$

в котором A, $\varkappa$, ε могут изменяться от элемента к элементу (вместе с волнами аналогичного вида, распространяющимися в противоположном направлении). Уравнение (38), которое описывает *простую гармоническую* (*синусоидальную*) *бегущую плоскую волну*, является, таким образом, фундаментальным в волновой теории. Конечно, легко показать, что (38) есть частное решение уравнения (33). Если записать (38) в виде

$$y = A\cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{\tau}\right) + \varepsilon\right], \tag{39}$$

то мы увидим, что величина y в любой заданной точке осциллирует (по времени) с *периодом* τ; в то же время в любой заданный момент t значение y является периодической функцией x с периодом λ, называемым *длиной волны*. Справедливы следующие соотношения:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\varkappa}, \quad \tau = \frac{2\pi}{\varkappa c}, \quad \frac{\lambda}{\tau} = c, \quad \nu = \frac{1}{\tau}, \tag{40}$$

где ν называется частотой. Вместо (38) для удобства математического рассмотрения мы часто будем использовать

соотношение

$$y = A \exp\{i[\varkappa(x - ct) + \varepsilon]\}, \qquad (41)$$

причем всегда следует помнить, что при переходе к физической интерпретации из этого выражения необходимо

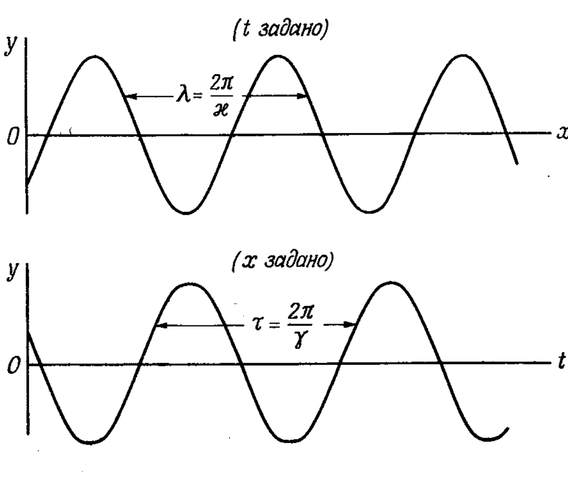


Рис. 11.

выделить действительную часть. Мы также часто будем писать γ вместо $\varkappa c$, и тогда периодом будет $2\pi/\gamma$.

3.3.3. Векторные волны. Поляризация

Многие физические задачи связаны с прохождением через среду возмущений, имеющих векторную природу. В таких случаях мы встречаемся с системой трех уравнений, каждое из которых имеет вид (33):

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_1^2} \quad (i = 1, 2, 3), \qquad (42)$$

где u_i — компоненты возмущения (которое мы здесь выбираем как смещение), а x_1 — любая из трех прямоугольных координат x_i. Предположим далее, что

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_2} = \frac{\partial u_i}{\partial x_3} = 0 \quad (i = 1, 2, 3). \qquad (43)$$

Общее решение уравнений (42) и (43) имеет вид

$$u_i = f_i(x_1 - ct) + F_i(x_1 + ct) \quad (i = 1, 2, 3), \qquad (44)$$

и соответствует суперпозиции двух векторных плоских волн, распространяющихся со скоростью c в положительном и отрицательном направлениях оси 1. Из соотношения (43) вытекает, что эти волны являются плоскими.

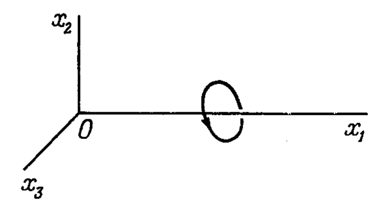


Рис. 12.

Обычно бывают дополнительные ограничения, которые накладываются на возможные изменения компонент u_i возмущения, распространяющегося в среде. Когда такое положение имеет место, то говорят, что возмущение *поляризовано*. Например, если u_i составляют *соленоидальный вектор* (т. е. $\operatorname{div} u_i = 0$ для всех моментов времени и во всех точках пространства), то из (44) и 2(22) следует, что $\frac{\partial u_1}{\partial x_1} = 0$ для всех моментов времени и во всех точках пространства; таким образом, только компоненты u_2 и u_3 связаны с проходящей волной, т. е. в рассматриваемом случае возмущение локализовано в плоскости, перпендикулярной оси 1.

Рассмотрим частный случай поляризации, определяемый формулой

$$u_i = A_i \cos[\varkappa(x_1 - ct) + \varepsilon_i] \quad (i = 1, 2, 3)$$

с $A_1 = 0$. Отсюда мы выводим

$$\frac{u_2^2}{A_2^2} + \frac{u_3^2}{A_3^2} - \frac{2u_2u_3}{A_2A_3}\cos(\varepsilon_3 - \varepsilon_2) = \sin^2(\varepsilon_3 - \varepsilon_2).$$

Мы видим, что при этом в общем случае частицы среды будут описывать эллипсы в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны. В таких слу-

чаях говорят, что возмущение *эллиптически поляризовано*; частицы будут описывать эллипсы с направлением движения соответственно правилу правого или левого винта в зависимости от того, лежит ли разность фаз $\varepsilon_3 - \varepsilon_2$ компонент u_2 и u_3 между 0 и π или между 0 и $-\pi$; первый случай показан на рис. 12. Если случится так, что $|\varepsilon_3 - \varepsilon_2| = \pi/2$ и $A_2 = A_3$, то эллипс превращается в круг, и говорят, что возмущение имеет *круговую поляризацию*. Если эллипсы вырождаются в прямые линии (которые все параллельны некоторой плоскости, проходящей через ось 1), то говорят, что возмущение *плоско поляризовано*; например, такому случаю будет соответствовать ситуация, когда A_2 или A_3 равно нулю, или когда $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$.

3.3.4. Стоячие волны

Если мы образуем суперпозицию пары простых гармонических плоских волн с одинаковой амплитудой A, длиной волны $2\pi/\varkappa$ и скоростью c, распространяющихся в противоположных направлениях, то найдем, что результирующее возмущение имеет вид

$$y = 2A\cos(\varkappa x + \varepsilon)\cos(\varkappa ct + \varepsilon'), \qquad (45)$$

где ε и ε' зависят от фазовых констант составляющих волн. Уравнение (45) соответствует возмущению, которое называется *стоячей волной*, так как в этом случае отсутствует волновое движение, распространяющееся в каком-либо направлении. Заметим, что в формуле (45) x и t входят в различные сомножители и что возмущение остается все время равным нулю в точках, для которых $\varkappa x + \varepsilon = (r + {}^1/_2)\pi$, где r — целое число, и имеет максимальные амплитуды в точках, для которых $\varkappa x + \varepsilon = r\pi$; первые точки называются *узлами*, вторые — *пучностями*.

Возмущение, описываемое формулой (45), соответствует суперпозиции пары простых гармонических волн. В более общих случаях стоячая волна может иметь вид

$$y = X(x)\,T(t), \qquad (46)$$

где X и T — любые произвольные функции, зависящие только от x и только от t соответственно. Легко пока-

зать, что общее выражение для стоячей волны может быть представлено как результат суперпозиции стоячих волн вида (46). Действительно, другой метод решения плосковолнового дифференциального уравнения (33) заключается в подстановке в него пробного решения вида (46). Заметим также, что в общем случае результат суперпозиции системы стоячих волн не является снова стоячей волной, так как сумма ряда членов, подобных по виду (46), не может быть в общем выражена как произведение двух множителей, содержащих только x и только t соответственно.

3.3.5. Дисперсия волн

Изложенная выше волновая теория исходила из уравнения (33), в котором скорость c считалась заданной постоянной величиной. Мы видели, что при этих условиях возмущение распространяется вдоль оси x без изменения своей формы.

В задачах, в которых уравнения движения возмущения имеют несколько более сложный вид, чем уравнение (33), иногда случается, что подстановка пробного решения в виде (41) приводит к решению вида (36). При этом оказывается, что c вместо того, чтобы оставаться заданной постоянной, является функцией $\varkappa$ и, таким образом, изменяется от элемента к элементу подынтегрального выражения. Простой иллюстрацией этого положения может служить несколько измененная задача о колебании струны из разд. 3.2.4, когда каждый элемент струны подвергается дополнительному воздействию некоторой силы, пропорциональной смещению. Уравнение движения, заменяющее (27), будет

$$\varrho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = S \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - hy, \tag{47}$$

где h — новая заданная постоянная. Ясно, что пробное решение (41) будет удовлетворять новому уравнению (47), если выполняется условие

$$\varrho c^2 \varkappa^2 = S\varkappa^2 + h, \tag{48}$$

и мы действительно можем построить решение вида (36). Теперь мы видим, что c не постоянно, а является функ-

цией $\varkappa$ [согласно (48)]. Другой пример, иллюстрирующий дисперсию, можно найти в разд. 5.3, посвященном волнам Лява.

Зависимость такого типа c от $\varkappa$ [а согласно (40) также от длины волны и периода] указывает, что форма возмущения будет в общем случае постепенно изменяться со временем, так как каждая простая гармоническая компонента возмущения, представленная в интеграле (36), будет распространяться со своей собственной фазовой скоростью. Если начальное возмущение локализовано в ограниченной области значений x, а сама среда не ограничена, то отсюда следует, что с течением времени возмущение будет непрерывно расплываться во все более широкий пакет волн. Это явление называется *дисперсией*.

3.3.5.1. Исследуем природу дисперсии для задач, решение которых может быть записано в виде (36), причем c является функцией $\varkappa$. Выберем случай, когда начальное возмущение $y(x, 0)$ ограничено областью $|x| \leqslant a$. Для удобства изложения выберем начальное возмущение симметричным относительно точки $x = 0$, а начальную скорость $\frac{\partial y(x, 0)}{\partial t}$ равной везде нулю.

Предполагаемая симметрия $y(x, 0)$ позволяет заменить (36) на выражение

$$y(x, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty d\varkappa \int_{-\infty}^\infty d\eta \cos(\varkappa\eta) \{f(\eta) \cos[\varkappa(x - ct)] + F(\eta) \cos[\varkappa(x + ct)]\}.$$

Далее, положив $t = 0$ в (36) и используя (35) из начальных условий получаем, что $f(\eta) + F(\eta) = y(\eta, 0)$ и $\left(\text{поскольку вначале } \frac{\partial y}{\partial t} = 0\right)$ $f(\eta) = F(\eta)$. Следовательно, для $x > a$ (для наших целей достаточно рассмотреть бегущие волны) мы имеем

$$y(x, t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty d\varkappa \int_{-\infty}^\infty y(\eta, 0) \cos(\varkappa\eta) \cos[\varkappa(x - ct)]\, d\eta;$$

это можно переписать в виде

$$y(x, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \varphi(\varkappa)(\cos[\varkappa(x - ct)]\, d\varkappa, \tag{49}$$

где

$$\varphi(\varkappa) = \int_0^a y(\eta, 0)\cos(\varkappa\eta)\, d\eta. \tag{50}$$

Мы замечаем, что поскольку

$$\varphi'(\varkappa) = -\int_0^a \eta y(\eta, 0)\sin(\varkappa\eta)\, d\eta,$$

то отсюда следует, что, исключая значения $\varkappa$, для которых $\varphi(\varkappa)$ аномально мало́ [из (50) очевидно, что может существовать ряд таких значений $\varkappa$, зависящих от вида $y(x, 0)$], $\varphi'(\varkappa)$ является величиной порядка $a\varphi(\varkappa)$ или меньше.

Получим теперь приближенное выражение $y(x, t)$ для больших t. Обозначим через $C(\varkappa)$ величину $\frac{d\gamma}{d\varkappa}$, где $\gamma = \varkappa c$. Пусть $\varkappa_r$ будет таким значением $\varkappa$, для которого $\varphi(\varkappa_r)$ не аномально мало́. Мы будем использовать индекс r для обозначения величин, зависящих от $\varkappa$ и взятых в точке $\varkappa = \varkappa_r$. Выберем t из условия

$$t\left(\frac{dC}{d\varkappa}\right)_r^3 \left(\frac{d^2C}{d\varkappa^2}\right)_r^{-2} = \beta(t)\,\varepsilon^{-3}, \tag{51}$$

где $\beta \geqslant 1$, а ε достаточно мало, чтобы было справедливо приближение, которое мы сделаем ниже. Рассмотрим вначале вклад в $y(x, t)$, который мы обозначим как $y_r(x, t)$, от некоторого набора элементов в (49), для которого $|\varkappa - \varkappa_r| \leqslant \varepsilon a^{-1}$. Тогда

$$y_r(x, t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\varepsilon/a}^{\varepsilon/a} \varphi(\varkappa)\cos(\varkappa x - \gamma t)\, d\mu, \tag{52}$$

где $\mu = \varkappa - \varkappa_r$. В (52) мы можем заменить $\varphi(x)$ на $(1 + \delta)\,\varphi(\varkappa_r)$, где δ порядка ε или меньше; это следует из того, что $\varphi'(\varkappa_r)$ порядка или меньше $a\varphi(\varkappa_r)$. Далее,

если

$$\frac{1}{a}\left(\frac{d^2C}{d\varkappa^2}\right)_r \Big/ \left(\frac{dC}{d\varkappa}\right)_r = O(1), \tag{53}$$

то

$$y_r(x, t) \approx \frac{\varphi(\varkappa_r)}{\pi} \int_{-\varepsilon/a}^{\varepsilon/a} \cos\left[(\varkappa_r x - \gamma_r t) + \mu(x - C_r t) - \frac{1}{2}\mu^2\left(\frac{dC}{d\varkappa}\right)_r t\right] d\mu. \tag{54}$$

Мы можем просто вычислить y_r в момент t вблизи точки P_r, в которой $x = C_r t$. При этом вычислении можно пренебречь членом $\mu(x - C_r t)$ в формуле (54), которая в результате принимает вид

$$y_r(x, t) \approx \frac{\varphi(\varkappa_r)}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \cos\left[(\varkappa_r x - \gamma_r t) - \frac{1}{2}\mu^2\left(\frac{dC}{d\varkappa}\right)_r t\right] d\mu. \tag{55}$$

Замена пределов интегрирования $\pm\varepsilon/a$ на $\pm\infty$ законна, так как, согласно (51) и (53),

$$\left(\frac{\varepsilon}{a}\right)^2 \left(\frac{dC}{d\varkappa}\right)_r t = O(\beta\varepsilon^{-1}). \tag{56}$$

Используя формулу

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos\xi^2\, d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} \sin\xi^2\, d\xi = \sqrt{\frac{\pi}{2}},$$

мы затем из (55) получим искомое асимптотическое выражение

$$y_r(x, t) \approx \frac{\varphi(\varkappa_r)}{\sqrt{{}^1/_2\pi\,|(dC/d\varkappa)_r|\,t}} \cos\left(\varkappa_r x - \gamma_r t \mp \frac{1}{4}\pi\right), \tag{57}$$

в котором нижний или верхний знак выбирается в соответствии с тем, положительна или отрицательна величина $\left(\frac{dC}{d\varkappa}\right)_r$. Таким образом, y_r в момент t имеет вблизи точки P_r вид простой гармонической волны с длиной волны $2\pi/\varkappa_r$ и согласно (56) с амплитудой порядка $\beta^{-1/2}\varepsilon^{3/2}\varphi(\varkappa_r)/a$.

По мере возрастания расстояния от точки P_r в (54) начинает играть существенную роль член $\mu(x - C_r t)$, что приводит к уменьшению амплитуды волны. Если для данного значения t

$$|x - C_r t| = \alpha(x)\beta\varepsilon^{-2} a, \tag{58}$$

то при достаточно большом α мы можем в соответствии с (56) и (58) пренебречь членом с μ^2 в (54). Производя после этого интегрирование, получим

$$y_r(x, t) \approx \frac{2}{\pi}\varphi(\varkappa_r)(x - C_r t)^{-1} \times \\ \times \sin\left[\varepsilon\frac{x - C_r t}{a}\right]\cos(\varkappa_r x - \gamma_r t). \tag{59}$$

Соотношение (59) соответствует цугу волн с длиной волны $2\pi/\varkappa_r$, который локализован в области размерами порядка $a\pi/\varepsilon$ из-за наличия множителя, содержащего синус. Максимальное значение амплитуды в области, возмущенной цугом волн, постепенно уменьшается по мере роста величины $|x - C_r t|$; согласно (58) порядок этого максимума в $\alpha^{-1}\beta^{-1/2}\varepsilon^{1/2}$ раз больше амплитуды в точке P_r (что также справедливо, если α близко к единице). Следовательно, совершенно очевидно, что в момент времени t y_r дает основной вклад в y в окрестности точки $x = C_r t$.

Расстояние в момент t между P_r и точкой, соответствующей следующей пучности, приблизительно равно $\left(\frac{dC}{d\varkappa}\right)_r\left(\frac{2\varepsilon}{a}\right) t$, что согласно (56) является величиной порядка $\beta\varepsilon^{-2}a$. Таким образом, влияние в точке P_r следующей пучности будет, грубо говоря, сводиться к произведению $\beta^{-1/2}\varepsilon^{1/2}$ на величину эффекта от пучности, центр которой находится в точке $\varkappa_r$. Далее можно найти, что в момент времени t (достаточно большой) суммарный эффект в точке P_r от всех остальных пучностей будет в общем мал по сравнению с эффектом от пучности с центром в точке $\varkappa_r$. Следовательно, в общем случае правая часть формулы (57) дает хорошее приближение для величины y в момент времени t в точке P_r. Получить этот результат с помощью одних только элементарных методов пред-

ставляется затруднительным. В книге Джеффриса (J e f f r e y s, Operational Methods in Mathematical Physics, Cambridge Univ. Press, 1931) дано весьма изящное рассмотрение дисперсии с помощью «метода перевала».

3.3.5.2. Подводя итог предыдущего обсуждения, мы приходим к выводу (рис. 13), что главный эффект в момент t достаточно большой) в точке x возникает в основном от

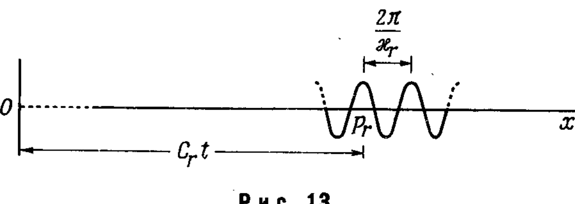


Рис 13.

пучности с длиной волны, близкой к $2\pi/\varkappa_r$ и имеющей приближенно вид (57), где $\varkappa_r$ таково, что выполняется соотношение

$$\left(\frac{d\gamma}{d\varkappa}\right)_r = C_r = \frac{x}{t} .$$

Отсюда следует, что по мере увеличения времени исходное возмущение непрерывно трансформируется в группы простых гармонических колебаний, причем каждая группа имеет свою длину волны и распространяется со своей *групповой скоростью* $C(\varkappa)$, где

$$C(\varkappa) = \frac{d\gamma}{d\varkappa} = \frac{d(\varkappa c)}{d\varkappa} . \tag{60}$$

Меру дисперсии, имеющей место в момент t, можно оценить путем детального рассмотрения уравнений типа (51).

Из формулы (60) непосредственно видно, что когда имеется дисперсия, то в общем случае групповая скорость C отличается от фазовой скорости c.

Заметим также, что основной эффект (57) связан с такими значениями $\varkappa$, которые делают подынтегральное выражение в формуле (49) стационарным (не стремящимся к нулю с ростом t).

3.3.5.3. Для усложненной задачи о колебании струны, изложенной ранее в разд. 3.3.5, групповая скорость согласно (48) и (60) будет

$$C = \frac{S}{c\varrho} = \frac{S\varkappa}{\gamma\varrho}. \tag{61}$$

3.3.5.4. На практике могут встретиться случаи, представляющие исключения из полученных выше результатов. Мы уже отмечали в разд. 3.3.5.1, что в зависимости от вида начального возмущения может иметься ряд значений $\varkappa$, для которых $\varphi(\varkappa)$ будет аномально мало; для этих значений соответствующие цуги волн, как указывается правой частью (57), не могут наблюдаться в обычных условиях.

Заметим далее, что формула (57) перестает быть справедливой для любого цуга волн, для которого нарушается предположение (53). Это имеет место для таких значений $\varkappa$, для которых $\frac{dC}{d\varkappa}$ аномально мало, т. е. в окрестности стационарных значений C. Джеффрис показал, что такие стационарные значения могут встречаться в широком классе задач, например когда c является четной функцией $\varkappa$, конечной при любых значениях $\varkappa$. (Укажем, что при этих обстоятельствах некоторые области значений C могут лежать за пределами области значений c.) Предположим, C является стационарным (скажем, имеет минимум), когда $\varkappa = \varkappa_s$. Тогда приближенное выражение для $y_s(x, t)$, аналогичное (54), должно включать дополнительный член с μ^3 в подынтегральном выражении. Следовательно, вместо (56) нам необходимо выбрать t таким, чтобы выполнялось условие

$$\left(\frac{\varepsilon}{a}\right)^3 \left(\frac{d^2C}{d\varkappa^2}\right)_s t = O(\gamma\varepsilon^{-1}), \tag{62}$$

где $\gamma(t) \gg 1$. Джеффрис с помощью интеграла Эйри исследовал вид вклада y_s, обусловленного колебанием с размерами в длину волны $2\pi/\varkappa_s$. Максимальное значение y_s будет порядка $\gamma^{-1/3}\varepsilon^{4/3}\varphi(\varkappa_s)/a$; оно достигается, скажем, вблизи точки M_s, удаленной в сторону распространения возмущения на расстояние, равное примерно $\gamma^{1/3}\varepsilon^{-4/3}a$, от точки P_s, для которой $x = C_s t$. Позади M_s

амплитуда непрерывно уменьшается, спадая весьма быстро позади P_s. Впереди M_s имеется цуг волн, максимум в котором уменьшается медленно и монотонно с ростом x. Поскольку согласно (62) γ растет с ростом t, то, следовательно, расстояние P_sM_s монотонно возрастает со временем. Кроме того, в связи с тем, что максимальная амплитуда в этом случае пропорциональна $\gamma^{-1/3}$, т. е. [согласно (62)] $t^{-1/3}$, в то время как максимальная амплитуда в (57) пропорциональна $\beta^{-1/2}$, т. е. [согласно (56)] $t^{-1/2}$, отсюда следует, что максимальная амплитуда s-й группы волн со временем становится исключительно большой по сравнению с максимальной амплитудой в обычной группе волн. Таким образом, группа, соответствующая стационарному значению C, будет обладать относительно большими амплитудами.

3.3.6. Энергия плоской волны

Рассмотрим волну простого типа, изученную в начале разд. 3.3. В произвольный момент времени кинетическая и потенциальная энергии такой колеблющейся системы (или среды), заключенной между плоскостями $x = x'$ и $x = x''$, могут быть записаны в виде

$$\frac{1}{2}\, a \int\limits_{x'}^{x''} \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 dx \quad \text{и} \quad \frac{1}{2}\, b \int\limits_{x'}^{x''} \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 dx \qquad (63)$$

соответственно, где a и b — постоянные. (В порядке упражнения читатель может это проверить для случая колебаний сплошной струны, разд. 3.2.4.) С помощью принципа Гамильтона мы можем показать, что

$$a\,\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = b\,\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\,, \qquad (64)$$

где фазовая скорость c равна $(b/a)^{1/2}$.

Если вместо y в (63) подставить $f\,(x - ct)$, то найдем, что эта функция является решением. Отсюда следует, что в распространяющейся вправо (или влево) плоской волне энергия в произвольный момент времени равна полусумме кинетической и потенциальной энергий. Другой представляющий интерес вывод этого положения, который принадлежит Релею, можно найти в книге Лэмба

(Lamb, Hydrodynamics, Cambridge Univ. Press, 1930, § 174). Отметим также соответствие между этим заключением и результатами, касающимися средней энергии, установленными в конце разд. 3.2.1.

Заменив в (63) y на ky, где k — произвольная постоянная, мы увидим, что энергия при этом умножается на k^2. Таким образом, для набора волн одинакового вида, которые отличаются только величиной своих амплитуд, энергии будут пропорциональны квадратам соответствующих амплитуд.

В некоторых задачах удобно использовать понятие *плотности энергии*, обозначаемой через w. Это энергия, отнесенная к единице объема среды. При отсутствии диссипации энергии мы можем записать уравнение сохранения энергии в виде, аналогичном 2 (23), т. е.

$$\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_i}(wv_i)=0, \qquad (65)$$

где v_i — скорость переноса энергии.

В случае одного измерения (65) принимает вид

$$\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(wv)=0, \qquad (65a)$$

где теперь w — энергия на единицу длины в направлении распространения волны.

В качестве примера использования этого уравнения мы можем проверить, что в случае, когда возмущение распространяется без изменения своего вида, энергия переносится в этой среде с фазовой скоростью c. Для доказательства образуем w с помощью (63) для рассматриваемого случая:

$$w=\frac{1}{2}a\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2+\frac{1}{2}b\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2. \qquad (66)$$

Следовательно,

$$\frac{\partial w}{\partial t}=a\frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}+b\frac{\partial y}{\partial x}\frac{\partial^2 y}{\partial x\,\partial t},$$

что, согласно (64), равно

$$b\frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}+b\frac{\partial y}{\partial x}\frac{\partial^2 y}{\partial x\,\partial t}=$$
$$=-\frac{\partial}{\partial x}\left(-b\frac{\partial y}{\partial t}\frac{\partial y}{\partial x}\right).$$

Имея это в виду и с помощью (65а) для скорости переноса энергии получаем $-\left[b\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)\right]\Big/ w$; подставляя $y=f(x-ct)$ в это выражение, находим, что скорость переноса энергии равна c.

При наличии дисперсии выражение (66) для плотности энергии необходимо видоизменить. Например, для задачи о колебании струны, разобранной в разд. 3.3.5, мы будем иметь вместо (66) выражение

$$w=\frac{1}{2}\varrho\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2+\frac{1}{2}S\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2+\frac{1}{2}hy^2. \tag{67}$$

Тогда с помощью (47), (65а) и (67) легко показать, что местная скорость переноса энергии в момент t равна $-S\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)\Big/ w$. Это выражение аналогично соответствующему результату предыдущего абзаца. Но из (57) следует, что y теперь, по существу, пропорционально $t^{-1/2}\cos[\varkappa(x-ct)\mp\pi/4]$, где $\varkappa$ и c относятся к рассматриваемым значениям x, t. Если мы затем определим $\frac{\partial y}{\partial t}$ и $\frac{\partial y}{\partial x}$, опуская члены порядка $t^{-3/2}$ (t предполагается большим), то, производя усреднение по длине волны, найдем, что скорость переноса энергии в окрестности заданных t, x равна соответствующей групповой скорости. Можно показать, что этот результат справедлив вообще для всех случаев дисперсии, рассмотренных выше.

3.3.7. Распространение плоских волн в произвольном направлении

До сих пор мы рассматривали распространение плоских волн вдоль одной из осей координат. Если же вместо этого направление распространения характеризуется направляющими косинусами l_i ($i=1, 2, 3$), то с помощью преобразования координат мы получим из (34), (38) и (41) аналоги соответствующих уравнений:

$$y=f(l_ix_i-ct)+F(l_ix_i+ct), \tag{68}$$

$$y=A\cos[\varkappa(l_ix_i-ct)+\varepsilon], \tag{69}$$

$$y=A\exp\{i[\varkappa(l_ix_i-ct)]+\varepsilon\}, \tag{70}$$

где использовано правило суммирования.

3.4. ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ

Вообще говоря, имеется большое число уравнений, связанных с задачей распространения волн. Одно из них имеет фундаментальное значение. Мы имеем в виду классическое волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 y, \tag{71}$$

где c — постоянная, а $\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$. Уравнение (33) является одномерной формой (71).

Каждое из выражений (68) — (70) является частным решением (71) для произвольного направления l_i, в чем можно убедиться непосредственной подстановкой. Следовательно, линейная комбинация плоских волн любого вида, распространяющихся в произвольном направлении с одинаковой скоростью c без изменения своей формы, представляет собой решение (71).

3.4.1. Случай сферической симметрии

В случае сферической симметрии задачи (скажем, с центром симметрии в точке O) общее решение уравнения (71) получить просто. Если обозначить через r расстояние от центра симметрии O, то в сферической системе координат (71) может быть преобразовано к виду

$$\frac{\partial^2 (ry)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 (ry)}{\partial r^2}. \tag{72}$$

Сравнение с (33) и (34) показывает, что общее решение уравнения (72) имеет вид

$$y = r^{-1} [f(r - ct) + F(r + ct)]. \tag{73}$$

Формула (73) отличается от одномерного результата (34) только тем, что вместо x стоит r и имеется дополнительный амплитудный множитель r^{-1}. Таким образом, решение (73) соответствует распространению *сферической волны*. В любой заданный момент времени значение y постоянно на поверхности любой сферы с центром в точке O. Во многих простых физических приложениях слагаемое с F не нужно. Тогда в виде решения остается $y = r^{-1} f(r - ct)$,

что соответствует расходящейся со скоростью c сферической волне, амплитуда которой обратно пропорциональна расстоянию от точки P. Заметим также, что в этом случае для любого момента времени мы имеем сферический *волновой фронт*.

3.4.2. Общее решение

Вид общего решения волнового уравнения (71) был установлен Кирхгофом [доказательство можно найти, например, в книге Джинса (J e a n s, Electricity and Magnetism, Cambridge Univ. Press., 1927, § 580)]. Это решение выражает $y_P(t)$ — значение y в момент t в точке P — через интеграл по произвольной замкнутой поверхности S, окружающей точку P. Для удобства мы используем здесь квадратные скобки для обозначения того обстоятельства, что функция вычисляется в точке Q, расположенной на поверхности S, и берется в момент $t-(r/c)$, где r — расстояние PQ. Тогда результат будет иметь вид

$$y_P(t)=\frac{1}{4\pi}\iint\left\{\frac{1}{cr}\frac{\partial r}{\partial \nu}\left[\frac{\partial y}{\partial t}\right]-\right.$$
$$\left.-[y]\frac{\partial}{\partial \nu}\left(\frac{1}{r}\right)+\frac{1}{r}\left[\frac{\partial y}{\partial \nu}\right]\right\}dS, \qquad (74)$$

где интегрирование ведется по поверхности S, а $\delta\nu$ представляет элемент внешней нормали в произвольной точке поверхности S.

Мы видим, что для любой точки Q, расположенной на поверхности S, момент времени, в который вычисляются функции, заключенные в квадратные скобки, меньше t на величину PQ/c. Это как раз то время, за которое возмущение, распространяющееся со скоростью c, пройдет по прямой расстояние от Q до P. В правую часть формулы (74) y входит только в квадратных скобках; следовательно, $y_P(t)$ полностью определяется суммарным эффектом от возмущений, распространяющихся со скоростью c из всех точек поверхности S к точке P. Этот результат согласуется с тем, чего можно было ожидать на основании решения (68), которое указывает на распространение возмущений со скоростью c в любом направлении.

Далее мы видим, что любая возмущенная малая область может рассматриваться как *вторичный источник*, испускающий вторичные возмущения во всех направлениях. Это соответствует принципу Гюйгенса в оптике, а последующие эффекты суперпозиции в произвольной точке P — интерференционным принципам Френеля и Юнга. Эти результаты, естественно, имеют общее значение и применимы не только в оптике.

3.5. ДВУМЕРНОЕ ВОЛНОВОЕ ДВИЖЕНИЕ

Двумерная форма волнового уравнения (71) будет:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial x_2^2} \right). \tag{75}$$

Здесь мы рассмотрим решение уравнения (75) для частного случая, когда y имеет центр симметрии в точке O. Переходя к полярным координатам (r, θ), мы получим из (75) для этого случая

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial y}{\partial r} \right). \tag{76}$$

Решение последнего уравнения не получается столь просто, как в трехмерном случае (разд. 3.4.1) и выражается через функции Бесселя. В соответствии с методом, указанным в разд. 3.3.4, мы выберем пробное решение (76) аналогично (46) в виде $y = R(r)\, T(t)$, где R и T — функции только r и t соответственно. Подстановка в (76) дает

$$\frac{1}{c^2 T} \frac{d^2 T}{dt^2} = \frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{rR} \frac{dR}{dr}. \tag{77}$$

В (77) левая сторона не зависит от r, а правая — от t; следовательно, обе части уравнения постоянны и равны, скажем, $-\varkappa^2$. Поэтому из (77) вытекает, что

$$T = C \cos(\varkappa ct + \varepsilon), \tag{78}$$

где C, ε — постоянные, а также

$$r^2 \frac{d^2 R}{dr^2} + r \frac{dR}{dr} + \varkappa^2 r^2 R = 0. \tag{79}$$

Уравнение (79) сводится к уравнению Бесселя нулевого порядка для $R=R(\varkappa r)$, и решение его может быть представлено в виде:

$$R=AJ_0(\varkappa r)+BY_0(\varkappa r), \tag{80}$$

где A, B — постоянные интегрирования,

$$J_0(x)=1-\frac{x^2}{2^2}+\frac{x^4}{2^2\cdot 4^2}-\frac{x^4}{2^2\cdot 4^2\cdot 6^2}+\ldots \tag{81}$$

и

$$Y_0(x)=J_0(x)\lg x+\frac{x^2}{2^2}-\frac{x^4}{2^2\cdot 4^2}\left(1+\frac{1}{2}\right)+ \\ +\frac{x^6}{2^2\cdot 4^2\cdot 6^2}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)-\ldots; \tag{82}$$

$J_0(x)$ и $Y_0(x)$ — функции Бесселя нулевого порядка первого и второго рода соответственно. Таким образом, согласно (78) и (80) решение (76) будет:

$$y=[AJ_0(\varkappa r)+BY_0(\varkappa r)]\cos(\varkappa ct+\varepsilon); \tag{83}$$

более общее решение может быть получено путем суперпозиции гармоник (83) с различными значениями $\varkappa$.

Можно показать[1]), что для больших x

$$J_0(x)\approx\left(\frac{2}{\pi x}\right)^{1/2}\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right) \tag{84}$$

и

$$Y_0(x)\approx\left(\frac{2}{\pi x}\right)^{1/2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right) \tag{85}$$

с точностью до членов порядка $x^{-3/2}$. Из (83) — (85) вытекает, что на больших расстояниях от области начальных возмущений амплитуда обратно пропорциональна корню квадратному из расстояния до центра симметрии. Это свойство играет важную роль в теории распространения поверхностных сейсмических волн.

3.6. ЛУЧЕВАЯ ТЕОРИЯ И ДИФРАКЦИЯ

Вернемся теперь к вопросам распространения волн в трехмерном пространстве и введем понятие лучей.

---

[1]) См. сноску на стр. 77, ч. II, § 17.5 и 17.6.

3.6.1. Лучи в однородной среде

Рассмотрим распространение волн в однородной среде от начального возмущения, которое полностью симметрично относительно центра O и заключено внутри малой сферы, окружающей точку O.

Пусть c — скорость распространения волн в рассматриваемой среде. Тогда из (73) вытекает, что по прошествии времени t возмущение будет локализовано в окрестности поверхности сферы с центром в точке O и радиусом ct. Посмотрим теперь, что будет происходить по мере возрастания времени в конусе с малым телесным углом, или пучке лучей, вершина которого находится в точке O. Если подойти к вопросу с позиций общего решения, приведенного в разд. 3.4.2, то мы увидим, что все вторичные возмущения, как это было пояснено в разд. 3.4.2, должны интерферировать друг с другом таким образом, чтобы в результате рассматриваемая часть возмущения распространялась как целое со скоростью c вдоль оси конуса. Следовательно, при данных условиях ситуация оказывается полностью эквивалентной прямолинейному распространению малых частей возмущения вдоль *лучей*, как это происходит в геометрической оптике. В любой данный момент времени каждый луч распространяется наружу по направлению нормали к волновому фронту.

3.6.2. Лучи в неоднородной среде

Если свойства среды изменяются от точки к точке, как это имеет место в случае Земли, то фазовая скорость не является больше постоянной, а будет функцией положения точки. В этом случае по прошествии времени t после возникновения возмущения волновой фронт, вообще говоря, не будет сферой, даже если начальное возмущение сферически симметрично. Но и в этом случае может быть использована концепция лучей, которые направлены по нормалям к волновому фронту; конечно, теперь уже лучи не будут прямолинейными.

Рассмотрим прохождение волн через область, линейные размеры которой малы по сравнению с местным радиусом кривизны волнового фронта, а также малы по срав-

нению с расстоянием до места, в котором произошло начальное возмущение. Тогда с хорошей точностью эти волны можно рассматривать как плоские волны. (Эти условия имеют отношение ко многим волновым задачам и, в частности, к задачам сейсмологии; таким образом, анализ, проведенный в разд. 3.2 и 3.3, может быть непосредственно перенесен и на ряд трехмерных задач.)

Если в окрестности такой области расположена поверхность разрыва (радиус кривизны ее достаточно велик), по обе стороны от которой фазовые скорости имеют различные, но конечные значения, то для определения характера отраженных и преломленных волн можно использовать теорию плоских волн. Для случая упругих волн это выполнено в гл. 6, где найдено (разд. 6.1), что соответствующие законы распространения упругих волн аналогичны законам отражения и преломления геометрической оптики.

Среду с непрерывным изменением свойств можно рассматривать как предельный случай большого числа однородных слоев, разделенных поверхностями разрыва, причем свойства соседних слоев различаются незначительно. Совершенно очевидно, что и в этом случае существуют лучи, но в отличие от случая однородной среды они искривлены.

Можно показать, что во всех этих случаях лучи подчиняются *принципу Ферма*. Согласно этому принципу, реальный луч, соединяющий две точки среды, отличается от всех возможных лучей тем, что время распространения этого луча экстремально (минимально).

В гл. 8 в рамках теории упругости будет рассмотрен вопрос о переносе энергии вдоль пути лучей. Будет показано (разд. 8.5.1), что в среде с непрерывно изменяющимися свойствами энергия переносится вдоль лучей с пренебрежимо малыми потерями в пути.

3.6.3. Дифракция

Если рассматриваемая область содержит поверхности разрыва с кривизной, много большей кривизны падающего волнового фронта, то отраженный и преломленный волновые фронты будут сильно искривлены, а лучевая теория (основанная на существовании конусов с малыми телес-

ными углами, внутри которых распространяются возмущения) уже не будет полностью применима. В этом случае говорят, что волны *дифрагируют*. В некоторых случаях, когда дифракционные эффекты обусловлены наличием малых препятствий или мелкомасштабных структурных неоднородностей в среде, эффекты такого типа могут рассматриваться как *рассеяние* волн.

Дифракцию будут вызывать также резкие границы перед волновым фронтом. Например, если на пути пучка поместить экран, то часть волн попадет в такие области за экраном, которые по лучевой теории должны были бы оставаться совершенно не освещенными; это явление обусловлено резким краем экрана, расположенным перед волновым фронтом.

Аналогичные явления могут происходить и с упругими волнами. Так, Джеффрис проиллюстрировал этот эффект на примере продольных упругих волн, распространяющихся внутри цилиндра (вдоль его оси), расположенного в твердом теле. По мере распространения волн вдоль цилиндра на его поверхности будут возникать переменные напряжения, которые, воздействуя на внешнюю среду, приводят к дифракционным эффектам в окаймляющей цилиндр области.

Явление дифракции также существенно вблизи центра области начального возмущения, где нарушаются условия применимости лучевой теории. Следовательно, применять лучевую теорию к области фокуса нельзя.

Однако важно отметить, что, даже если дифракционные эффекты существенны, все равно время прибытия в любую точку среды головной части первого возмущения определяется принципом Ферма. Это положение является следствием общего решения, рассмотренного в разд. 3.4.2.

В том случае, когда дифракционные эффекты существенны, необходим анализ каждой конкретной задачи. Общих методов для решения произвольных задач дифракции не существует.

Лучевая теория применяется во многих (но не во всех) задачах сейсмологии. Это будет продемонстрировано в последующих главах.

4

ОБЪЕМНЫЕ УПРУГИЕ ВОЛНЫ

Перейдем теперь к исследованию особенностей прохождения упругих возмущений через материальную среду. Вначале предположим, что вещество однородное, изотропное и идеально упругое, и будем пользоваться линейной теорией упругости. Выберем невозмущенное состояние материала за исходное и не будем принимать во внимание возможные локальные эффекты флуктуаций внешних сил при прохождении упругого возмущения через среду. А затем уже мы покажем, каким образом следует модифицировать изложенную простую теорию, чтобы она была применима к прохождению сейсмических волн через Землю.

4.1. ВОЛНЫ P и S

При сделанных предположениях соответствующими уравнениями движения будут [2(34)] при $X_i = 0$, т. е.

$$\varrho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (\lambda + \mu)\frac{\partial \theta}{\partial x_i} + \mu \nabla^2 u_i. \qquad (1)$$

Продифференцируем обе части (1) по x_i (в соответствии с правилом суммирования эта операция включает также суммирование результатов дифференцирования для каждого значения $i = 1,\ 2,\ 3$) и, используя 2(22), получим

$$\varrho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu)\, \nabla^2 \theta = \left(k + \frac{4}{3}\mu\right) \nabla^2 \theta, \qquad (2)$$

так как согласно 2(35) $\lambda = k - {}^2/_3\mu$. Применяя операции rot к обеим сторонам (1), получаем

$$\varrho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \operatorname{rot} u_i = (\lambda + \mu) \operatorname{rot} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right) + \mu \nabla^2 \operatorname{rot} u_i.$$

Однако типичная компонента $\operatorname{rot} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right)$ имеет вид

$$\left(\frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right),$$

что равно нулю. Следовательно,

$$\varrho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \operatorname{rot} u_i = \mu \nabla^2 \operatorname{rot} u_i. \quad (3)$$

Уравнения (2) и (3) представляют разновидности волнового уравнения 3(71) и, таким образом, допускают простую интерпретацию. Согласно (2) *дилатационное* (или *неротационное*) возмущение[1] θ может распространяться в среде со скоростью α, где

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\varrho}} = \sqrt{\frac{k + {}^4/_3\mu}{\varrho}}. \quad (4)$$

Согласно (3), *ротационное* (или *бездилатационное*) возмущение[2] может распространяться со скоростью β, где

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\varrho}}. \quad (5)$$

Отметим, что $\beta < \alpha$. В сейсмологии эти два типа волн называются соответственно *первичными* P, или волнами «сжатия», и *вторичными* S, или волнами «дрожания». В обоих рассматриваемых случаях скорости волн зависят только от упругих параметров и плотности среды, а явление дисперсии не имеет места. При распространении сейсмических волн физические условия таковы, что следует использовать адиабатические значения упругих постоянных λ, μ, k.

---

[1] В русской литературе такие возмущения называют *продольными*, а волны — соответственно продольными волнами.— *Прим. перев.*

[2] В русской литературе такие возмущения называют *поперечными*, а волны — соответственно поперечными волнами.— *Прим. перев.*

В частности, если $\mu = 0$, тогда согласно (5) и $\beta = 0$. Следовательно, поперечные волны не проходят через вещество с нулевой жесткостью. Об этом уже говорилось в разд. 2.5.6 в связи с различием между жидким и твердым состояниями.

Пользуясь случаем, укажем также, что если $k/\varrho \to \infty$, а μ/ϱ конечно, то только поперечные волны характеризуются конечной скоростью. Этот результат составляет основу старой теории света и электромагнетизма, исходящей из идеи «несжимаемого твердого эфира».

4.1.1. Случай плоских волн

На достаточном удалении от источника первоначального возмущения волны можно рассматривать как плоские. Поскольку расстояние до станций, регистрирующих смещение почвы при землетрясении, обычно велико по сравнению с размерами первоначально возмущенной области очага, то этот случай подходит к многим проблемам сейсмологии. В этом случае смещения, связанные с P- и S-волнами, фактически являются *продольными* и *поперечными* соответственно. Поперечный характер S-волн вытекает также из теории, описанной в разд. 3.3.3., поскольку всегда $\operatorname{div} \operatorname{rot} u_i = 0$.

Теорию плоских волн можно развить независимо от уравнений (2) и (3). Это достигается подстановкой пробного решения [3(70)] в виде

$$u_i = A_i \exp[i\varkappa(l_j x_j - ct)], \tag{6}$$

где $l_j^2 = 1$, в уравнение (1). После исключения трех постоянных A_i из получившихся уравнений, мы находим, что (6) лишь тогда будет решением (1), если квадрат скорости c удовлетворяет кубическому уравнению, корнями которого являются α^2, β^2, β^2, причем α, β определяются формулами (4) и (5) соответственно. Найденные таким образом скорости α, β, как и прежде, связаны с продольными и поперечными волнами соответственно. Отсюда следует, что типы волн, описанные в предыдущем абзаце, являются единственно возможными типами объемных плоских волн.

Мы видим также, что оба типа волн P и S независимы друг от друга и могут быть плоско поляризованы. В сейсмологии приняты следующие обозначения: S-волна, в которой все частицы среды движутся в горизонтальной плоскости, обозначается SH; S-волна, в которой все частицы движутся в вертикальной плоскости, содержащей также направление распространения волны, обозначается SV.

4.1.2. Соотношения Пуассона

Для многих твердых тел, и в частности для большинства горных пород Земли, обнаружено, что значения обоих упругих параметров λ и μ близки между собой. Приближение, при котором λ и μ полагаются равными, называется соотношением Пуассона. Оно может быть выражено любым из следующих уравнений:

$$\lambda = \mu, \quad k = \frac{5}{3}\mu, \quad \sigma = \frac{1}{4}, \quad \alpha = \beta\sqrt{3}, \quad \alpha^2 = \frac{3\mu}{\varrho}. \qquad (7)$$

В ряде рассматриваемых ниже задач удобно предположить, что соотношение Пуассона выполняется. Такое упрощение заметно сокращает выкладки и позволяет получать достаточно точные ответы для задач, решение которых в общем виде весьма громоздко.

4.2. УЧЕТ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ

Рассмотрим теперь вопрос о том, какого типа возмущений следует ожидать в достаточно удаленных точках вслед за возникновением начального возмущения, локализованного внутри некоторой ограниченной области. Мы разберем два частных случая для начальных возмущений, которые, несмотря на свою простоту, могут служить удобной основой для исследования движений в Земле, происходящих в результате землетрясения.

Предположим, что волна сжатия образована мгновенным приложением давления внутри сферы радиуса a с центром в точке O (внутри данной среды), причем давление симметрично относительно точки O. Пусть r обозначает расстояние от O, t — время и $H(t)$ — единичную функцию Хевисайда [$H(t) = 0$ при $t < 0$ и $H(t) = 1$

при $t > 0$]. Тогда предположим, что при $t < 0$ смещение везде равно нулю и что давление $AH(t)$ (A — постоянная), равномерно распределенное по сфере радиуса a, воздействует на окружающую среду. Из теории, изложенной в гл. 3, вытекает, что в любой точке, расположенной на расстоянии $r > a$, смещения остаются равными нулю вплоть до момента времени t_1, где $t_1 = (r - a)/\alpha$. Джеффрис показал [считая справедливым условие Пуассона (7)], что для $t > t_1$ радиальное поле смещений u_r дается выражением

$$u_r = \frac{Aa^3}{4\mu r^2}\left\{1 + \left[\left(\frac{r}{a} - \frac{1}{2}\right)\sqrt{2}\sin\left(\frac{2\sqrt{2}\alpha t'}{3a}\right) - \cos\left(\frac{2\sqrt{2}\alpha t'}{3a}\right)\right]\exp\left(-\frac{2\alpha t'}{3a}\right)\right\}, \quad (8)$$

где $t' = t - t_1$. Если точка наблюдения достаточно удалена от центра и t' не слишком велико, то из (8) получаем

$$u_r \approx \frac{\sqrt{2}\,Aa^2}{4\mu r}\sin\left(\frac{2\sqrt{2}\alpha t'}{3a}\right)\exp\left(-\frac{2\alpha t'}{3a}\right). \quad (9)$$

Когда $t' = 0$, экспоненциальный множитель в (9) равен единице. Множитель с синусом первый раз после $t = 0$ проходит через нуль при $t' \approx 3{,}4a/\alpha$. Значение экспоненциального множителя при этом уменьшается примерно до 0,1. После этого момента правая сторона (8) будет мала по сравнению с величиной своего первого максимума. Таким образом, смещение в среде в произвольной точке, для которой r/α велико, представляет, по существу, единичное колебание (всплеск) от нулевого состояния, вслед за которым смещение быстро убывает до нуля.

Предположим далее, что поперечная волна генерируется источником в виде импульса тангенциального напряжения, воздействующего на сферу радиуса $r = a$ и симметричного относительно диаметра сферы. Пусть r, θ, φ — сферические полярные координаты с началом в точке O и пусть напряжение на поверхности сферы $r = a$ будет равно $-AH(t)\sin\theta$ в направлении возрастания φ.

Тогда в какой-либо точке r вне сферы смещения отсутствуют до момента t_2, где $t_2 = (r - a)/\beta$. Для моментов $t > t_2$ Джеффрис получил искомое выражение, аналогичное формуле (8) для соответствующей компоненты смещения u_φ. Когда r/a велико, а $t - t_2 = t''$ не слишком велико, то приближенная формула, аналогичная (9), будет иметь вид

$$u_\varphi \approx \frac{2Aa^2}{\sqrt{3}\,\mu r} \sin\left(\frac{\sqrt{3}\beta t''}{2a}\right) \exp\left(-\frac{3\beta t''}{2a}\right). \tag{10}$$

Этот результат по своему виду подобен (9), но численные значения коэффициентов несколько отличаются от тех, которые входят в (9). Теперь значение t'', для которого

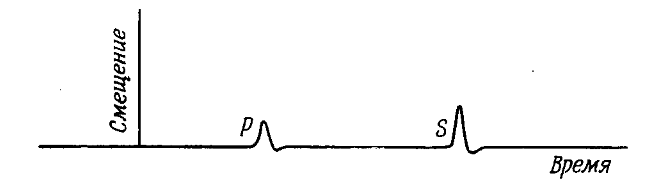


Рис. 14.

синус проходит первый раз после $t'' = 0$ через нуль, равно $3{,}6a/\beta$. При этом экспоненциальный множитель в (10) убывает еще быстрее, чем это было в (9).

Поскольку P- и S-волны распространяются независимо, мы можем сложить эффекты, рассмотренные в двух последних абзацах. Тогда мы будем иметь условия, соответствующие гипотетическому простому землетрясению, излучающему оба типа волн P и S в однородную среду.

В этих условиях график смещений в достаточно удаленной точке от места возникновения землетрясения будет иметь вид, показанный на рис. 14 (конечно, при всех сделанных выше предположениях). Существенными особенностями этого графика являются видимое отсутствие цуга волн и существование спокойного интервала между прибытиями P- и S-возмущений.

4.3. ФОРМА ДВИЖЕНИЙ ПОЧВЫ, ВЫЗЫВАЕМАЯ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕМ

Известно, что при реальном землетрясении смещения в любой точке земной поверхности заметно отличаются от графика, показанного на рис. 14. На рис. 15 показана начальная часть записи одной из компонент движения почвы, зарегистрированной сейсмографом после начала

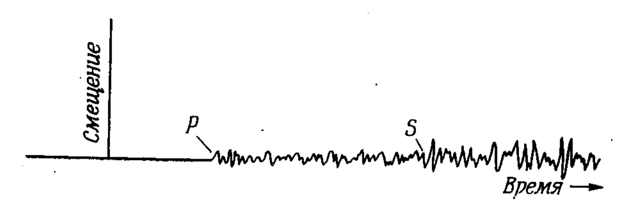


Рис. 15.

типичного реального землетрясения; стрелками показаны моменты первых вступлений P- и S-волн. Мы замечаем, что вслед за первыми вступлениями P- и S-волн тянутся цуги волн и что отсутствует спокойный интервал, разделяющий эти два события.

Рассмотрим теперь возможные причины, которыми можно было бы объяснить наличие большего числа колебаний на записях землетрясений. К ним мы отнесем: а) наличие более сложных начальных условий, чем это было принято в разд. 4.2; б) флуктуации в местных значениях поля силы тяжести во время прохождения возмущения через среду [напомним, что мы пренебрегали членом ϱX_i при выводе уравнения (1)]; в) отклонение реальных сред от идеальной упругости; г) отклонения от условий однородности в реальной Земле.

Что касается первой причины, то ясно, что начальные условия, выбранные в разд. 4.2, конечно, проще начальных условий, имеющих место при реальных землетрясениях. Начальное возмущение среды, обусловленное землетрясением, обычно должно продолжаться конечный интервал времени, а если имеет место несколько различных начальных возмущений сравнимой величины и происхо-

дящих в этот же интервал времени, то согласно принципу суперпозиции в удаленной точке должно наблюдаться несколько различных P- и S-импульсов. Однако легко заметить, что интервал между этими импульсами не должен зависеть от удаления точки, в которой производится наблюдение, от источника возмущения. Это обстоятельство может быть использовано для решения вопроса о том, может ли положение (а) быть причиной обычно наблюдаемых колебательных движений почвы. Часть землетрясений действительно обнаруживает отмеченные особенности P- и S-импульсов. Впервые достоверные результаты о существовании таких кратных землетрясений были получены Стоунли, который провел статистический анализ записей Монгольского землетрясения от 10 августа 1931 г., полученных в различных сейсмических обсерваториях. Стоунли показал, что имелись два толчка сравнимой интенсивности, разделенных интервалом примерно в 33 *сек*, и, вероятно, еще два толчка между двумя основными.

Однако так же хорошо установлено, что большинство землетрясений не являются кратными. Та часть начального возмущения, которая ответственна за излучение основного количества упругой энергии, происходит за короткий промежуток времени. При землетрясении условия близки к тем, которые имеют место при приложении мгновенного начального импульса (как это предполагалось в разд. 4.2), вслед за которым происходит быстрое смещение и возвращение в почти невозмущенное состояние; весь этот процесс занимает самое большее несколько секунд.

Следовательно, объяснение наблюдаемых колебательных движений почвы не может быть найдено в усложнении начальных условий реальных землетрясений по сравнению с простыми моделями.

В разд. 4.4 и 4.5 мы покажем, что ни положение (б), ни положение (в) не могут служить причиной дисперсии возмущения по мере его распространения от источника к пункту наблюдения.

Отсюда следует, что основная причина наблюдаемых колебательных движений почвы обусловлена неоднородностью Земли, т. е. предположением, которое выше было обозначено как (г).

Прежде всего заметим, что в теории, изложенной в разд. 4.1 и 4.2, мы не рассматривали усложнений, обусловленных внешней поверхностью Земли. Сразу же встает вопрос о возможности распространения вдоль этой внешней границы поверхностных волн — волн, отличных от объемных, которые мы до сих пор рассматривали. В гл. 5 этот вопрос будет разобран подробно; оказывается, что такие поверхностные волны действительно существуют и четко регистрируются. Они также могут испытывать дисперсию, но их скорости обычно меньше, чем скорости соответствующих объемных P- и S-волн, и поэтому они не могут оказывать влияния на ранние движения почвы в данной точке наблюдения. Таким образом, поверхностные волны от землетрясений не могут служить причиной указанных колебательных движений почвы.

Заметим далее, что эти колебательные движения наблюдаются как в местах, расположенных достаточно близко к очагу землетрясения, так и в удаленных местах. Это указывает на то, что в области, расположенной непосредственно под поверхностью, Земля должна быть заметно неоднородной. В гл. 12 мы увидим, что Земля имеет сложную кору толщиной 30—40 *км*, внутри которой происходит весьма значительное изменение свойств. Наблюдаемую дисперсию объемных волн, вероятно, можно объяснить сложным строением земной коры. Однако, чтобы точно описать эту дисперсию, нужны более детальные сведения о строении земной коры, чем мы имеем в настоящее время. Одна из гипотез объясняет дисперсию сильными многократными отражениями объемных волн между земной поверхностью и внутренними (по предположению горизонтальными) границами между отдельными слоями. Эта гипотеза не совсем удовлетворительна, так как имеются указания на то, что границы между слоями недостаточно резкие. Джеффрис, рассмотревший эту гипотезу достаточно детально, указывает, что для малых углов падения отражение волн на внутренних поверхностях раздела будет несущественным (см. разд. 8.5.1.), в то время как P-волны, падающие под большими углами на внешнюю поверхность, должны были бы в основном сильно и резко отражаться в виде S-волн

(см. разд. 6.4), а сильная дисперсия объемных P-волн остается, таким образом, необъясненной. Джеффрис вывыдвинул гипотезу, согласно которой на наблюдаемое распределение амплитуд при близких землетрясениях оказывает существенное влияние диффузное преломление волн на нерегулярных границах внутри земной коры.

Перейдем теперь к обсуждению влияния флуктуаций силы тяжести и отклонений от теории идеальной упругости на распространение объемных волн. В двух последних же разделах этой главы мы будем иметь дело с влиянием температурных условий на выводы теории, а также с некоторыми выводами из теории конечных деформаций.

4.4. ВЛИЯНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

В формуле (1) мы опустили член ϱX_i, который входил в уравнение 2(34). Однако если в какой-либо точке x_i, через которую проходит упругая волна, происходит изменение ускорения силы тяжести, то этот член не равен нулю. Пусть индекс 0 обозначает значение заданной скалярной величины в невозмущенном состоянии среды. Тогда согласно ньютоновской теории притяжения X_i может быть представлено в виде $-\frac{\partial}{\partial x_i}(V - V_0)$, где V — гравитационнный потенциал в точке x_i. Следовательно, вместо (1) мы будем иметь

$$\varrho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x_i} + \mu \nabla^2 u_i - \varrho \frac{\partial}{\partial x_i}(V - V_0). \qquad (11)$$

Далее, V и V_0 удовлетворяют уравнению Пуассона, т. е.

$$\nabla^2 V = 4\pi G \varrho, \qquad \nabla^2 V_0 = 4\pi G \varrho_0, \qquad (12)$$

где G — гравитационная постоянная. Из 2(26) заключаем, что при $\varrho \to \varrho_0$

$$\varrho - \varrho_0 = -\varrho\theta. \qquad (13)$$

Согласно (12) и (13),

$$\nabla^2 (V - V_0) = -4\pi G \varrho \theta. \qquad (14)$$

Дифференцируя (11) по x_i и используя (14), получим с точностью до линейных членов по смещениям вместо (2) следующее выражение:

$$\varrho \frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu)\, \nabla^2\theta + 4\pi G \varrho^2\theta,$$

или

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} = \alpha^2\nabla^2\theta + \omega^2\theta, \qquad (15)$$

где

$$\omega^2 = 4\pi G\varrho. \qquad (16)$$

Джеффрис решил уравнение (15) для случая $\lambda = \mu$, используя первый тип начальных условий, разобранных в разд. 4.2. Как и прежде (если использовать обозначения разд. 4.2), точка r остается невозмущенной до момента t_1. При $t > t_1$ выражение (8) для смещения необходимо изменить в основном следующим образом: 1) единицу внутри фигурных скобок формулы (8) необходимо заменить на $1 + {}^1/_2\omega^2 tt'$; 2) экспоненциальный член внутри фигурных скобок необходимо умножить на $1 + \varepsilon$, где величина ε порядка $\omega^2 at/\alpha$.

Джеффрис при обсуждении этого вопроса выбрал типичные значения параметров: $\varrho = 5$ *г/см*^{3}, $a/\alpha = 1$ *сек*, а также $G = 6{,}7 \cdot 10^{-8}$ СГС. Тогда оказалось, что

$$\frac{1}{2}\,\omega^2 tt' \approx 2\cdot 10^{-6} t' \,(t_1 + t'),$$

что мало́ по сравнению с единицей, до тех пор пока t' не станет порядка нескольких сотен секунд. Однако для таких больших времен (t' обозначает время, которое прошло после прибытия головы возмущения в данное место) смещения, связанные с прямыми P-волнами, будут уже ненаблюдаемы при условиях, имеющих место во время реальных землетрясений. Таким образом, первая модификация решения практически оказывается несущественной, вторая модификация также оказывается несущественной, так как согласно данным, приведенным выше, $\omega^2 at/\alpha = 4\cdot 10^{-6}\; t$.

Применяя операцию rot к уравнению (11), мы придем снова к уравнению (3). Это показывает, что учет

силы тяжести не влияет на распространение S-волн. Это, конечно, является непосредственным следствием того факта, что чисто поперечное возмущение не изменяет начального поля плотности.

Следовательно, мы пришли к выводу, что пренебрежение влиянием гравитационных сил не играет существенной роли для всех обычных задач сейсмологии объемных волн. В частности, этими эффектами нельзя объяснить наблюдаемую дисперсию объемных волн.

4.5. ВЛИЯНИЕ ОТКЛОНЕНИЙ ОТ ИДЕАЛЬНОЙ УПРУГОСТИ

При выводе уравнений (1) или 2(34) мы использовали соотношения напряжение — деформация 2(32), справедливые в рамках теории идеальной упругости. Рассмотрим теперь различные типы отклонений от соотношений 2(32), которые были перечислены в разд. 2.5 и его подразделах.

4.5.1. Упругое последействие

Уравнения для модели упругого последействия 2(67) и 2(75) (разд. 2.5) получаются при неизменном модуле k и замене модуля сдвига μ в уравнениях теории идеальной упругости операционным соотношением

$$\mu\left(p+\frac{1}{\tau'}\right)\left(p+\frac{1}{\tau}\right)^{-1}, \tag{17}$$

где p обозначает $\frac{d}{dt}$. Джеффрис применил эту модель для изучения плоской поперечной волны, распространяющейся вдоль оси x. Начальное смещение было выбрано в окрестности начала координат ($x=0$) и равнялось $AH(t)$, где A — постоянная. Оказалось, что смещение в точке x равно нулю вплоть до момента времени $t-(x/\beta)$, где β определяется формулой (5), причем вместо μ в (5) следует подставить выражение (17). Когда $t-(x/\beta)$ положительно, но не слишком велико, смещение при-

ближенно описывается формулой

$$u = A\left[1 + \frac{x}{8\beta}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau'}\right)\left(\frac{1}{\tau} + \frac{3}{\tau'}\right)\left(t - \frac{x}{\beta}\right)\right] \times \\ \times \exp\left[-\frac{x}{2\beta}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau'}\right)\right], \qquad (18)$$

в то время как $u \to A$ при $t \gg x/\beta$.

Поскольку $\tau' > \tau$ (см. разд. 2.5.3), то экспоненциальный множитель в (18) меньше единицы. Таким образом, упругое последействие будет вызывать уменьшение амплитуды в точке x на величину, зависящую от разности $(\tau^{-1} - \tau'^{-1})$. Однако начало импульса такое же резкое, как и в случае идеальной теории упругости, а явление дисперсии не проявляется. Аналогичные результаты справедливы как для P-, так и для S-волн в трехмерном случае.

Наблюдения объемных сейсмических волн показали, что их затухание весьма мало́. Согласно исследованиям Гутенберга, эффект затухания может быть учтен множителем вида e^{-kD}, где D — расстояние, пройденное волной, а k — величина порядка 10^{-4} *км*$^{-1}$. Согласно (18) это должно указывать на значение $(\tau^{-1} - \tau'^{-1})$ порядка 10^{-3} *сек*$^{-1}$ (при $\beta = 5$ *км/сек*). Но это затухание обусловлено, вероятно, не только упругим последействием; процессы рассеяния и отражения при прохождении волн через области, в которых свойства земных недр испытывают резкие изменения, видимо, также вносят свой вклад.

Тот факт, что при использовании уравнений упругого последействия 2(75) выражение $(\tau^{-1} - \tau'^{-1})$ оказывается столь малым, оправдывает применение уравнений теории идеальной упругости в обычных задачах сейсмологии.

4.5.2. Закон Джеффриса — Ломнитца

В 1956 г. Ломнитц предложил формулу, обобщающую 2(77). В свою очередь Джеффрис в 1959 г. обобщил формулу Ломнитца, придав ей вид

$$E_{ij} = \frac{\tau}{2\nu} P_{ij} \{1 + q[(1 + at)^{\alpha} - 1]\}, \qquad (19)$$

где q, a, α — положительные постоянные. Джеффрис привел соображения, согласно которым формула (19) с $\alpha = 0{,}25$ дает эффективную модель неупругого поведения среды как для задач сейсмологии (малые периоды), так и для задач с геологическим масштабом времени.

4.5.3. Упруго-вязкость

Как было показано в разд. 2.5.4. уравнения для упруго-вязкой среды [2(67) и 2(78)] формально могут быть получены из уравнений для среды с упругим последействием, если в последних положить $\tau' = \infty$. Следовательно, общие выводы разд. 4.5.1 остаются справедливыми и для среды упруго-вязкого типа. В частности, первое смещение в данной точке наступает по прошествии такого же времени, какое потребовалось бы для идеально упругой среды; имеется резкий начальный импульс (снова, как и в случае упругого последействия, с медленно уменьшающейся амплитудой); дисперсия отсутствует.

4.6. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ

Можно считать с хорошим приближением, что при распространении сейсмических волн имеют место адиабатические условия; соответственно упругие параметры λ, μ, k являются адиабатическими. Однако интересно сравнить скорости P- и S-волн при адиабатических и изотермических условиях.

Обозначим, так же как и в разд. 2.3.5, объемный коэффициент теплового расширения через γ, теплоемкость при постоянном объеме через c и абсолютную температуру буковой ϑ. Тогда из 2(57) и (4) с достаточной точностью следует, что изотермическая скорость P-волн имеет вид

$$\left[k\left(1-\frac{k\gamma^2\vartheta}{\varrho c}\right)+\frac{4}{3}\mu\right]^{1/2}\varrho^{-1/2}, \tag{20}$$

где k — адиабатический модуль сжатия. При нормальных условиях для большинства твердых тел различие скоростей, определяемое (4) и (20), лишь порядка 1%. Однако

в глубоких недрах Земли, где ϑ и k/ϱ значительно больше, чем на поверхности, это различие может достигать 10%.

Поскольку адиабатическое и изотермическое значения модуля сдвига μ равны [см. 2(57)], то и скорости S-волн совершенно одинаковы в обоих случаях.

4.7. ТЕОРИЯ КОНЕЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

К конечным деформациям в недрах Земли приводят имеющиеся там высокие напряжения. Однако есть следующее упрощающее обстоятельство. Прочность материалов земных недр ограничена величинами порядка 10^9 *дин/см²*; это та величина разности напряжений, которую могут выдержать земные материалы. Если какая-либо причина приведет к тому, что разность напряжений превысит значение этого предела прочности, то произойдет разрушение (и, следовательно, землетрясение) или пластическое течение. С другой стороны, среднее значение главных напряжений p_1, p_2, p_3, обозначаемое $-p$, уже на глубине 35 *км* составляет 10^{10} *дин/см²* (см. разд. 13.5) и, постепенно нарастая, достигает значений выше 10^{12} *дин/см²* в более глубоких недрах Земли. Таким образом, в большей части Земли $p_1 \approx p_2 \approx p_3$, и напряжение может быть записано в виде $-p\delta_{ij}$ и истолковано как гидростатическое давление p.

Следовательно, напряжения, возникающие при распространении сейсмических волн, можно с хорошей точностью рассматривать как дополнительные бесконечно малые напряжения, которые накладываются на конечное гидростатическое напряжение. При таких обстоятельствах мы можем пренебречь эффектами анизотропии, которые были бы существенны, если бы исходное напряжение было не гидростатическим. Начальное напряжение является также причиной изменения ϱ, k и μ в областях Земли, которые во всех остальных отношениях однородны. Однако эти изменения не сказываются заметным образом на распространении сейсмических волн, до тех пор пока изменения ϱ, k и μ малы на расстояниях порядка длины волны. Следовательно, мы можем при-

менять теорию, основанную на уравнениях 4(4) и 4(5).

Теория конечных деформаций, основанная на уравнениях 2(81—86), имеет большое значение для исследования вопросов о составе земных недр. Такие исследования опираются на данные, получаемые методами сейсмологии. В частности, данные об изменении ϱ, k и μ с глубиной привели Берча к важным выводам о внутреннем строении земли. При этом Берч ввел дополнительные параметры по сравнению с теми, которые входят в линейную теорию упругости, а также использовал экспериментальные данные, полученные при лабораторных исследованиях при высоких давлениях (см. также разд. 13.9).

5

УПРУГИЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ

Перейдем теперь к изучению вопроса о возможности распространения волн вдоль поверхности, ограничивающей упругую среду. За исключением мест, где это особо оговорено (например, в разд. 5.8), мы будем считать среду изотропной и идеально упругой, будем пренебрегать эффектами флуктуаций внешних сил и использовать теорию бесконечно малых деформаций (линейную теорию упругости). Отклонения от этих идеальных условий для случая объемных волн были детально исследованы в гл. 4, где было показано, что они приводят к весьма малым эффектам. Поэтому можно ожидать, что и теория поверхностных волн, которая будет изложена при сделанных выше предположениях, также с хорошим приближением будет применима к реальным сейсмическим поверхностным волнам.

В соответствии со сделанными замечаниями исходным пунктом настоящей главы будут уравнения 4(1). Мы уделим особое внимание волнам Релея и Лява, которые играют важную роль в сейсмологии. При подходящих условиях волны обоих этих типов распространяются вдоль свободной поверхности твердой среды; однако из соображений удобства изложения мы вначале рассмотрим более общую задачу.

5.1. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ВДОЛЬ ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЫ МЕЖДУ ДВУМЯ ОДНОРОДНЫМИ ИДЕАЛЬНО УПРУГИМИ СРЕДАМИ

Пусть M' и M — два однородных идеально упругих материальных полупространства, которые находятся между собой в жестком контакте и разделенных плоской границей, причем M' располагается над M (граница выбрана горизонтальной, с тем чтобы потом можно было использовать обозначения SH и SV; см. разд. 4.1.1). Мы будем использовать обычные обозначения (такие, как ϱ, α, β и т. д.) для свойств среды M и аналогичные величины

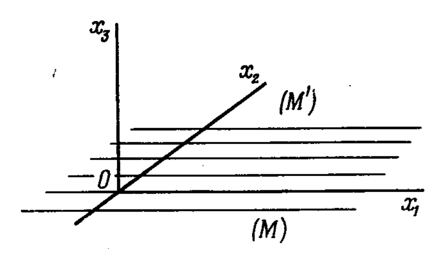


Рис. 16.

со штрихом — для среды M'. За систему координат выберем декартовы оси $Ox_1x_2x_3$ с началом O, расположенным в произвольной точке границы, и осью Ox_3, направленной по нормали в сторону M' (рис. 16).

Исследуем вопрос о возможности распространения вдоль направления Ox_1 волн со следующими свойствами: а) возмущение локализовано в основном в окрестностях данной плоской границы, б) в любой момент времени смещения всех частиц, лежащих на любой линии, параллельной Ox_2, равны. Согласно пункту (а), рассматриваемая волна является *поверхностной*; согласно пункту (б), мы имеем случай, аналогичный плоским волнам, описанным в гл. 3.

Из (б) следует, что все частные производные по координате x_2 равны нулю. Тогда существуют такие функции координат x_i и времени t, скажем φ и ψ, через которые

компоненты смещений u_1 и u_3 можно выразить в виде

$$u_1 = \frac{\partial\varphi}{\partial x_1} + \frac{\partial\psi}{\partial x_3}, \qquad u_3 = \frac{\partial\varphi}{\partial x_3} - \frac{\partial\psi}{\partial x_1}. \tag{1}$$

Из (1) получаем

$$\nabla^2\varphi = 0 \tag{2}$$

и

$$\nabla^2\psi = \frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1}. \tag{3}$$

Смысл введения функций φ и ψ ясен из уравнений (2) и (3) и заключается в том, что с их помощью можно разделить компоненты возмущений u_1 и u_3 на чисто объемное и чисто ротационное возмущение. Очевидно, что компонента u_2 связана с чисто поперечным движением. Таким образом, φ связано с P-волнами, ψ — с SV-волнами и u_2 — с SH-волнами.

Согласно предположениям, сформулированным в начале этой главы, u_i в среде M удовлетворяют уравнениям 4(1). Для этого φ, ψ и u_2 должны удовлетворять соотношениям:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} &= \alpha^2\nabla^2\varphi, \\ \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} &= \beta^2\nabla^2\psi, \end{aligned}\right\} \tag{4а}$$

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = \beta^2\nabla^2 u_2 \tag{4б}$$

в среде M; аналогичная тройка соотношений имеет место и для среды M', где α и β заменяются на α' и β'. Формулы (4) вытекают из уравнений (2), (3) и уравнений разд. 4.1.

Чтобы решить уравнения (4), выберем φ, ψ и u_2 в виде

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= f(x_3)\exp[i\varkappa(x_1 - ct)], \\ \psi &= g(x_3)\exp[i\varkappa(x_1 - ct)], \end{aligned}\right\} \tag{5а}$$

$$u_2 = h(x_3)\exp[i\varkappa(x_1 - ct)] \tag{5б}$$

в среде M и аналогичные соотношения для среды M' с заменой f, g, h соответственно на f', g', h'. Таким образом мы придем к частному решению, соответствующему группе простых гармонических колебаний с длиной волны $2\pi/\varkappa$, распространяющихся со скоростью c.

Для удобства введем величины r, s, r', s', где

$$r=\left(\frac{c^2}{\alpha^2}-1\right)^{1/2},\qquad s=\left(\frac{c^2}{\beta^2}-1\right)^{1/2},$$
$$r'=\left(\frac{c^2}{\alpha'^2}-1\right)^{1/2},\qquad s'=\left(\frac{c^2}{\beta'^2}-1\right)^{1/2}; \tag{6}$$

здесь перед всеми корнями берется знак плюс.

Подставляя (5) в (4), получим в типичном случае для среды M' следующее уравнение:

$$\frac{d^2h'}{dx_3^2}+h'\varkappa^2\left(\frac{c^2}{\beta'^2}-1\right)=0,$$

решением которого будет

$$h'(x_3)=C'\exp(-i\varkappa s'x_3)+F'\exp(i\varkappa s'x_3), \tag{7}$$

где C', F' — произвольные постоянные интегрирования. Чтобы волна была поверхностной, $h'(x_3)$ должно стремиться к нулю с ростом расстояния от границы. Это будет иметь место в том случае, когда $h'(x_3)$ содержит экспоненциальный множитель, показателем в котором является отрицательное действительное число. Следовательно, s' и аналогично s, r и r' должны быть чисто мнимыми числами. Более того, постоянные, соответствующие C', следует положить равными нулю в M'; аналогично постоянные, соответствующие F', следует положить равными нулю в M.

Таким образом, в среде M решение имеет вид

$$\varphi=A\exp[i\varkappa(-rx_3+x_1-ct)],$$
$$\psi=B\exp[i\varkappa(-sx_3+x_1-ct)], \tag{8а}$$
$$u_2=C\exp[i\varkappa(-sx_3+x_1-ct)], \tag{8б}$$

а в среде M'

$$\varphi=D'\exp[i\varkappa(r'x_3+x_1-ct)],$$
$$\psi=E'\exp[i\varkappa(s'x_3+x_1-ct)], \tag{9а}$$
$$u_2=F'\exp[i\varkappa(s'x_3+x_1-ct)], \tag{9б}$$

где A, B, C, D', E', F' — постоянные и r, s, r', s' — все положительные чисто мнимые числа.

Используем теперь граничные условия, которые гласят, что а) смещения и б) напряжения при переходе

через границу между M и M' в любой точке должны оставаться непрерывными для любого момента времени. С помощью (1) мы получаем, что из условия (а) следует

$$\begin{aligned} A+Bs&=D'+E's', \\ -Ar-B&=D'r'-E', \end{aligned} \tag{10а}$$

$$C=F'. \tag{10б}$$

Условие (б) относится к компонентам напряжения p_{31}, p_{32}, p_{33}. С помощью 2(32) и (1) эти компоненты могут быть вычислены для среды M

$$p_{33}=\lambda\theta+2\mu\frac{\partial u_3}{\partial x_3}=\lambda\nabla^2\varphi+2\mu\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_3^2}-\frac{\partial^2\psi}{\partial x_3\,\partial x_1}\right), \tag{11}$$

$$p_{31}=\mu\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1}+\frac{\partial u_1}{\partial x_3}\right)=\mu\left(2\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_3\,\partial x_1}-\frac{\partial^2\psi}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial x_3^2}\right), \tag{12}$$

$$p_{32}=\mu\frac{\partial u_2}{\partial x_3} \tag{13}$$

и аналогично для среды M'. Подставлял (8) и (9) в (11)—(13) и используя 4(4) и 4(5), мы находим, что условия (б) дают

$$\begin{aligned} \{[\alpha^2(1+r^2)-2\beta^2]A+2\beta^2sB\}\varrho &= \\ =\{[\alpha'^2(1+r'^2)-2\beta'^2]D'-2\beta'^2s'E'\}\varrho', \end{aligned} \tag{14а}$$

$$\begin{aligned} [-2rA-(1-s^2)B]\beta^2\varrho&=[2r'D'-(1-s'^2)E']\beta'^2\varrho', \\ -sC\beta^2\varrho&=s'F'\beta'^2\varrho'. \end{aligned} \tag{14б}$$

Поскольку s и s' — оба положительные и чисто мнимые, то (10б) и (14б) сразу же указывают, что C и F' равны нулю. Следовательно, в распространяющейся волне отсутствует компонента смещения u_2, и рассматриваемая задача не включает SH-волны.

Детальное решение для компонент u_1 и u_3 зависит от уравнений (10а) и (14а) и в общем случае требует трудоемких алгебраических выкладок. В следующих разделах будут рассмотрены важные частные случаи. Дальнейшее обсуждение общей проблемы и ряда других частных случаев можно найти в работах Стоунли.

5.2. ВОЛНЫ РЕЛЕЯ

Частный случай рассматриваемой задачи, при котором плоская граница является свободной (т. е. M' заменено вакуумом), впервые изучал Релей; соответствующие волны называют *релеевскими волнами*. Как и прежде, поверхностные SH-волны отсутствуют.

Отсутствие напряжений на свободной поверхности позволяет нам для других компонент смещений заменить правые части (14а) нулями, что дает

$$[\alpha^2(1+r^2)-2\beta^2]A+2\beta^2 sB=0,$$

и (15)

$$2rA+(1-s^2)B=0.$$

Исключая A и B, получаем

$$[\alpha^2(1+r^2)-2\beta^2](1-s^2)=4\beta^2 rs$$

и после подстановки (6)

$$\left(2-\frac{c^2}{\beta^2}\right)^2=4\left(1-\frac{c^2}{\alpha^2}\right)^{1/2}\left(1-\frac{c^2}{\beta^2}\right)^{1/2}.$$

Преобразуя это выражение и сокращая на множитель c^2/β^2, получим искомую формулу

$$\frac{c^6}{\beta^6}-8\frac{c^4}{\beta^4}+c^2\left(\frac{24}{\beta^2}-\frac{16}{\alpha^2}\right)-16\left(1-\frac{\beta^2}{\alpha^2}\right)=0, \qquad (16)$$

из которой можно определить c.

Если мы подставим в левую часть (16) значения $c=\beta$ и $c=0$, то получим соответственно единицу и $-16(1-\beta^2/\alpha^2)$; последнее выражение отрицательно, так как β всегда меньше α. Следовательно, (16) имеет действительный корень для c между 0 и β; с помощью (6) можно сразу же проверить, что такой корень приводит к чисто мнимым r и s, удовлетворяя таким образом ограничениям на r и s, установленным в разд. 5.1 [такая проверка необходима, так как уравнение (16) было получено после некоторых преобразований]. Следовательно, при подходящих общих условиях релеевские волны должны обязательно существовать на плоской свободной поверхности. Поляризация этих волн такова, что частицы среды в них

совершают движения в вертикальных плоскостях, параллельных направлению распространения волны.

В (8) и (9) $\varkappa$ может принимать любые положительные действительные значения. Путем суперпозиции решений с различными $\varkappa$ (см. разд. 3.3.1 и 3.3.2) можно образовать более общие решения. Однако, так как в данной

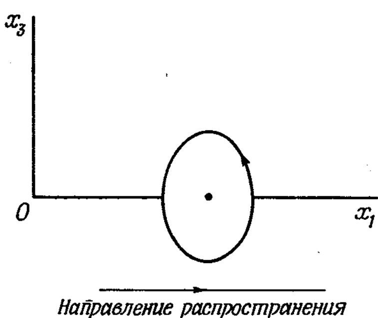


Рис. 17.

задаче скорость c определяется с помощью уравнения (16) независимо от значения $\varkappa$, волны общего типа не будут испытывать дисперсии.

При выполнении соотношения Пуассона (разд. 4.1.2) формула (16) дает для c^2/β^2 три действительных корня, а именно 4, $(2+2/\sqrt{3})$ и $(2-2/\sqrt{3})$. Первые два из них больше 3, что приводит к действительным r и s и, следовательно, не может давать решения для поверхностных волн. Третий корень приводит к следующим результатам:

$$c=0{,}92\beta, \qquad r=0{,}85i, \qquad s=0{,}39i. \tag{17}$$

Согласно первой из этих формул, скорость релеевских волн в рассматриваемом случае составляет 0,92 от скорости объемных S-волн в данной среде. Из (17) и (1) или (8а) и (15) можно найти соответствующие выражения для u_1 и u_3 в виде простых гармонических колебаний с длиной волны $2\pi/\varkappa$. Выделяя действительную часть

из комплексных решений, получим

$$u_1 = a\,[\exp(0{,}85\varkappa x_3) - 0{,}58\exp(0{,}39\varkappa x_3)]\sin[\varkappa(x_1 - ct)],$$
$$u_3 = a\,[-0{,}85\exp(0{,}85\varkappa x_3) + 1{,}47\exp(0{,}39\varkappa x_3)]\cos[\varkappa(x_1 - ct)], \quad (18)$$

где a — постоянная, связанная с A и $\varkappa$. Положив $x_3 = 0$, мы видим, что во время прохождения возмущения поверхностные частицы описывают эллипс, определяемый параметрическими формулами:

$$u_1 = 0{,}42a\sin\eta, \qquad u_3 = 0{,}62a\cos\eta, \quad (19)$$

где η — параметр, который уменьшается с ростом времени. Этот эллипс частицы описывают, двигаясь в направлении против часовой стрелки (рис. 17); максимальное смещение в направлении движения волны составляет примерно $^2/_3$ от максимального вертикального смещения.

5.3. ВОЛНЫ ЛЯВА

Известно, что поверхностные волны типа SH наблюдаются на поверхности Земли. Кроме того, согласно наблюдениям компоненты u_1 и u_3 смещения почвы во время прохождения поверхностных сейсмических волн не соответствуют формуле (19). Отсюда вытекает, что реальные условия в Земле в некоторых существенных чертах должны отличаться от условий задачи, рассмотренной в предыдущем разделе.

Предположим теперь, что вместо полупространства M' мы имеем плоскопараллельный слой (также обозначаемый M') с толщиной H', сверху ограниченный свободной поверхностью, а снизу, как и раньше, находящийся в жестком контакте с полупространством M. Ляв показал, что при этих обстоятельствах волны типа SH могут наблюдаться на свободной поверхности. Для этой цели достаточно рассмотреть компоненту смещения u_2; вопрос об остальных компонентах смещений при этих условиях будет рассмотрен в разд. 5.4.

Расположим начало координат в точке на плоской границе между M и M', а оси направим так же, как

в разд. 5.1 (рис. 18). Существенное различие между анализом задачи разд. 5.1 и анализом, который мы проводим сейчас, заключается в том, что смещение в среде M' уже не должно обращаться в нуль с удалением от границы

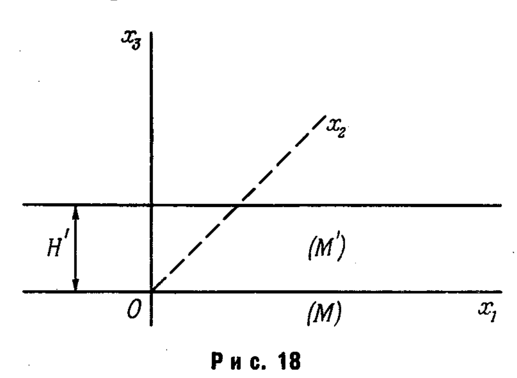


Рис. 18

между M и M'. Таким образом, для среды M' мы сохраняем полное решение, получаемое с помощью (7), и заменяем (9б) на

$$u_2 = C' \exp[i\varkappa(-s'x_3 + x_1 - ct)] + \\ + F' \exp[i\varkappa(s'x_3 + x_1 - ct)], \qquad (20)$$

где s' — теперь не обязательно чисто мнимая величина. Очевидно, что для M сохраняется выражение (8б) с чисто мнимым s.

Теперь к граничным условиям (а) и (б) разд. 5.1 следует присоединить требование (в), чтобы напряжения на свободной поверхности $x_3 = H'$ равнялись нулю. Если воспользоваться (8б), (13) и (20), то эти три граничных условия дают

$$C = C' + F', \qquad (21а)$$

$$\mu s C = \mu' s' (C' - F'), \qquad (21б)$$

$$C' \exp(-i\varkappa s' H') = F' \exp(i\varkappa s' H'). \qquad (21в)$$

После исключения C, C' и F' из (21а) — (21в) мы получим

$$i\mu s + \mu' s' \operatorname{tg}(\varkappa s' H') = 0. \qquad (22)$$

Следовательно, при выполнении (22) смогут существовать поверхностые волны типа SH (*волны Лява*). Подстановка в (22) для значений s и s' из (6) приводит к уравнению, определяющему скорости c волн Лява:

$$\mu\left(1-\frac{c^2}{\beta^2}\right)^{1/2}-\mu'\left(\frac{c^2}{\beta'^2}-1\right)^{1/2}\operatorname{tg}\left[\varkappa H'\left(\frac{c^2}{\beta'^2}-1\right)^{1/2}\right]=0. \tag{23}$$

Условие, чтобы s было чисто мнимым и, следовательно, согласно (22) s' — действительным, будет удовлетворено при $\beta'<c<\beta$. Таким образом, мы показали, что для существования волн Лява необходимо, чтобы скорость объемных S-волн в нижней среде M была больше, чем в верхней среде M'; значение фазовой скорости c волн Лява должно лежать в интервале между значениями скоростей β и β' объемных S-волн.

Из уравнения (23) видно, что c зависит от конкретного значения волнового числа $\varkappa$, а не является фиксированной постоянной. Следовательно, при рассматриваемых граничных условиях волны общего типа будут диспергировать. Из (23) мы видим, что если $\varkappa$ мало́, то $c\to\beta$, т. е. скорости длинных волн Лява приближаются к скорости объемных S-волн в среде M. Наоборот, если $\varkappa$ велико, то $c\to\beta'$, т. е. скорости очень коротких волн Лява приближаются к скорости объемных S-волн в среде M'.

5.3.1. Нодальные плоскости

Перенесем теперь начало координат в точку, расположенную на свободной поверхности (т. е. на внешнюю поверхность слоя M'), и направление оси 3 заменим на обратное. С помощью (20) и (21в) мы найдем, что смещение в M', соответствующее заданному $\varkappa$, определяется действительной частью выражения

$$2C'\cos(\varkappa s'x_3)\exp[i\varkappa(-s'H'+x_1-ct)]. \tag{24}$$

Наличие здесь косинуса в виде множителя с аргументом, содержащим x_3, показывает, что смещения равны нулю при всех значениях x_1, x_2 и t, если $\varkappa s'x_3$ равно ${}^1/_2\pi$, ${}^3/_2\pi$, ${}^5/_2\pi$, ... Соответствующие плоскости

(которые параллельны свободной поверхности) называются *нодальными плоскостями* (ср. разд. 3.2.1). Нодальные плоскости отсутствуют для тех значений $\varkappa$, которые удовлетворяют условию $\varkappa s'H' < \pi/2$; для значений $\varkappa$, удовлетворяющих условию $^1/_2\pi < \varkappa s'H' < {^3/_2}\pi$, имеется одна нодальная плоскость и т. д. Следовательно, случаи, когда нет нодальных плоскостей или имеются одна, две и т. д. нодальных плоскостей, связаны с областями значений $\varkappa$, которые соответствуют различным ветвям функции тангенса в (22) или (23).

В практике сейсмологии случай отсутствия нодальных плоскостей является наиболее (но вовсе не исключительно) важным. Дело в том, что наибольшая доля полной энергии возмущения обычно связана с длинными волнами, т. е. с малыми значениями волнового числа $\varkappa$. Для отсутствия нодальных плоскостей требуется, чтобы $2\pi s'H'/\lambda < \pi/2$, где λ — длина волны, т. е. $\lambda > 4s'H'$.

5.3.2. Дисперсионные кривые

Обозначим через C групповую скорость при данном $\varkappa$; тогда согласно 3(60)

$$\frac{C}{\beta'} = \frac{1}{\beta'} \frac{d(\varkappa c)}{d\varkappa} = \frac{c}{\beta'} + \varkappa H' \frac{d(c/\beta')}{d(\varkappa H')}. \tag{25}$$

Если мы зададимся величинами отношений μ/μ' и ϱ/ϱ', то сможем по (23) и 4(5) составить соответствующую таблицу, связывающую величины c/β' и $\varkappa H'$ для случая любого числа нодальных плоскостей. Используя эту таблицу и (25), мы затем сможем найти величины C/β' как функции от c/β' и, следовательно, как функции $\varkappa H'$. Кривые, связывающие последние величины для любой конкретной задачи, называются дисперсионными кривыми; их вид зависит от выбранных значений отношений μ/μ' и ϱ/ϱ'.

На записях землетрясений мы можем определить ряд периодов $(2\pi/\varkappa c)$, а соответствующие групповые скорости можно определить, если известны исходные данные о времени и месте землетрясения. Если наблюдаемые волны являются волнами Лява, то построение дисперсионных кривых, как это описано выше, позволяет нам затем оценить H', если известны β, μ/μ' и ϱ/ϱ'. Этот метод был

с успехом использован при изучении структуры земной коры, и с ним мы снова встретимся в гл. 12. Первые примеры построения и использования дисперсионных кривых можно найти в работах Джеффриса, Стоунли, Сезавы, Гутенберга, Байерли и Дж. Вильсона.

С помощью (23) и 3(60) Джеффрис показал, что для материалов со свойствами, аналогичными свойствам пород земной коры, кривая групповой скорости волн Лява должна иметь минимум, который меньше β'; этому случаю соответствует теория, изложенная в разд. 3.3.5.4.

5.4. РЕЛЕЕВСКИЕ ВОЛНЫ ДЛЯ СЛУЧАЯ СЛОЯ НА ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Наличие на записях реальных землетрясений поверхностных волн типа SH указывает на неоднородность Земли и побуждает изучать две другие компоненты смещения (u_1, u_3) при условиях, оговоренных в разд. 5.3. Метод исследования этого вопроса аналогичен в общих чертах ходу рассуждений в разд. 5.3, но алгебраические выкладки более сложные.

Решение рассматриваемой задачи характеризуется следующими особенностями. В среде M, как и раньше, функции φ и ψ определяются формулами (8а) с чисто мнимыми r и s. Для среды же M' правые части уравнений (9а) необходимо дополнить выражениями вида

$$A' \exp[i\varkappa(-r'x_3 + x_1 - ct)]$$

и

$$B' \exp[i\varkappa(-s'x_3 + x_1 - ct)]$$

соответственно; r' и s' оба действительны по тем же причинам, по которым s' было действительным в разд. 5.3.

Применение граничных условий, сформулированных в разд. 5.3, приводит теперь к шести уравнениям для шести постоянных A, B, A', B', D', E'. Чтобы вывести формулу для определения c, нужно исключить эти шесть постоянных из шести уравнений. Эти шесть уравнений (в несколько других обозначениях) приведены в работе Джеффриса (Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl.,

1935, p. 253) для частного случая, когда справедливо соотношение Пуассона 4(7). Оказалось, что в отличие от простого случая релеевских волн, рассмотренного в разд. 5.2, c теперь зависит от $\varkappa$, и, следовательно, при рассматриваемых условиях имеет место дисперсия. Чтобы сократить выкладки, Джеффрис в указанной работе воспользовался принципом Релея (разд. 3.2.2 и 3.2.5). Это позволило построить с достаточной точностью дисперсионные кривые, дающие H' как функцию c/β' для некоторых наперед заданных значений μ/μ' и ϱ/ϱ'. Другие примеры дисперсионных кривых рассмотренного типа и их применение к изучению структуры земной коры можно найти в работах Стоунли, Ли, Сезавы и Канаи. Так же как и для волн Лява, на этих кривых имеется минимум групповой скорости.

5.5. ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ ДЛЯ СЛУЧАЕВ ДВУХ И ТРЕХ СЛОЕВ НА ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Первая работа, в которой теория волн Лява была обобщена на случай двух однородных слоев (рис. 19), лежащих на полупространстве, была выполнена Стоунли

Рис. 19.

и Тиллотсоном в 1928 г. Обозначим одним или двумя штрихами величины, относящиеся к верхним слоям M' и M''. Стоунли и Тиллотсон предположили, что $\beta'' < \beta' < \beta$, и показали, что решение существует для двух

основных случаев. В первом из этих случаев c имеет значение между β'' и β'; функция $h''(x_3)$ (аналогичная h' в разд. 5.1) дает (действительный) амплитудный множитель, периодичный по x_3 внутри M'', но ее аналоги как внутри M', так и M дают экспоненциальные амплитудные множители. Во втором случае значение c лежит между β' и β, а амплитудные множители периодичны в обоих слоях M'' и M', но экспоненциальны внутри M.

В рассматриваемом случае граничные условия требуют равенства нулю напряжений на свободной поверхности, а также непрерывности смещений и напряжений при переходе через каждую из двух внутренних поверхностей раздела. Эти условия приводят к пяти уравнениям, которые содержат пять произвольных постоянных интегрирования. Исключение произвольных постоянных дает характеристическое уравнение, определяющее c как функцию $\varkappa$. Для первого из указанных выше случаев это уравнение имеет вид

$$\mu'^2 s'^2 \operatorname{th}(-is'\varkappa H') + \mu\mu' ss' - \mu\mu'' is's'' \operatorname{tg}(s''\varkappa H'') - \\ - \mu\mu'' iss'' \operatorname{tg}(s''\varkappa H'') \operatorname{th}(-is'\varkappa H') = 0, \quad (26)$$

где s'' — действительная величина, а s' и s — чисто мнимые; в (26) s и s', как и ранее, определены формулами (6), а s'' определяется аналогичным образом. Если мы устремим H' или к нулю или к бесконечности, то это уравнение, как и следует ожидать, вырождается и принимает вид, эквивалентный уравнению (22), справедливому для простых волн Лява. Формально уравнение (26) справедливо и для второго отмеченного выше случая. Но его удобно записать в виде, учитывающем тот факт, что s' теперь действительно. Если мы снова положим H' или H'' равными нулю, то опять придем к уравнению для простых волн Лява.

Промежуточный случай возникает при $c = \beta'$, но этот случай не представляет каких-либо трудностей. Можно показать, что, как и для более простых волн Лява, при соответствующих условиях имеются нодальные плоскости.

Информацию о строении земной коры можно получить, если предположить, что кора состоит из двух слоев. Это достигается с помощью обобщения метода, изложенного в разд. 5.3.2. В связи с тем что теория дает только

одно уравнение (26) (или эквивалентное ему), то остается получить еще лишь одно соотношение между параметрами, чтобы полностью охарактеризовать земную кору. На практике обычно задают отношение H''/H', а затем с помощью (26) определяют H' или H'', считая известными плотности и упругие параметры для всех трех сред.

Стоунли также впервые разработал теорию волн Лява для случая трех слоев M', M'', M''' при $\beta''' < \beta'' < \beta' < \beta$. Теперь имеются три следующих основных случая: 1) $\beta''' < c < \beta''$, 2) $\beta'' < c < \beta'$, 3) $\beta' < c < \beta$, а также два промежуточных случая $c = \beta''$ и $c = \beta'$. Характеристическое уравнение, связывающее c и $\varkappa$, может быть выведено аналогично тому, как это описано выше, и содержать слагаемые такого же типа, как в (26). Это уравнение было использовано для оценки величины H''' в случаях, когда H' и H'' считаются известными.

5.6. СЕЙСМИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ

Ситуация в реальной Земле несколько сложнее, чем те модели, которые были теоретически рассмотрены в предыдущих разделах. В связи с этим сделаем здесь несколько замечаний об условиях, в которых распространяются реальные сейсмические волны. Дальнейшее обсуждение этого вопроса мы продолжим в гл. 12.

Прежде всего заметим, что свободная поверхность Земли является не плоской, а искривлена. Для учета кривизны Земли в уравнения включаются члены, которые приводят к дополнительным дисперсионным эффектам. Этими эффектами можно пренебречь для обычных поверхностных сейсмических волн с периодами до 2—3 *мин*, у которых длина волны мала по сравнению с радиусом Земли; в частности, такое положение имеет место для поверхностных волн, с помощью которых изучается слоистое строение земной коры (см. гл. 12). Однако в последнее время стало возможным регистрировать волны со значительно бóльшими периодами, на которые существенное влияние оказывают глубинные подкоровые области и для которых кривизну Земли следует принимать во внимание (см. разд. 5.9 и 14.4).

В предыдущих разделах все слои предполагались однородными. В 1928 г. Джеффрис исследовал влияние на волны Лява неоднородности подстилающей среды для однослойной коры, используя данные (см. гл. 13) об изменении модуля сдвига под земной корой. Он получил, что групповая скорость для волн с периодами порядка 1 *мин* слегка уменьшается, однако на оценки толщины земной коры, сделанные на основе более простой теории, это почти не влияет. Стоунли изучал влияние на волны Лява изменения плотности внутри слоя земной коры. Он показал, что волны Лява могут существовать до тех пор, пока изменения плотности не приведут к тому, что фазовые скорости этих волн превысят скорость объемных S-волн во всех точках корового слоя. Стоунли также первым рассмотрел вопрос о рефракции группы поверхностных волн, как это может иметь место в переходной зоне между континентом и океаном (см. разд. 6.7).

Джеффрис, Сезава и Канаи были первыми исследователями механизма образования поверхностных волн. Джеффрис, например, рассмотрел случай волн Лява в двуслойной коре с импульсным источником в верхнем слое. Он нашел, что «возмущение, проходящее через нижний слой, состоит из рядов перекрывающихся импульсов, каждый из которых начинается в момент, соответствующий времени прохождения импульса, испытавшего целое число отражений внутри верхнего слоя. Возвращение к положению равновесия после каждого импульса приводит к цугу волн, суперпозиция которых и дает волны Лява».

Согласно результатам разд. 3.5, по мере удаления поверхностных волн от области начального возмущения их амплитуда, если пренебречь эффектами дисперсии, изменяется обратно пропорционально корню квадратному из расстояния. В случае объемных волн, как это было показано в разд. 3.4.1, амплитуда изменяется обратно пропорционально расстоянию от источника начального возмущения. Таким образом, чем дальше расположена точка на земной поверхности от эпицентра землетрясения, тем более ярко выраженными будут в ней поверхностные волны по сравнению с объемными волнами. Этот результат находится в хорошем согласии

с наблюдениями. За исключением областей, непосредственно примыкающих к эпицентру, поверхностные волны от землетрясений (исключая случай, когда очаг землетрясения находится аномально глубоко; см. последний абзац разд. 3.2.5) обозначены на сейсмограммах яснее, чем объемные волны.

Изучение сейсмических поверхностных волн сильно возросло в послевоенные годы в особенности благодаря работам, выполненным в Ламонтской лаборатории Юингом, Прессом, Оливером и др. Одним из достижений было наблюдение релеевских волн, проходящих по океаническим трассам. Оказалось, что океанические области сильно увеличивают дисперсию релеевских волн и могут считаться ответственными за многие длинные цуги колебаний, найденные в последующей части записи на сейсмограммах.

5.7. ВОЛНЫ L_g и R_g

Юинг и Пресс обратили внимание на короткопериодные поверхностные волны, которые они назвали L_g и R_g и которые накладываются на волны Релея и Лява на континентальных трассах. Волны L_g имеют периоды порядка 1—6 *сек* и скорость 3,5 *км/сек*; волны R_g имеют период 8—12 *сек* и скорость 3,1 *км/сек*. Точный механизм распространения этих волн еще не до конца понятен. Замечательным свойством волн L_g и R_g является то, что если их трасса включает океанический участок протяжением 150 *км* и больше, то их уже нельзя увидеть на сейсмограмме. Юинг и Пресс высказали предположение, что рассматриваемые волны представляют высшие моды (тона) поверхностных волн.

5.8. ЗАТУХАНИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

По наблюдениям получается, что затухание поверхностных сейсмических волн несколько больше, чем объемных волн (разд. 4.5.1). Затухание зависит от периода наблюдаемых волн. В целом этот эффект ярче выражен

в случае коротких, чем длинных волн. В среднем благодаря затуханию амплитуда волны уменьшается в *e* раз по прохождении расстояния вдоль земной поверхности порядка 5000 *км*. Весьма вероятно, что по крайней мере частично наблюдаемое затухание обусловлено эффектами рассеяния и отражения волн при прохождении их через области, где структура коровых слоев Земли претерпевает резкие изменения.

5.9. ДЛИННОПЕРИОДНЫЕ СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

Наиболее важным достижением сейсмологии последних лет было создание приборов, способных регистрировать волны с периодами много больше нескольких минут. Это позволило применить теорию поверхностных волн для исследования подкоровых областей Земли, а также исследовать собственные колебания Земли, периоды которых достигают 1 *час*. Подробнее эти вопросы будут рассмотрены в гл. 14.

6

ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ УПРУГИХ ВОЛН

Рассмотрим, как в разд. 5.1, две однородные среды M и M', разделенные плоской границей и находящиеся в жестком контакте. Мы теперь переходим к исследованию законов отражения и преломления для различных типов плоских волн, падающих на границу со стороны среды M. Для удобства рассмотрения границу будем снова считать горизонтальной. Систему координат выберем так же, как это было сделано в разд. 5.1; начало координат O может быть расположено в произвольной точке границы, ось Ox_3 направлена по нормали в сторону среды M', а оси Ox_1, Ox_2 выбираются соответственно перпендикулярно и параллельно линии, по которой падающий волновой фронт пересекает границу. Вначале рассмотрим волны, имеющие вид простых гармоник.

Соответствующими уравнениями движения снова будут уравнения 4(1). Частная производная по x_2, как и раньше, равна нулю, и основная часть анализа проведенного в разд. 5.1, включая граничные условия, непосредственно применима к рассматриваемым задачам. Главное изменение, которое мы должны сделать в проведенных выше рассуждениях, заключается в выборе более общих решений типа 5(7) вместо частных решений, которые брались в разд. 5.1, чтобы удовлетворить различным требованиям для конкретных типов поверхностных волн. В результате в каждом из уравнений 5(8) появляется дополнительное слагаемое. Полученный таким образом вид решений для среды M дается формулами (2), приведенными ниже.

6.1. ЗАКОНЫ ПРЕЛОМЛЕНИЯ И ОТРАЖЕНИЯ ВОЛН

Как и в разд. 5.1, решения уравнений движения не будут содержать членов с x_2, а x_1 будет входить всегда в виде множителя вида $\exp\{i\varkappa(x_1 - ct\}$; этот множитель [см., например, (2) и (3)] будет общим для всех членов решения, независимо от того, связано ли оно с падающей или преломленной и отраженной волнами. Однако нужно отметить, что в рассматриваемых здесь задачах величина c, входящая в экспоненциальный множитель, не является реальной скоростью волны, а представляет скорость распространения линии, по которой плоский волновой фронт пересекает граничную поверхность. Аналогичным образом нужно интерпретировать и величину $\varkappa$.

Введем следующие обозначения: e — (острый) угол между нормалью к волновому фронту любой из рассматриваемых волн (падающей, отраженной и преломленной) и осью x_1, i — угол, дополнительный к e. В этой книге везде углы e, i будут выбираться в интервале $0, \pi/2$. Через v обозначим соответствующую скорость волны. Из свойств величины c, установленных в предыдущем абзаце, следует, что $v = c \cos e$. Таким образом, мы имеем

$$\frac{\sin i}{v} = \frac{\cos e}{v} = \text{const} \tag{1}$$

для всех рассматриваемых волн. [Это соотношение может быть получено также с помощью формулы 3(70); еще его можно вывести, пользуясь методами вариационного исчисления, из принципа Ферма (разд. 3.6.2).]

Соотношение (1) показывает, что здесь законы отражения и преломления аналогичны тем, которые имеют место для лучей в геометрической оптике. Однако рассматриваемый случай является более общим, так как волны могут быть как P-, так и S-типа (именно последние встречаются в оптике), причем оба типа волн могут появляться как при отражении, так и при преломлении.

В случае падающей волны i называется *углом падения*, а e — *углом выхода*. В последующих разделах мы будем

часто встречаться с задачами, когда в одной и той же среде по разным направлениям с разными скоростями распространяются две волны (волна P и волна S), возникающие в результате преломлений или отражений

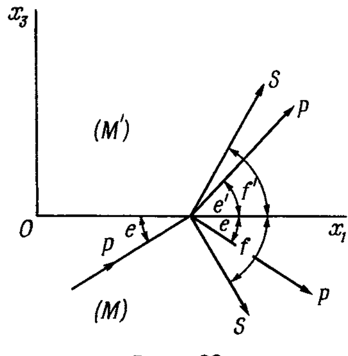


Рис. 20.

одной и той же падающей волны. В таких случаях (рис. 20) мы будем обозначать углы между нормалями к волновым фронтам и осью x_1 через e для P-волн и f для S-волн в среде M (т. е. для падающей и отраженных волн) и через e' и f' соответственно для среды M' (т. е. для преломленных волн).

6.2. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ОБЕИХ СРЕД

В соответствии с замечаниями, сделанными в начале главы, решение для среды M, заменяющее менее общее решение 5(8), может быть записано в виде

$$\begin{gathered}\varphi=A_0\exp\{i\varkappa(x_3\operatorname{tg}e+x_1-ct)\}+A\exp\{i\varkappa(-x_3\operatorname{tg}e+x_1-ct)\},\\ \psi=B_0\exp\{i\varkappa(x_3\operatorname{tg}f+x_1-ct)\}+B\exp\{i\varkappa(-x_3\operatorname{tg}f+x_1-ct)\},\\ u_2=C_0\exp\{i\varkappa(x_3\operatorname{tg}f+x_1-ct)\}+C\exp\{i\varkappa(-x_3\operatorname{tg}f+x_1-ct)\}.\end{gathered} \tag{2}$$

где коэффициенты $\operatorname{tg} e$ и $\operatorname{tg} f$, заменяющие r и s в 5(8), были определены с помощью 3(70). Первые слагаемые в правой части (2) описывают падающие волны, а вто-

рые — отраженные волны. Разделяя падающие волны на P, SV и SH, мы будем иметь соответственно

$$B_0 = C_0 = 0, \quad C_0 = A_0 = 0, \quad A_0 = B_0 = 0.$$

Для среды M' в (2) следует опустить слагаемые, содержащие A, B, C, так как в этой среде все волны движутся от границы. Следовательно, для M' мы можем написать [соответственно 5(9), заменяя D', E', F' на A', B', C']

$$\begin{aligned} \varphi &= A' \exp\{i\varkappa(x_3 \operatorname{tg} e' + x_1 - ct)\}, \\ \psi &= B' \exp\{i\varkappa(x_3 \operatorname{tg} f' + x_1 - ct)\}, \\ u_2 &= C' \exp\{i\varkappa(x_3 \operatorname{tg} f' + x_1 - ct)\}. \end{aligned} \tag{3}$$

Соотношения между коэффициентами A, B, A_0 и т. д. определяются с помощью граничных условий, согласно которым смещения и напряжения должны быть непрерывны в каждой точке границы, разделяющей среды M и M', и в любой момент времени. В общем случае применение этих граничных условий, так же как и в случае поверхностных волн, требует весьма трудоемких алгебраических выкладок, в связи с чем ниже рассматриваются только некоторые частные случаи.

6.3. СЛУЧАЙ ПАДЕНИЯ SH-ВОЛН

Если падающая волна принадлежит к типу SH, то $A_0 = B_0 = 0$, а $\mu \neq 0$. Тогда граничные условия, которые включают φ и ψ, показывают, что A, B, A' и B' не зависят от C_0, и соответствующее решение поэтому имеет вид

$$u_2 = C_0 \exp\{i\varkappa(x_3 \operatorname{tg} f + x_1 - ct)\} + C \exp\{i\varkappa(-x_3 \operatorname{tg} f + x_1 - ct)\} \tag{4}$$

для среды M и

$$u_2 = C' \exp\{i\varkappa(x_3 \operatorname{tg} f' + x_1 - ct)\} \tag{5}$$

для среды M'.

Если $\mu' \neq 0$, то непрерывность смещения на границе дает

$$C_0 + C = C', \tag{6}$$

а из непрерывности компоненты напряжений p_{32} согласно 5 (13) следует

$$(C_0 - C)\,\mu\,\mathrm{tg}\,f = C'\mu'\,\mathrm{tg}\,f'. \tag{7}$$

Из (6) и (7) мы находим

$$\frac{C}{\mu\,\mathrm{tg}\,f - \mu'\,\mathrm{tg}\,f'} = \frac{C'}{2\mu\,\mathrm{tg}\,f} = \frac{C_0}{\mu\,\mathrm{tg}\,f + \mu'\,\mathrm{tg}\,f'}, \tag{8}$$

а согласно (1)

$$\frac{\cos f}{v} = \frac{\cos f'}{v'}, \tag{9}$$

где v, v' — скорости S-волн в средах M, M'. В случае нормального падения ($f = f' = \pi/2$) формула (8) оказывается неприменимой для определения отношений C и C' к C_0; однако, используя (9) и переходя к пределу, мы получаем для этого случая

$$\frac{C}{\mu v' - \mu' v} = \frac{C'}{2\mu v'} = \frac{C_0}{\mu v' + \mu' v}. \tag{10}$$

С помощью формул (8) — (10) мы можем для заданных сред определить C и C' через C_0 и f и, следовательно, вычислить отношения амплитуд падающей, отраженной и преломленной волн для любого заданного угла выхода.

Приведенное выше решение показывает, что в случае падения волны типа SH отраженная и преломленная волны также являются волнами только типа SH. Заметим, что коэффициент C в (8) может равняться нулю только для такого угла выхода, который удовлетворяет соотношению (9) и уравнению $\mu\,\mathrm{tg}\,f - \mu'\,\mathrm{tg}\,f' = 0$. Кроме этого частного значения угла f, во всех остальных случаях всегда будет иметься отраженная волна. Однако может случиться (в зависимости от конкретных значений величин μ, μ', ϱ, ϱ'), что выражение $\mu\,\mathrm{tg}\,f - \mu'\,\mathrm{tg}\,f'$ не имеет нулей в области $0 \leqslant f \leqslant \pi/2$. Тогда отраженная волна существует при любом угле падения.

Вопрос о существовании преломленной волны, переносящей энергию от границы в среду M', решается с помощью уравнения (9). При $v' > v$ будем иметь $\cos f' > 1$ для значений f, лежащих в действительной области.

В этом случае величина $\operatorname{tg} f'$ становится чисто мнимой, и (5) принимает вид

$$u_2 = C' \exp(-bx_3) \exp\{i\varkappa(x_1 - ct)\}, \tag{11}$$

где b — положительное действительное число. В этом случае в среде M' не будет преломленной волны, а возникает возмущение, распространяющееся вдоль границы раздела с амплитудой, экспоненциально уменьшающейся в глубь M'. Возмущение при этом распространяется со скоростью, с которой движется линия пересечения волнового фронта с границей. В случае мнимых значений $\operatorname{tg} f'$ из (8) следует, что C/C_0 равно отношению двух комплексно сопряженных чисел; отсюда вытекает, что $|C/C_0| = 1$, и, следовательно, $C = C_0 \exp(-i\delta)$, где δ — действительное число, зависящее от f, μ/μ' и v/v'. Следовательно, в рассматриваемом случае мы имеем дело с *полным внутренним отражением* падающей волны, при этом амплитуда отраженной волны равна амплитуде падающей волны и имеется изменение фазы волны, определяемое величиной δ. При частном значении угла выхода, равном $\arccos(v/v')$, при котором $f' = 0$, происходит полное отражение без изменения фазы.

Если $\mu' = 0$, т. е. если M' представляет собой жидкость или вакуум, то будет происходить свободное скольжение вдоль границы, и условие, которое приводит к (6), больше не справедливо; формула (5) также при этом не имеет места. Однако поскольку теперь $p_{32} = 0$ на границе, то левая часть формулы (7) равна нулю, и вместо (6) мы получаем $C = C_0$. Следовательно, полное решение дается формулой (4), в которой C заменено на C_0. В этом случае мы имеем полное внутреннее отражение без изменения типа волны и ее фазы.

6.4. СЛУЧАЙ ПАДЕНИЯ P-ВОЛН НА СВОБОДНУЮ ПЛОСКУЮ ГРАНИЦУ

Рассмотрим далее случай P-волн, падающих со стороны среды M на свободную плоскую границу с углом выхода e. Для рассматриваемого случая мы должны в (2) и (3) положить $B_0 = C_0 = 0$, $A' = B' = C' = 0$.

В результате соответствующие формулы примут вид

$$\begin{aligned}\varphi &= A\exp\{i\varkappa(-x_3\operatorname{tg}e + x_1 - ct)\} + \\ &\quad + A_0\exp\{i\varkappa(x_3\operatorname{tg}e + x_1 - ct)\},\\ \psi &= B\exp\{i\varkappa(-x_3\operatorname{tg}f + x_1 - ct)\},\\ u_2 &= C\exp\{i\varkappa(-x_3\operatorname{tg}f + x_1 - ct)\}\end{aligned} \qquad (12)$$

и относятся к среде M.

При решении задачи будем предполагать, что выполняются условия Пуассона для среды M. Поскольку α обозначает скорость, связанную с полем φ, а β — с ψ и u_2, то согласно (1) и 4(7) имеем

$$\cos^2 e = 3\cos^2 f. \qquad (13)$$

Граничные условия требуют обращения в нуль компонент напряжений p_{31}, p_{32}, p_{33} на свободной границе. Условие $p_{32} = 0$ совместно с 5(13) сразу же дает, что $C = 0$. Следовательно, в рассматриваемом случае отраженных волн SH нет.

Граничные условия, использующие p_{33}, p_{31} и 5(11), 5(12) и 4(7), дают

$$\begin{aligned}(A_0 + A)(1 + 3\operatorname{tg}^2 e) + 2B\operatorname{tg}f &= 0,\\ (A_0 - A)\,2\operatorname{tg}e + B(\operatorname{tg}^2 f - 1) &= 0.\end{aligned}$$

Из этих формул и (13) мы получаем

$$\frac{A}{4\operatorname{tg}e\operatorname{tg}f - (1 + 3\operatorname{tg}^2 e)^2} = \frac{B}{-4\operatorname{tg}e\,(1 + 3\operatorname{tg}^2 e)} = \frac{A_0}{4\operatorname{tg}e\operatorname{tg}f + (1 + 3\operatorname{tg}^2 e)^2}. \qquad (14)$$

С помощью (13) и (14) можно определить A и B через A_0 и e и, следовательно, отношение амплитуд падающей и двух отраженных волн для любого заданного угла падения.

Для нормального падения мы имеем $e = f = \pi/2$, а для касательного (скользящего) падения $e = 0$. Легко показать с помощью (13) и (14), что $B = 0$ в обоих этих случаях и B отлично от нуля во всех остальных случаях. Таким образом, существует отраженное возмущение типа SV для всех углов падения, кроме углов, равных нулю и $\pi/2$.

Коэффициент A обращается в нуль при $(1+3\,\mathrm{tg}^2 e)^2 = 4\,\mathrm{tg}\,e\,\mathrm{tg}\,f$. С помощью (13) мы находим, что это уравнение имеет два корня, а именно $e = 12{,}8^\circ$ и $e = 30^\circ$. Для этих углов выхода соответственно не имеется отраженных волн типа P. Оказывается, что между этими углами выхода отношение A/A_0 имеет максимум, равный только 0,058 (при $e = 25^\circ$). Таким образом, в довольно широкой области значений углов e происходит очень слабое отражение волн типа P. Джеффрис указал, что небольшое отклонение от условия Пуассона (т. е. когда $\alpha = 1{,}8\beta$) приведет к тому, что A нигде не обратится в нуль; тем не менее отношение A/A_0 будет оставаться малым во всей области углов, указанной выше. Далее Джеффрис отмечает, что для $2^\circ < e < 63^\circ$ по крайней мере половина отраженной энергии заключена в волнах типа SV; этот результат находится в согласии с аргументами, приведенными в разд. 4.3.

6.5. СЛУЧАЙ ПАДЕНИЯ SV-ВОЛН НА СВОБОДНУЮ ПЛОСКУЮ ГРАНИЦУ

Формальное решение задачи для этого случая может быть получено так же, как это сделано в разд. 6.4. В формулах (2) и (3) мы полагаем $A_0 = C_0 = 0$, $A' = B' = C' = 0$. Снова находим, что для всех углов падения $C = 0$ и, следовательно, отраженной SH-волны нет. Обозначая угол выхода падающей волны через f, мы получаем соответствующие выражения для φ и ψ в виде

$$\varphi = A \exp\{i\varkappa(-x_3\,\mathrm{tg}\,e + x_1 - ct)\}, \tag{15}$$

$$\psi = B \exp\{i\varkappa(-x_3\,\mathrm{tg}\,f + x_1 - ct)\} + B_0 \exp\{i\varkappa(x_3\,\mathrm{tg}\,f + x_1 - ct)\}. \tag{16}$$

Если предположить, что выполняется соотношение Пуассона, то снова получается формула (13), а A и B выражаются через B_0 и f с помощью (13) и уравнений

$$\frac{A}{4\,\mathrm{tg}\,f\,(1+3\,\mathrm{tg}^2 e)} = \frac{B}{4\,\mathrm{tg}\,e\,\mathrm{tg}\,f - (1+3\,\mathrm{tg}^2 e)^2} = \frac{B_0}{4\,\mathrm{tg}\,e\,\mathrm{tg}\,f + (1+3\,\mathrm{tg}^2 e)^2}. \tag{17}$$

Сходство между формулами (14) и (17) представляет собой пример действия теоремы взаимности, доказанной Гутенбергом.

Аналогично случаю в разд. 6.4, находим, что $B = 0$, если $e = 12{,}8^\circ$ или 30°; т. е. согласно (13) при $f = 55{,}7^\circ$ или 60°. Для области, расположенной в указанном интервале углов выхода, отраженные волны SV весьма слабы.

Более сложен случай падения SV-волн при $0 \leqslant f < \arccos(1/\sqrt{3}) = 54{,}7^\circ$, когда e является мнимой величиной. В этой области значений f формула (15) принимает вид, аналогичный правой части формулы (11), и мы находим (ср. случай, описанный в разд. 6.3), что имеет место полное внутреннее отражение волн типа SV, которое, вообще говоря, сопровождается изменением фазы.

6.6. ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН

Задачи по отражению и преломлению волн в сейсмологии в основном связаны с эффектами на границах, обладающих слабой кривизной и достаточно удаленных от очага землетрясения. При таких обстоятельствах теория, оперирующая с плоскими волнами, оказывается достаточно точной для большинства целей. Все рассмотренные в разд. 6.3—6.5 частные случаи имеют важное значение для сейсмологии и иллюстрируют типы решений, возникающие из общих формул, приведенных в разд. 6.2. Другие частные случаи соответственно конкретным значениям параметров, описывающих свойства обеих сред M и M', также должны быть рассмотрены в сейсмологии; выбираемые величины соответствуют определенным поверхностям разрыва внутри Земли, о которых говорится в гл. 12 и 13. Ряд таких специальных случаев рассматривали многие исследователи, в том числе Нотт, Гутенберг, Джеффрис, Макелуэйн, Сезава и Канаи. По этим решениям составлены таблицы, дающие значения отношений A/A_0, B/A_0 и т. д. в зависимости от e или f, пробегающих значения от 0 до $\pi/2$. Такие таблицы составляют основу, позволяющую производить сравнения с экспериментальными результатами.

Они используются в гл. 8 при обсуждении энергетических соотношений.

Во всех рассмотренных до сих пор случаях падающая волна выбиралась в виде простой монохроматической волны. При отсутствии дисперсии аналогичные результаты для более сложных типов падающих волн могут быть получены просто путем суперпозиции эффектов от различных единичных монохроматических волн. Закон отражения и преломления, даваемый формулой (1), остается справедливым и для более сложных волн; формулы (8), (14) и (17) также справедливы, но коэффициенты в них (A_0, A, B и т. д.) следует теперь интерпретировать как амплитуды смещений в падающих и вторичных волнах (относящиеся к данной монохроматической составляющей сложной волны).

Излагавшаяся до сих пор теория имела дело с плоскими волнами и плоскими границами. Более сложные случаи разобраны в работах Каньяра, Дикса, Шолте, Блейка и ван дер Вердена.

6.7. ПРЕЛОМЛЕНИЕ ДИСПЕРГИРУЮЩИХ ВОЛН

Рассмотрим преломление волн, обладающих дисперсией, на границе, разделяющей две однородные среды M и M'. Стоунли указал, что направление волнового фронта преломленной волны определяется отношением фазовых скоростей волны, в то время как скорости переноса энергии в обеих средах определяются групповыми скоростями.

Излагаемое далее доказательство этого результата принадлежит Джеффрису. Предположим, что из данной точки O среды M в момент $t = 0$ испускается некоторое возмущение, и рассмотрим эффект, который оно производит в точке O' среды M' в момент t. Для простоты изложения доказательство дается для двумерного случая; доказательство нетрудно будет обобщить и на трехмерный случай. Рассмотрим (рис. 21) пучок лучей, каждый из которых приходит из O в O' в момент t. Пусть этот пучок пересекает границу в районе точки P по элементу длины ds и пусть периоды волн этого пучка лежат в интервале между $2\pi/\gamma$ и $2\pi/(\gamma + d\gamma)$. Положим $OP = r$, $PO' = r'$ и обозначим фазовые и групповые скорости в обеих

средах для волн с периодом $2\pi/\gamma$ через c, c' и C, C' соответственно. По аналогии с формулой 3(49) [но выбирая

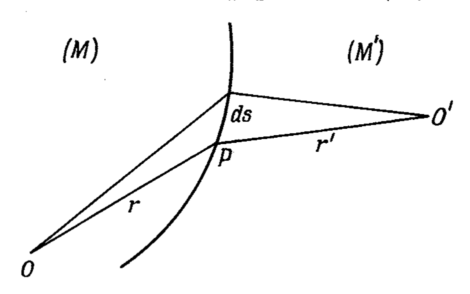


Рис. 21.

вместо $\varkappa$ за аргумент γ; ср. с 8(23)] легко видеть, что смещение в точке O' в момент t можно представить в виде

$$\int\int f(\gamma)\, g(\theta) \exp\{i\gamma(rc^{-1} + r'c'^{-1} - t)\}\, d\gamma\, ds, \tag{18}$$

где функция $f(\gamma)$ аналогична $\varphi(\varkappa)$ в 3(49), а $g(\theta)$ — функция угла. В общем случае f и g так же как и $\varphi(\varkappa)$,— медленно меняющиеся функции. Тогда можно показать (см. разд. 3.3.5.2), что основной вклад в интеграл (18) вносят области таких значений s и γ, в окрестности которых подынтегральное выражение стационарно. Условия стационарности (если пренебрегать изменениями f и g) имеют вид

$$\frac{1}{c}\frac{dr}{ds} + \frac{1}{c'}\frac{dr'}{ds} = 0, \tag{19}$$

$$r\frac{d(\gamma c^{-1})}{d\gamma} + r'\frac{d(\gamma c'^{-1})}{d\gamma} - t = 0. \tag{20}$$

Поскольку dr/ds и dr'/ds противоположны по знаку и равны по величине соответственно синусам углов, которые пучок образует с нормалью к границе в точке P с обеих ее сторон, то уравнение (19) эквивалентно обычному закону преломления (1); таким образом, пути лучей определяются фазовыми скоростями. А вследствие того, что $\gamma = \varkappa c$, уравнение (20) согласно 3(60) эквивалентно $t = (r/C) + (r'/C')$. Поэтому время пробега основного возмущения определяется групповыми скоростями.

7

СЕЙСМИЧЕСКИЕ ЛУЧИ В СФЕРИЧЕСКИ СЛОИСТОЙ МОДЕЛИ ЗЕМЛИ

Рассмотрим теперь вопросы, связанные с прохождением объемных сейсмических волн через недра Земли. Землю мы будем моделировать сферой, все свойства которой симметричны относительно центра. Будем пренебрегать эффектами дифракции и исследовать лишь свойства сейсмических лучей. Рассмотрим семейство сейсмических лучей, конечные точки каждого из которых расположены на внешней поверхности Земли, а внутри Земли они преломляются на границах раздела в соответствии с законами лучевой теории. В любом семействе лучей на произвольной глубине внутри Земли характер лучей P-или S-типа предполагается заданным. Благодаря предполагаемой симметрии модели Земли относительно ее центра O, нам достаточно рассмотреть лучи, которые лежат в одной плоскости, проходящей через O, причем точки их наибольшего погружения в недра Земли лежат на одном и том же радиусе, проходящем через O.

7.1. ПАРАМЕТР p СЕЙСМИЧЕСКОГО ЛУЧА

Мы можем считать, что данная модель Земли состоит из бесконечно большого числа тонких однородных концентрических сферических оболочек. Рассмотрим участок сейсмического луча $PP'P''$, где P, P', P'' — точки на трех последовательных границах между этими оболочками. Пусть v', v'' — скорости лучей вдоль отрезков PP' и $P'P''$ соответственно, а i', j', i'' обозначают углы, как

это показано на рис. 22. Тогда согласно 6(1)

$$\frac{OP' \sin i'}{v'} = \frac{OP' \sin j'}{v''} .$$

Но $OP' \sin j' = OP'' \sin i''$, так как оба эти выражения равны перпендикуляру, опущенному из точки O на прямую $P'P''$. Отсюда следует, что

$$p = \frac{r \sin i}{v} , \tag{1}$$

где r — расстояние от O до произвольной точки P, лежащей на луче, v — скорость луча в точке P, i — (острый)

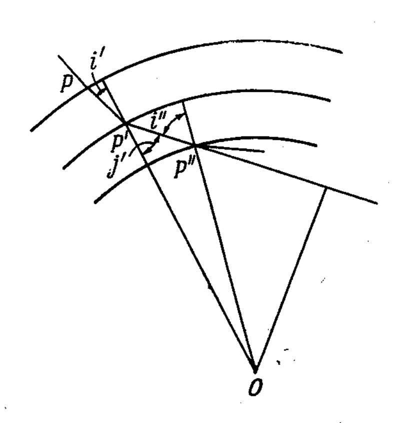


Рис. 22.

угол между OP и направлением луча в точке P и p постоянно вдоль всего рассматриваемого луча. Величина p называется *параметром* луча и меняется от луча к лучу в данном семействе лучей.

7.2. СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ p, Δ, T ДЛЯ ДАННОГО СЕМЕЙСТВА ЛУЧЕЙ

В последующем изложении мы часто будем использовать частные значения r, v и некоторых других характеристик модели Земли, отнесенных к внешней поверх-

ности, а также к точке наибольшего погружения луча [1]) с параметром p. Мы будем для обозначения этих величин использовать соответственно индексы 0 и p.

7.2.1. Соотношение $p = dT/d\Delta$

Рассмотрим семейство лучей со свойствами, описанными в начале этой главы. Обозначим через Δ угол при точке O, образованный радиусами, проведенными к конечным точкам луча с параметром p, и пусть T будет временем пробега вдоль этого луча. Пусть $p + dp$, $\Delta + d\Delta$,

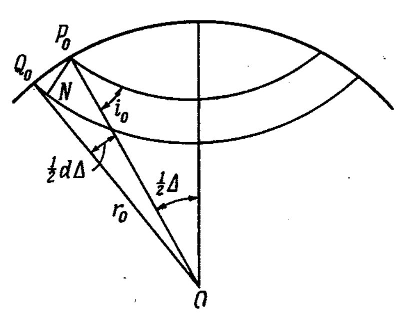


Рис. 23.

$T + dT$ — соответствующие величины для соседнего луча. Тогда если P_0, Q_0 обозначают соседние конечные точки этих двух лучей и P_0N — нормаль к лучу, проходящему через точку Q_0, то мы имеем (рис. 23)

$$\sin i_0 = \frac{NQ_0}{P_0Q_0} = \frac{v_0 \cdot dT/2}{r_0 \cdot d\Delta/2}.$$

Следовательно, согласно (1),

$$p = \frac{dT}{d\Delta}. \tag{2}$$

[В связи с аргументацией, приводимой в разд. 8.1, мы хотим здесь заметить, что формула (2) справедлива также для случая семейства лучей, свойства которого здесь описаны, но каждый из рассматриваемых лучей начи-

---

[1]) Точку наибольшего погружения называют также *вершиной* луча.— *Прим. перев.*

пается в некоторой точке F, находящейся внутри Земли. Это легко может быть показано.]

7.2.2. Некоторые интегральные выражения для T, Δ

Введем следующие обозначения: P — произвольная точка на луче с параметром p, ее полярные координаты

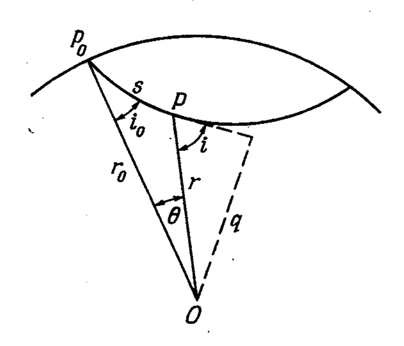


Рис. 24.

(r, θ) показаны на рис. 24; s — длина дуги P_0P. Тогда согласно (1)

$$\frac{r^2}{v}\frac{d\theta}{ds} = p. \tag{3}$$

Исключая ds из (3) с помощью выражения для элемента длины в полярных координатах

$$(ds)^2 = (dr)^2 + r^2(d\theta)^2, \tag{4}$$

получаем

$$\frac{r^4}{p^2v^2} = \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + r^2, \tag{5}$$

или

$$d\theta = \pm\, pr^{-1}(\eta^2 - p^2)^{-1/2}\, dr, \tag{6}$$

где для удобства введена величина η, определяемая как

$$\eta = \frac{r}{v}. \tag{7}$$

Интегрируя (6) от точки наибольшего погружения луча до P_0, мы получаем полезное соотношение для Δ:

$$\frac{1}{2}\Delta = p\int_{r_p}^{r_0} r^{-1}(\eta^2 - p^2)^{-1/2}\,dr. \tag{8}$$

Исключив $d\theta$ из (3) и (4), получим

$$\frac{p^2v^2}{r^2} = r^2\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 = 1 - \left(\frac{dr}{ds}\right)^2,$$

или

$$ds = \pm\, rv^{-1}(\eta^2 - p^2)^{-1/2}\,dr. \tag{9}$$

Поскольку время T равно интегралу $\int ds/v$, взятому вдоль луча, то мы получаем из (9) формулу для T, аналогичную формуле (8) для Δ:

$$\frac{1}{2}T = \int_{r_p}^{r_0} \eta^2 r^{-1}(\eta^2 - p^2)^{-1/2}\,dr. \tag{10}$$

Иногда удобно использовать соотношение, связывающее T и Δ. Оно получается из (10) с помощью элементарных алгебраических операций:

$$T = 2\int_{r_p}^{r_0} [p^2r^{-1}(\eta^2 - p^2)^{-1/2} + r^{-1}(\eta^2 - p^2)^{1/2}]\,dr,$$

что согласно (8) дает

$$T = p\Delta + 2\int_{r_p}^{r_0} r^{-1}(\eta^2 - p^2)^{1/2}\,dr. \tag{11}$$

Заметим также, что поскольку в точке наибольшего погружения луча $dr/d\theta = 0$, то из (6) и (7) мы имеем

$$p = \eta_p = \frac{r_p}{v_p}. \tag{12}$$

7.2.3. Функции ξ и ζ

Определим ξ и ζ с помощью формул

$$\zeta = \frac{d\ln v}{d\ln r} = \frac{r}{v}\frac{dv}{dr}, \qquad \xi = \frac{2}{1-\zeta} = \frac{2d\ln r}{d\ln\eta}. \tag{13}$$

Значение этих функций r связано с тем, что простые условия $\zeta < 1$ или $\xi > 0$ $\left(\text{или } \frac{d\eta}{dr} > 0\right)$ определяют, может ли существовать луч из рассматриваемого семейства лучей, точка наибольшего погружения которого L расположена на заданном расстоянии от центра r. Это вытекает из формулы (34) (вывод приводится в разд. 7.5.1) и (12), согласно которым кривизна луча в точке L равна $v^{-1}\, dv/dr$, в то время как кривизна уровенной поверхности, проходящей через r, равна r^{-1}. Значения r, при которых ζ и ξ принимают значения 1 и ∞ соответственно, связаны с разрывными изменениями в форме лучей рассматриваемого семейства. И в соответствии с этим при данных значениях в математическом описании лучей появляются расходящиеся интегралы.

7.2.4. Выражения для $d\Delta/dp$ и dT/dp

Из (8), (10) и (13) получаем

$$\Delta = \int_{\eta_p}^{\eta_0} p\xi\eta^{-1} (\eta^2 - p^2)^{-1/2}\, d\eta, \tag{14}$$

$$T = \int_{\eta_p}^{\eta_0} \xi\eta (\eta^2 - p^2)^{-1/2}\, d\eta. \tag{15}$$

Интегрирование (14) и (15) по частям и использование (12) дает

$$\Delta = \left[\xi \arccos \frac{p}{\eta}\right]_{\eta_p}^{\eta_0} - \int_{\xi_p}^{\xi_0} \arccos \frac{p}{\eta}\, d\xi =$$

$$= \xi_0 \arccos \frac{p}{\eta_0} - \int_{\xi_p}^{\xi_0} \arccos \frac{p}{\eta}\, d\xi, \tag{16}$$

$$T = \xi_0 (\eta^2 - p^2)^{1/2} - \int_{\xi_p}^{\xi_0} (\eta^2 - p^2)^{1/2}\, d\xi. \tag{17}$$

Дифференцируя (16) и (17) по p, получаем

$$\frac{d\Delta}{dp} = -\xi_0 (\eta_0^2 - p^2)^{-1/2} + \int_{\xi_p}^{\xi_0} (\eta^2 - p^2)^{-1/2} \, d\xi = -X + Y, \quad (18)$$

$$\frac{dT}{dp} = -p\xi_0 (\eta_0^2 - p^2)^{-1/2} + \int_{\xi_p}^{\xi_0} p (\eta^2 - p^2)^{-1/2} \, d\xi. \quad (19)$$

Заметим, что выражения (18) и (19) содержат в себе формулу (2). Формулы (16) — (19) предполагают, что η, ξ и их производные дифференцируемы на интервале $r_p \leqslant r \leqslant r_0$ и что ζ не принимает значение, равное единице.

7.3. ХАРАКТЕР СВЯЗЕЙ МЕЖДУ Δ И T ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ТИПОВ ФУНКЦИЙ $v = v(r)$

Выберем такую модель Земли, для которой в большей части ее недр v медленно возрастает с уменьшением r, причем темп возрастания v меняется слабо. Пусть эти предположения выполняются, в частности, в окрестности внешней поверхности. При таком поведении v, которое мы будем называть «нормальным», ζ, как это следует из (16), отрицательно и принимает умеренные численные значения, а производные $\frac{d\zeta}{dr}$ и $\frac{d\xi}{dr}$ малы, в частности ζ_0 отрицательно; $\frac{d\eta}{dr}$ положительно.

Рассмотрим изменения Δ и T для рассматриваемого семейства лучей, по мере того как угол падения i_0 на внешней поверхности постепенно изменяется от $\pi/2$ до 0. Согласно соотношению (1),

$$p = \eta_0 \sin i_0; \quad (20)$$

мы видим, что p равномерно уменьшается от η_0 до нуля. Конечно, при $i_0 = \pi/2$, Δ и T также равны нулю.

7.3.1

Поскольку ζ_0 отрицательно и $p = \eta_0$ при $\Delta = 0$, то из (13) и (18) вытекает, что X имеет большие положи-

тельные значения при малых значениях Δ. С другой стороны, можно найти, что Y будет мало для лучей, которые не проникают глубоко, из-за малости величины $d\xi/dr$ и малости соответствующей области интегрирования. Таким образом, $d\Delta/dp$ при малых Δ принимает большие отрицательные значения. Следовательно, согласно (2) $d^2T/d\Delta^2$ отрицательно и стремится к нулю при малых Δ; значит (предполагая, что T можно разложить в степенной ряд по Δ), формула

$$T = \eta_0\Delta - a\Delta^3, \tag{21}$$

где a — положительная постоянная, представляет приближенное выражение для T с точностью до Δ^3.

Другое полезное соотношение для T можно получить непосредственно из (18). Если Y мало по сравнению с X, то приближенно мы имеем

$$\frac{d\Delta}{dp} = -\xi_0 (\eta_0^2 - p^2)^{-1/2}.$$

Поскольку $p = \eta_0$ при $\Delta = 0$, то это дает

$$\Delta = \xi_0 \arccos \frac{p}{\eta_0},$$

и согласно (2)

$$T = \eta_0\xi_0 \sin \frac{\Delta}{\xi_0}. \tag{22}$$

С помощью (19) находим

$$T = \xi_0 (\eta^2 - p^2)^{1/2}.$$

Формула (22) будет совершенно точной при $Y = 0$, т. е. согласно (18), когда ξ постоянно ($=\xi_0$), и, конечно, согласуется с (21) при разложении в ряд по Δ вплоть до членов третьего порядка. Она заметно упрощается согласно (13), когда распределение скоростей задается простым степенным законом

$$v = ar^b, \tag{23}$$

где a и b — постоянные (на самом деле $b = \zeta_0$).

7.3.2

При $i_0 = 0$, согласно (20), также $p = 0$. Тогда из (2) следует, что для лучей, которые проходят вблизи центра

Земли, для которых согласно (1) p лишь несколько больше нуля,

$$T = a - b(\pi - \Delta)^2. \tag{24}$$

Здесь a и b — положительные постоянные, а само уравнение представляет приближенное соотношение с точностью до $(\pi - \Delta)^2$.

7.3.3

Предположим теперь, что в окрестности некоторой уровенной поверхности имеется заметное увеличение темпа роста скорости с глубиной. Точнее, предположим, что а) $X > Y$, т. е. $d\Delta/dp < 0$ для лучей, точка наибольшего погружения которых находится несколько выше рассматриваемого уровня; б) поведение v является нормальным сразу же вверх от этого уровня, в то время как непосредственно книзу от него изменение v таково, что ζ быстро уменьшается с ростом глубины и быстро становится большим (и отрицательным); в) по мере дальнейшего роста глубины v вскоре возвращается к своему нормальному поведению.

Если скорость изменения ζ в соответствии с предположениями (б) и (в) достаточно велика, то из (18) с очевидностью следует, что для некоторой области значений p, $Y > X$. Соответственно этому $d\Delta/dp$ в данной области будет положительным; графически это показано на рис. 25, *а*. Соответствующие особенности соотношения (T, Δ) легко могут быть выявлены и показаны графически (рис. 25, *б* и *в*). На рис. 25, *а* — *в* точки A, A', A'' и т. д. соответствуют друг другу. На рисунках мы обнаруживаем следующие особенности: наличие изломов в точках B'' и C'', утроение импульса в рассматриваемой области значений Δ и выпуклость вниз участка $B''C''$ кривой времени пробега (годографа) (рис. 25, *в*).

7.3.4

Допустим, что характер изменения скорости в окрестности другой уровенной поверхности аналогичен описанному в разд. 7.3.3, но скорость изменения ζ не так велика и ζ уменьшается несколько меньше, чем это необходимо, чтобы сделать $Y > X$. Тогда $d\Delta/dp$ близко

к нулю, но не равно ему. Этот случай иллюстрирует рис. 26. Здесь уже не происходит утроения импульса, но кривая T (Δ) обладает заметной кривизной в окрестности соответствующих значений Δ.

7.3.5

Рассмотрим случай, когда имеется поверхность разрыва, на которой v скачком возрастает (сверху вниз),

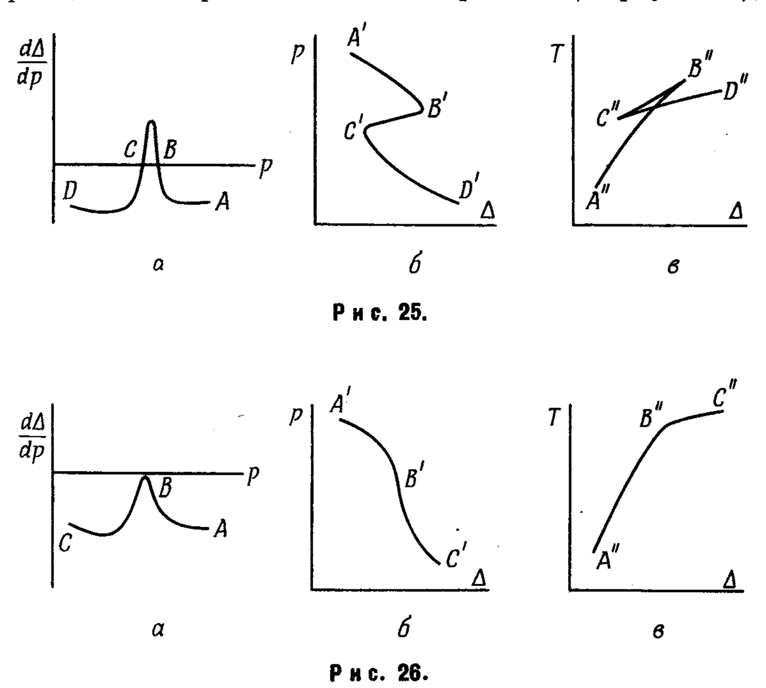


Рис. 25.

Рис. 26.

а поведение v по обе стороны поверхности разрыва нормально. Его можно вывести из уже разобранного случая в разд. 7.3.3. Вид соответствующих кривых показан на рис. 27. На графике 27,*б* величина Δ уменьшается на конечное значение при переходе от B' к C'. Это происходит вследствие конечного уменьшения величины r/v при переходе через поверхность разрыва, которое сопровождается конечным уменьшением параметра луча p.

А так как в рассматриваемых условиях r_p меняется непрерывно, то из (8) следует, что Δ уменьшается на конечную величину. (Значения p и i_0 на разрыве соответствуют лучам, которые испытывают полное отражение вверх на поверхности разрыва. Эти лучи не участвуют в проведенном выше рассмотрении, так как $dr/d\theta$ претерпевает

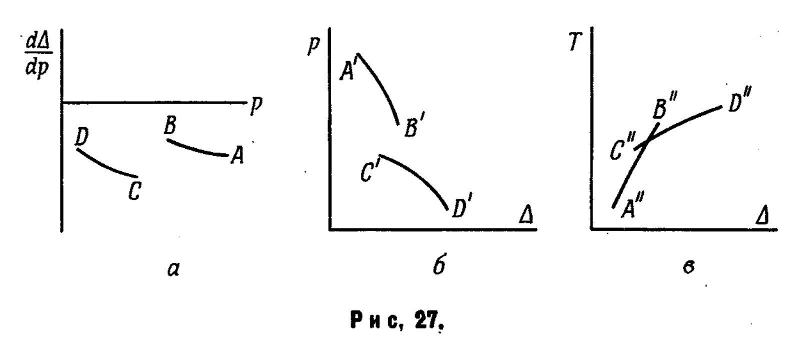


Рис. 27.

разрыв в точках наибольшего погружения этих лучей. Вопрос об этих лучах весьма легко разобрать отдельно с помощью теории, изложенной в этой главе.) Кривые $T(\Delta)$ представлены на рис. 27, *в*. Они имеют следующие особенности: разрыв от B'' к C'' и градиент у точки C'' меньше, чем у точки B''.

7.3.6

Предположим далее, что в окрестности другой уровенной поверхности скорость уменьшается с ростом глубины. Точнее, будем считать, что а) $X > Y$, т. е. $d\Delta/dp < 0$ для лучей, точки наибольшего погружения которых расположены сразу же над рассматриваемым уровнем, б) ход скорости v непосредственно над данным уровнем нормален, в то время как сразу же ниже его начинается уменьшение скорости, что приводит к возрастанию ζ с глубиной на некотором интервале расстояний; в) по мере дальнейшего возрастания глубины ζ вскоре достигает максимума и затем быстро уменьшается, пока ход скорости не возвращается к «нормальному» виду.

Если скорость уменьшается таким образом, что ζ достигает значения $+1$, то интеграл в (18) расходится, и при

этом очевидно, что Δ испытывает разрыв в некоторой точке по мере непрерывного уменьшения p. На уровне, скажем, L_1, где ζ впервые проходит через значение, равное единице, $d\eta/dr = 0$ и убывает далее по мере роста глубины; следовательно, ниже этого уровня η будет возрастать до тех пор, пока согласно (в) ζ снова не пройдет через значение $+1$. Затем, если дальнейшее поведение v является нормальным, η будет уменьшаться по величине до тех пор, пока на некотором более низком уровне, скажем L_2, не достигнет того значения, которое оно имело на уровне L_1. Рассматривая изменения параметра p, т. е. η_p, легко показать с помощью (12), что ни один луч из данного семейства не может иметь вершину между уровнями L_1 и L_2 и что r_p, Δ и T претерпевают разрыв непрерывности.

Из-за того что в этом случае интеграл в (18) расходится, полный математический анализ этой задачи потребует некоторых изменений формул (18) и (19). Ниже мы только изучим (в разд. 7.3.8) предельный случай разрыва функции $v = v(r)$.

7.3.7

Если изменение скорости в окрестности некоторого уровня происходит так, как описано в 7.3.6, но с тем отличием, что это изменение не достаточно, чтобы ζ достигло значения $+1$, то эффект будет следующим. Производная $d\Delta/dp$ (которая остается отрицательной) несколько возрастет по своей величине в рассматриваемой области значений p. Легко показать, так же как это сделано в разд. 7.3.4, что в этом случае кривизна кривой $T(\Delta)$ будет уменьшаться в рассматриваемой области значений Δ; кривая $T(\Delta)$ может трансформироваться почти в прямую линию.

7.3.8

Рассмотрим теперь случай, когда имеется поверхность разрыва, скажем $r = r_1$, при переходе через которую (сверху вниз) v скачком уменьшается. Нам нужно разделить вклад в $d\Delta/dp$ областей ниже и выше поверхности разрыва. Обозначим индексом a значения переменных сразу же над поверхностью разрыва, а индексом

b — значения переменных сразу же под этой поверхностью. Для лучей, которые проникают ниже уровня $r = r_1$, мы теперь находим, что $d\Delta/dp = -X + Y$, где

$$X = \xi_0 (\eta_0^2 - p^2)^{-1/2} - \xi_a (\eta_a^2 - p^2)^{-1/2} + \xi_b (\eta_b^2 - p^2)^{-1/2}, \quad (25)$$

$$Y = \int_{\xi_1}^{\xi_0} + \int_{\xi_p}^{\xi_1} (\eta^2 - p^2)^{-1/2} \, d\xi. \quad (26)$$

Поскольку $v_b < v_a$, то $\eta_b > \eta_a$; если ниже уровня $r = r_1$ v ведет себя нормально на протяжении достаточно большого интервала расстояний, то η уменьшается с глубиной до тех пор, пока на некотором уровне, скажем $r = r_2$, η не достигнет значения η_a. Отсюда следует, что данный разрыв функции скорости сопровождается скачкообразным возрастанием Y на величину

$$\int_{\xi_2}^{\xi_1} (\eta^2 - \eta_a^2)^{-1/2} \, d\xi. \quad (27)$$

Интеграл (27), очевидно, сходится, и его значение невелико. С другой стороны, второе слагаемое в правой части формулы (25) велико для самых глубоких лучей, которые проникают ниже уровня $r = r_1$ (так как для этих лучей $p \approx \eta_a$), в то время как первое и третье слагаемые в (25) средней величины. Отсюда следует, что по мере того, как p уменьшается и становится меньше η_a, $d\Delta/dp$ испытывает резкое изменение в сторону больших положительных значений. При дальнейшем уменьшении p второе слагаемое в (25) быстро уменьшается до небольших значений, а значения $d\Delta/dp$ вскоре снова станут сравнимы со значениями для лучей, проходящих сразу же над уровнем $r = r_1$. Если поведение v ниже уровня $r = r_1$ продолжает оставаться нормальным на достаточно большом протяжении, то $d\Delta/dp$ в конце концов снова перейдет в область отрицательных значений. Это следует из того, что для лучей, которые проходят вблизи центра Земли, p мало (и положительно) и согласно (24) должно подчиняться приближенному соотношению

$$p = 2b(\pi - \Delta),$$

где $b > 0$.

Описанные выше случаи проиллюстрированы графически на рис. 28 вместе с соответствующей кривой T (Δ). На рисунке видно, что в значениях Δ имеется разрыв, который соответствует «зоне тени» на поверхности Земли.

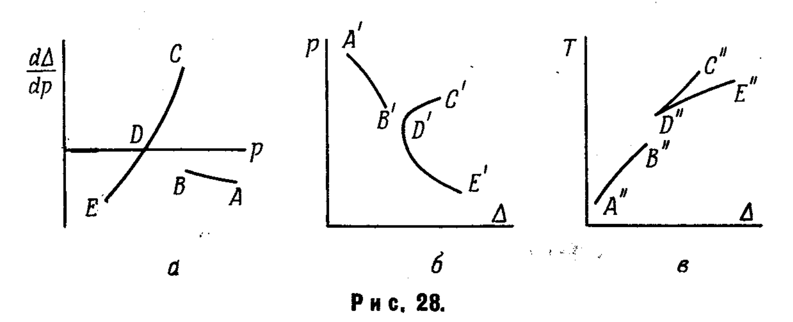


Рис. 28.

Далее, по мере непрерывного уменьшения p последующие значения Δ проходят через минимум в точке D'', что аналогично минимальному отклонению луча света, проходящего через призму или линзу.

Для точек, расположенных вблизи D на рис. 28, a, мы можем записать

$$\frac{d\Delta}{dp} \approx \alpha (p-\beta),$$

где α — значение градиента, а β — значение p в точке D. Это соотношение дает

$$\Delta \approx \frac{1}{2} \alpha (p-\beta)^2 + \gamma,$$

где γ — постоянная. Подставляя (2), находим, что для точек, расположенных вблизи D'' на рис. 28, $в$,

$$T - T_1 = a(\Delta - \Delta_1) \pm b(\Delta - \Delta_1)^{3/2}, \qquad (28)$$

где a и b — постоянные, а T_1, Δ_1 — значения T и Δ в точке D''. Таким образом, вблизи точки D'' кривая T (Δ) аппроксимируется полукубической параболой.

7.3.9

Рассмотренные в разд. 7.3.1—7.3.8 частные случаи описывают главные особенности соотношений между T и Δ, которые встречаются в реальной Земле (см. гл. 12 и 13).

Из рис. 25—28 следует, что $d^2T/d\Delta^2$ — обычно отрицательная величина; тогда из (2) вытекает, что $dp/d\Delta$ также меньше нуля; поэтому согласно (20) $d\Delta/di_0$ отрицательна, а $d\Delta/de_0$ положительна (где $e_0 = \pi/2 - i_0$). Но иногда $d^2T/d\Delta^2$ может быть положительной величиной, как, например, для ветви $D''C''$ на рис. 28, *в*; в таких случаях $\frac{d\Delta}{de_0}$ отрицательна.

7.4. ВЫВОД РАСПРЕДЕЛЕНИЙ СКОРОСТЕЙ *P*- И *S*-ВОЛН ИЗ СООТНОШЕНИЙ *T* И Δ

По данным, взятым с сейсмограмм, можно составить эмпирические таблицы, связывающие T и Δ для различных семейств сейсмических лучей (детально этот метод будет описан в гл. 10). Затем с помощью теории, изложенной в разд. 7.3, мы имеем возможность выявить основные особенности распределений скоростей *P*- и *S*-волн в недрах Земли. Рассмотрим теорию, с помощью которой может быть найдено детальное распределение скоростей *P*- и *S*-волн.

Предположим, что для некоторого семейства лучей заданного типа в сферически симметричной Земле связь между T и Δ известна. Тогда согласно (2) Δ является известной функцией p, и наоборот.

Будем предполагать далее, что η монотонно убывает по мере уменьшения r в области $r_0 \geqslant r > r'$, где r' — некоторое значение r, меньшее r_0; пусть штрих указывает, что переменные величины относятся к уровню $r = r'$.

Тогда согласно (8) и при условии $p > \eta'$ мы можем написать

$$\Delta = \int_{\eta_p}^{\eta_0} 2pr^{-1}(\eta^2 - p^2)^{-1/2}\frac{dr}{d\eta}\,d\eta. \qquad (29)$$

Уравнение (29) имеет вид интегрального уравнения Абеля, решение которого определяет η как функцию r. Это уравнение было впервые исследовано в связи с проблемами сейсмологии Герглотцем, Вихертом и Батеманом. В решении его мы будем следовать Рэшу.

Обозначим через r_1 значение r, заключенное в интервале $r_0 \geqslant r_1 > r'$, а индекс 1 используем для обозначения переменных (например, v_1, η_1) на сфере радиуса r_1. В данном случае $\eta_1 > \eta'$. Обозначим также через Δ_1 величину Δ для луча, вершина которого проходит через уровень r_1. Применим оператор

$$\int_{\eta_1}^{\eta_0} dp\,(p^2-\eta_1^2)^{-1/2}$$

к обеим сторонам уравнения (29); интегрирование ведется по семейству лучей от наибольшего луча, для которого $p = \eta_0$, до луча с $p = \eta_1$. В результате получаем

$$\int_{\eta_1}^{\eta_0} \Delta\,(p^2-\eta_1^2)^{-1/2}\,dp =$$

$$= \int_{\eta_1}^{\eta_0} dp \int_{\eta_p}^{\eta_0} 2pr^{-1}\left[(p^2-\eta_1^2)(\eta^2-p^2)\right]^{-1/2}\frac{dr}{d\eta}\,d\eta =$$

$$= \int_{\eta_1}^{\eta_0} d\eta \int_{\eta_1}^{\eta} 2pr^{-1}\left[(p^2-\eta_1^2)(\eta^2-p^2)\right]^{-1/2}\frac{dr}{d\eta}\,dp.$$

При последнем преобразовании, когда изменяется порядок интегрирования, пределы интегрирования легко определяются, если построить треугольную область, по которой ведется интегрирование в плоскости (η, p). Интегрируя по частям левую сторону последнего уравнения и интегрируя по p правую сторону, мы получим (так как $\eta > \eta_1$)

$$\left[\Delta \operatorname{arcch}\frac{p}{\eta_1}\right]_{\eta_1}^{\eta_0} - \int_{\eta_1}^{\eta_0} \frac{d\Delta}{dp}\operatorname{arcch}\left(\frac{p}{\eta_1}\right)dp = \int_{\eta_1}^{\eta_0} \pi r^{-1}\frac{dr}{d\eta}\,d\eta.$$

В этом выражении первый член слева равен нулю, так как $\Delta = 0$ при $p = \eta_0$, в то время как $\operatorname{arcch}(p/\eta_1) = 0$

при $p = \eta_1$. Следовательно,

$$\int_0^{\Delta_1} \operatorname{arcch}\left(\frac{p}{\eta_1}\right) d\Delta = \pi \ln \frac{r_0}{r_1}. \tag{30}$$

Далее, нам дано, что p является известной функцией Δ. Известно также η_1 — значение $\frac{dT}{d\Delta}$ при $\Delta = \Delta_1$. Следовательно, r_1 может быть определено из (30) через Δ_1 и, таким образом, через η_1, или r_1/v_1. Это может быть выполнено для любого r_1 в области $r_0 \geqslant r_1 > r'$. Тем самым мы получили метод для нахождения v как функции r в области $r_0 \geqslant r > r'$.

Если использовать данные по (T, Δ) для различных семейств сейсмических лучей, то описанный выше метод позволит найти скорости P- и S-волн во всех точках вплоть до уровня, с которого η впервые начинает возрастать с ростом глубины.

Во всех случаях, рассмотренных в разд. 7.3, исключая те, которым посвящены разд. 7.3.6 и 7.3.8, η уменьшается с ростом глубины, так что соответствующие отклонения v от нормального поведения не помешают успешному применению данного метода. Следует, конечно, иметь в виду, что когда имеется петля на кривой $T(\Delta)$, как в случае, разобранном в разд. 7.3.3, $d\Delta$ при использовании (30) должно отсчитываться в отрицательном направлении на верхней ветви кривой.

Этот метод нельзя применять для определения v ниже любого уровня, на котором появляются усложнения типа тех, о которых говорилось в разд. 7.3.6 или 7.3.8; в первом из этих случаев $\frac{d\eta}{dr}$ изменяет знак и затем достигает значения, где η возвращается к своей прежней величине, а в последнем случае η возрастает скачком с ростом глубины.

Легко обобщить рассматриваемый метод с тем, чтобы он включал случай разд. 7.3.8. Предположим, что происходит скачкообразное возрастание η (сверху вниз) при переходе через уровень $r = r'$ и что η монотонно убывает от этого уровня к более низкому уровню $r = r''$. Эта методика определяет v как функцию r для $r_0 \geqslant r > r'$.

Заменим в (8) и (10) нижний предел интегрирования на r'. Это позволяет вычислить вклад в T и Δ отрезков пути, расположенных выше уровня $r = r'$, для лучей, проходящих ниже этого уровня. Далее, путем вычитания полученных результатов из величин (которые предполагаются известными) T и Δ таблицы строится таблица значений T' в функции Δ', где T' и Δ' относятся к $r = r'$. Затем скорости для интервала $r' > r > r''$ могут быть определены с помощью описанной выше методики. Эта процедура называется «обнажением Земли» («stripping the Earth»).

Теория случая разд. 7.3.6 встречает большие трудности. Этот случай может встретиться во внешнем 200-километровом слое Земли, а также на глубине 5000 *км*. Тем не менее описанный выше метод позволяет достаточно точно определить распределение скоростей в большей части недр Земли.

7.4.1. Другой метод

Из (18) мы имеем

$$Y = \frac{d\Delta}{dp} + \xi_0 (\eta_0^2 - p^2)^{-1/2} = \frac{d}{dp}\left[\Delta - \xi_0 \arccos \frac{p}{\eta_0}\right], \qquad (31)$$

откуда для семейства лучей с заданным соотношением (T, Δ) Y может быть определено как функция p. Также согласно (18) мы имеем интегральное уравнение

$$Y = \int\limits_{\xi_p}^{\xi_0} (\eta^2 - p^2)^{-1/2}\, d\xi, \qquad (32)$$

которое может быть решено и дает

$$\int\limits_0^{Y_1} (p^2 - \eta_1^2)^{1/2} dY = -\frac{\pi}{2}(\xi_1 - \xi_0). \qquad (33)$$

Следовательно, мы можем выбрать для скорости закон (23) (т. е. $\xi = \xi_0$) в качестве первого приближения к отыскиваемому распределению скоростей и использовать (33) для вычисления поправок $(\xi - \xi_0)$ к ξ_0 на различных глубинах; при этом Y предполагается известной функцией p. Этот метод оказывается достаточно эффективным

в широком интервале глубин для ряда областей Земли. Он особенно действен, когда (22) дает достаточно хорошее приближение для кривой $T(\Delta)$. Детальное описание метода и его развитие можно найти в работах Буллена (1960—1961 гг.).

7.5. НЕКОТОРЫЕ ЧАСТНЫЕ ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТЕЙ

Прежде чем переходить к рассмотрению некоторых практически полезных модельных распределений скорости, выведем выражение для кривизны сейсмического луча в произвольной его точке.

7.5.1. Кривизна сейсмического луча

Пусть ϱ — направленный вверх радиус кривизны сейсмического луча в некоторой точке P (см. рис. 24, стр. 147). Тогда $\varrho = -r\dfrac{dr}{dq}$, где q — перпендикуляр, опущенный из центра O на касательную к лучу в точке P. Поскольку, с учетом (1), $q = pv$, будем иметь

$$\varrho = -\frac{r}{p}\frac{dr}{dv}. \tag{34}$$

Из (34) непосредственно следует, что для семейства лучей определенного типа (т. е. P или S) кривизна на любом заданном уровне пропорциональна p. Далее из (1) вытекает, что величина $\varrho \sin i$ постоянна на данном уровне для данного семейства лучей и равна $-v\dfrac{dr}{dv}$.

С помощью формулы для кривизны в полярных координатах или независимым путем с помощью (1), (5) и (34) можно показать, что

$$\varrho \sin^3 i = -\left[\frac{d^2}{d\theta^2}\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{1}{r}\right]^{-1}. \tag{35}$$

7.5.2. Лучи в однородной среде

Если скорость v постоянна во всей области изменения r, то из (34) следует, что $\varrho = \infty$, а лучи в этой области являются прямыми линиями. Таким образом,

для однородной модели Земли $\zeta = 0$, как это следует из (13), и, полагая $\xi_0 = 2$ в (22), получим следующее соотношение между T и Δ:

$$T = 2\,\frac{r_0}{v_0}\sin\frac{\Delta}{2}\,, \qquad (36)$$

которое легко получить и непосредственно.

7.5.3. Круговые лучи; распределение скорости вида $v = a - br^2$

Если v удовлетворяет закону

$$v = a - br^2, \qquad (37)$$

то из (34) следует, что лучи являются кругами с радиусами $(2pb)^{-1}$. Закон (37) часто используется в приближенных исследованиях области Земли, расположенной под внешними слоями. Соответствующее соотношение между T и Δ удобнее всего выражать в параметрической форме. В качестве параметра используется угол i_0, введенный в рассмотрение в начале этой главы. На рис. 29 изображен один луч из рассматриваемого семейства лучей с параметром p. Точка K является центром окружности, частью которой служит рассматриваемый луч. В треугольнике OP_0K мы имеем $OP_0 = r_0$, $KP_0 = (2pb)^{-1}$, угол $KOP_0 = \Delta/2$ и угол $OP_0K = (\pi/2) + i_0$; следовательно, угол $OKP_0 = (\pi/2) - i_0 - (\Delta/2)$. Поэтому

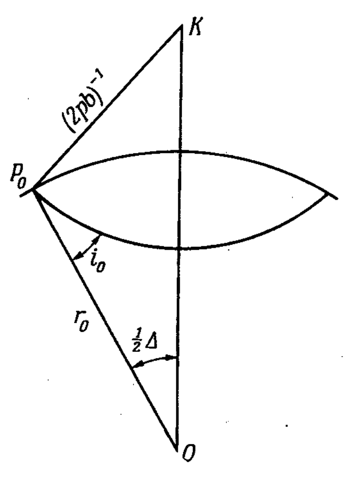


Рис. 29.

$$2pb\sin\frac{\Delta}{2} = r_0^{-1}\cos\left(\frac{\Delta}{2} + i_0\right).$$

Но согласно (20)

$$p = r_0 v_0^{-1}\sin i_0.$$

Исключая p и используя (37), получаем

$$\Delta = 2 \operatorname{arctg}\left(\operatorname{ctg}\frac{i_0}{\lambda}\right), \tag{38}$$

где

$$1 + \lambda = \frac{2a}{v_0}. \tag{39}$$

Из (2), (1) и (38) имеем

$$dT = p\, d\Delta = -\frac{r_0 \sin i_0}{v_0} \frac{2\lambda}{\lambda^2 + \operatorname{ctg}^2 i_0} \operatorname{cosec}^2 i_0\, di_0.$$

Таким образом,

$$T = \frac{r_0}{v_0 \sqrt{\lambda^2 - 1}} \ln \frac{\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1} \cos i_0}{\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 1} \cos i_0}. \tag{40}$$

Из (38) и (40) следует, что

$$T = \frac{2r_0}{v_0 \sqrt{\lambda^2 - 1}} \ln \left[\sqrt{\lambda^2 - 1} \sin\frac{\Delta}{2} + \sqrt{(\lambda^2 - 1)\sin^2\frac{\Delta}{2} + 1} \right]; \tag{41}$$

(39) и (41) связывают T с Δ.

7.5.4. Распределение скорости вида $v = ar^b$

Закон (23) уже исследовался в разд. 7.3.1. Он является особенно полезным из-за простого вида (22) соответствующего соотношения (T, Δ). Этот закон включает в себя случай постоянной скорости v (разд. 7.5.2), но является более общим и гибким из-за того, что содержит два произвольно подбираемых параметра η_0 и ξ_0. Распределение вида $v = ar^b$ действительно позволяет с хорошим приближением описать реальный ход скоростей в различных областях глубин Земли. Там, где рассматриваемое приближение оказывается недостаточным, в него могут быть введены поправки с помощью методики, изложенной в разд. 7.4.1. Ограничение этого закона связано с тем, что из него следует $v \to \infty$ при $r \to 0$ (в предположении отрицательного ζ_0), так что распределение $v = ar^b$ не может быть использовано в областях малых r/r_0.

Вопросами теории сейсмических лучей занимались также и другие авторы, среди которых отметим Слихтера, Леман и Гутенберга.

8

АМПЛИТУДЫ ПОВЕРХНОСТНОГО ДВИЖЕНИЯ, ОБУСЛОВЛЕННОГО СЕЙСМИЧЕСКИМИ ВОЛНАМИ В СФЕРИЧЕСКИ СЛОИСТОЙ МОДЕЛИ ЗЕМЛИ

Продолжим изложение теории, рассматривающей Землю как сферически симметричное тело. Как и в гл. 7, обозначим через r — расстояние произвольной точки от центра, v — скорость рассматриваемой волны в точке r и $\eta = r/v$ [уравнение 7(7)]; индекс 0 снова будем использовать для обозначения переменных величин на внешней поверхности Земли.

Рассмотрим ряд эффектов на внешней поверхности Земли, которые следуют за начальным возмущением, первоначально локализованным в небольшой области внутри Земли. Для простоты эта область будет считаться точечной (точка F) и называться фокусом, или очагом (возмущения или землетрясения). Предположим, что энергия излучается из точки F во всех направлениях симметрично, и исследуем амплитуды смещений на внешней поверхности от объемных упругих волн, испускаемых из F. Предполагается, что условия применения лучевой теории (изложенной в гл. 7) выполняются и что поверхности разрыва внутри Земли достаточно удалены от F, так что мы можем использовать теорию преломления и отражения плоских волн, изложенную в гл. 6.

В первых разделах настоящей главы излагается упрощенная теория, в которой пренебрегается потерями энергии при распространении волн от F к внешней поверхности. Вывод необходимых поправок на диссипацию энергии дан в разд. 8.5 и 8.6. В разд. 8.8 рассматривается вопрос об амплитудах поверхностных сейсмических волн.

8.1. ЭНЕРГИЯ НА ЕДИНИЦУ ПЛОЩАДИ ВОЛНОВОГО ФРОНТА ВОЛНЫ, ВЫХОДЯЩЕЙ НА ПОВЕРХНОСТЬ

Рассмотрим волну какого-либо типа (например, продольную), которая распространяется от F к внешней поверхности, все время сохраняя свой характер (т. е. оставаясь все время P-волной). Обозначим через I энергию волн такого типа, излучаемую в единице телесного угла при точке F, и пусть e_1 — угол, который образует

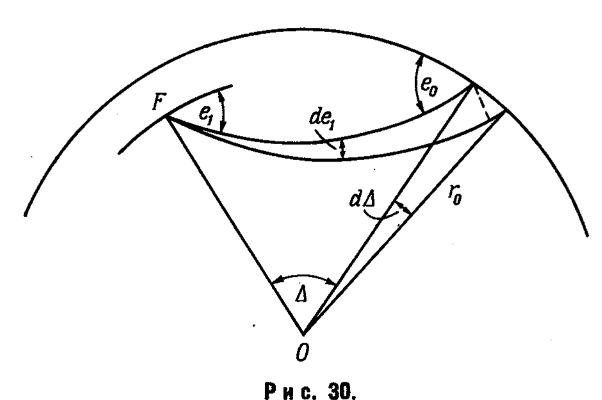


Рис. 30.

произвольный луч, исходящий из F, с уровенной поверхностью, проходящей через F. Тогда энергия, транспортируемая вдоль всех лучей, лежащих в интервале изменения e от e_1 до $e_1 + de_1$, равна $2\pi I \cos e_1 de_1$. Мы выбираем de_1 положительным.

Далее, площадь той части земной поверхности, которая содержит точки с угловым расстоянием (имеются в виду углы, образованные радиусами Земли), отсчитываемым от F и лежащим в интервале от Δ до $\Delta + d\Delta$, равна

$$2\pi r_0^2 \sin \Delta \,|\, d\Delta \,|$$

(запись величины $|\, d\Delta \,|$ в виде модуля вызвана тем, что $d\Delta$ и de_1 иногда могут быть противоположных знаков — см. 7.3.9). Следовательно, площадь той части волнового фронта, которая выходит на внешнюю поверхность на

рассматриваемом участке угловых расстояний, равна

$$2\pi r_0^2 \sin\Delta \sin e_0 \, | d\Delta |,$$

где e_0 — угол выхода.

Таким образом, энергия возмущения, испускаемая из F и отнесенная к единице площади волнового фронта с углом выхода e_0, равна

$$E(\Delta) = \frac{I}{r_0^2} \frac{\cos e_1}{\sin\Delta \sin e_0} \left| \frac{de_1}{d\Delta} \right|, \tag{1}$$

где область от e_1 до $e_1 + de_1$ соответствует области от Δ до $\Delta + d\Delta$. Обозначим через T время пробега от F до точки с эпицентральным расстоянием Δ; тогда с помощью 7(1) и 7(2) имеем

$$\eta_1 \cos e_1 = \eta_0 \cos e_0 = \frac{dT}{d\Delta}, \tag{2}$$

где η_1 и η_0 — значения η в точке F и на внешней поверхности. Из (2) вытекает

$$-\eta_1 \sin e_1 \frac{de_1}{d\Delta} = \frac{d^2T}{d\Delta^2}.$$

Применяя (2) снова, получаем

$$\frac{\cos e_1}{\sin e_0} \left| \frac{de_1}{d\Delta} \right| = \frac{\operatorname{ctg} e_1}{\eta_1 \sin e_0} \left| \frac{d^2T}{d\Delta^2} \right| =$$
$$= \frac{\eta_0}{\eta_1} (\eta_1^2 \operatorname{tg}^2 e_0 - \eta_0^2 \sin^2 e_0)^{-1/2} \left| \frac{d^2T}{d\Delta^2} \right|. \tag{3}$$

Вскоре мы учтем отражение, которое волна испытывает на внешней поверхности, для чего используем формулы гл. 6. В связи с этим для нас будет удобно обозначить угол выхода на внешней поверхности через e вместо e_0. Тогда с помощью (1) и (3) представим $E(\Delta)$ в виде

$$E(\Delta) = \frac{I\eta_0}{r_0^2 \eta_1 \sin\Delta} (\eta_1^2 \operatorname{tg}^2 e - \eta_0^2 \sin^2 e)^{-1/2} \left| \frac{d^2T}{d\Delta^2} \right|. \tag{4}$$

8.2. СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ЭНЕРГИЕЙ И АМПЛИТУДОЙ

Рассмотрим распространяющуюся P- или S-волну и обозначим через w энергию в единице объема такой

области среды, которую можно считать однородной (мы исключаем усложнения, связанные с дифракцией). Тогда согласно 3(65)

$$\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x_j}(wv_j)=0, \tag{5}$$

где v_j — скорость волны. Пренебрегая внешними силами X_i и используя 2(47), с достаточной точностью имеем

$$\frac{\partial w}{\partial t}\doteq\frac{\partial}{\partial x_j}\left(p_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial t}\right). \tag{6}$$

Формулы (5) и (6) дают

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left(wv_j+p_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial t}\right)=0. \tag{7}$$

Для плоской волны, распространяющейся параллельно оси x_1, с помощью (7) находим для любого заданного момента времени

$$wv_1=-p_{i1}\frac{\partial u_i}{\partial t}, \tag{8}$$

где постоянная интегрирования положена равной нулю.

Применяя (8) к частному случаю плоской гармонической волны SH, получим для смещения выражение

$$u_i=(0,\ C\cos[\varkappa(x_1-\beta t)],\ 0),$$

где C — амплитуда, $2\pi/\varkappa$ — длина волны, β — фазовая скорость, в данном случае $v_i=(\beta,\ 0,\ 0)$. Из 2(32) и 2(13) имеем

$$p_{12}=p_{21}=2\mu e_{21}=\mu\frac{\partial u_2}{\partial x_1}=-\mu\varkappa C\sin[\varkappa(x_1-\beta t)],$$

а все остальные p_{ij} равны нулю. Подставляя последнее выражение в (8), получаем

$$w=\mu\varkappa^2C^2\sin^2[\varkappa(x_1-\beta t)]. \tag{9}$$

[Формулу (9) можно вывести и другим путем, используя 2(54) и тот факт (см. разд. 3.3.6), что w равно удвоенной энергии деформации, отнесенной к единице объема.] Интегрируя (9) по области размером в длину волны, т. е.

$$0\leqslant x_1\leqslant\frac{2\pi}{\varkappa},$$

находим, что энергия E на единицу площади, перпендикулярной к оси x_1, с высотой слоя в длину волны равна $\pi\mu\varkappa C^2$, или с помощью 3(40) и 4(5)

$$E=\frac{2\pi^2\varrho\lambda C^2}{\tau^2}, \qquad (10)$$

где λ — длина волны, τ — период волны и ϱ — плотность среды. Из (10) видно, что средняя энергия на единицу длины в цуге волн пропорциональна квадрату амплитуды и обратно пропорциональна квадрату периода. Формулы, аналогичные (10), могут быть таким же образом получены и для простых гармонических плоских волн типа P и SV.

8.3. ДВИЖЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ ПОД ВЛИЯНИЕМ ПАДАЮЩЕЙ ВОЛНЫ С ДАННОЙ АМПЛИТУДОЙ

Рассмотрим амплитуду колебаний частицы поверхности Земли при падении на поверхность снизу волн различных типов. С достаточной точностью можно пренебречь кривизной поверхности и применить формулы, полученные в гл. 6 для падения плоских волн на плоскую границу. Будем снова считать, что соотношение Пуассона выполняется для среды, лежащей непосредственно под внешней границей. Тогда (см. гл. 6) e и f связаны соотношением 6(13):

$$\cos^2 e=3\cos^2 f. \qquad (11)$$

Вначале рассмотрим случай падения волны P, выходящей на поверхность под углом e. Вблизи поверхности ее можно описать с помощью потенциала φ (обозначения см. в разд. 6.4):

$$\varphi=A_0\exp\{i\varkappa(x_3\operatorname{tg}e+x_1-ct)\}, \qquad (12)$$

а отраженные P- и S-волны с помощью

$$\varphi=A\exp\{i\varkappa(-x_3\operatorname{tg}e+x_1-ct)\}, \qquad (13)$$

$$\psi=B\exp\{i\varkappa(-x_3\operatorname{tg}f+x_1-ct)\} \qquad (14)$$

соответственно. Отношения A/A_0 и B/A_0 получаются из 6(14), а f определяется через e из (11). С помощью

(12)—(14) и 5(1) мы видим, что компоненты падающей волны и двух отраженных волн на поверхности равны

$$u_i = (i\varkappa A_0,\ 0,\ i\varkappa A_0 \operatorname{tg} e) \exp\{i\varkappa (x_1 - ct)\},$$
$$u_i = (i\varkappa A,\ 0,\ -i\varkappa A \operatorname{tg} e) \exp\{i\varkappa (x_1 - ct)\},$$
$$u_i = (-i\varkappa B \operatorname{tg} f,\ 0, -i\varkappa B) \exp\{i\varkappa (x_1 - ct)\}$$

соответственно. Следовательно, отношение горизонтальной компоненты амплитуды движения поверхности Земли, скажем A_h, к амплитуде падающей волны, скажем A_k, равно $(A_0 + A - B \operatorname{tg} f)/A_0 \sec e$. Тогда с помощью 6(14) находим

$$\frac{A_h}{A_k} = \frac{12 \sin e \sec^2 e \operatorname{tg} f}{4 \operatorname{tg} e \operatorname{tg} f + (1 + 3 \operatorname{tg}^2 e)^2}. \tag{15}$$

Аналогично можно найти, что соответствующее отношение для вертикальной компоненты, скажем A_v, равно

$$\frac{A_v}{A_k} = \frac{6 \sin e \sec^2 e (1 + 3 \operatorname{tg}^2 e)}{4 \operatorname{tg} e \operatorname{tg} f + (1 + 3 \operatorname{tg}^2 e)^2}. \tag{16}$$

Обозначим отношение A_v/A_h через $\operatorname{tg} \bar{e}$, тогда из (15) и (16)

$$\operatorname{tg} \bar{e} = \frac{A_v}{A_h} = \frac{1 + 3 \operatorname{tg}^2 e}{2 \operatorname{tg} f}. \tag{17}$$

Угол $\bar{e}$ называется *кажущимся углом выхода*. Из (11) и (17) с помощью простых тригонометрических преобразований получаем соотношение

$$2 \cos^2 e = 3 (1 - \sin \bar{e}), \tag{18}$$

связывающее реальный и кажущийся углы выхода P-волн, падающих на внешнюю поверхность Земли. При выводе для простоты вычислений мы предполагали, что выполняется соотношение Пуассона 4(7). Однако нетрудно получить соответствующую зависимость в общем случае

$$2 \cos^2 e = \frac{\alpha^2}{\beta^2} (1 - \sin \bar{e}),$$

где α, β — скорости P-, S-волн; эту формулу впервые получил Вихерт.

Тем же путем, используя формулы разд. 6.5, мы можем найти соотношения, аналогичные (15) — (18) для случая

падения SV-волн на внешнюю поверхность. В случае падения SH-волн амплитуда движения поверхности равна удвоенной амплитуде падающей волны. Это непосредственно следует из 6(4) и аргументов, приведенных в последнем абзаце разд. 6.3.

8.4. АМПЛИТУДА СМЕЩЕНИЯ ВНЕШНЕЙ ПОВЕРХНОСТИ КАК ФУНКЦИЯ Δ

Предположим, что для некоторого начального возмущения были достаточно точно определены A_h и A_v как функции Δ (в частности, для импульса типа простого гармонического колебания). Тогда с помощью (17) и (18) мы можем вычислить $\bar{e}$ и затем e как функции Δ. Поскольку $\eta_0 \cos e = \frac{dT}{d\Delta}$ [уравнение (2), записанное в новых обозначениях], то мы можем вычислить $(\eta_0)^{-1} \frac{dT}{d\Delta}$ в функции Δ. Более того, из (4), (10), (15) и (16) мы находим

$$A_h^2 \sim \frac{4I \operatorname{tg}^2 e \sec^2 e \operatorname{tg}^2 f}{\eta_1 \sin\Delta\, (\eta_1^2 \operatorname{tg}^2 e - \eta_0^2 \sin^2 e)^{1/2} [4 \operatorname{tg} e \operatorname{tg} f + (1 + 3 \operatorname{tg}^2 e)^2]^2} \left| \frac{d^2T}{d\Delta^2} \right|, \quad (19)$$

$$A_v^2 \sim \frac{I \operatorname{tg}^2 e \sec^2 e\, (1 + 3 \operatorname{tg}^2 e)^2}{\eta_1 \sin\Delta\, (\eta_1^2 \operatorname{tg}^2 e - \eta_0^2 \sin^2 e)^{1/2} [4 \operatorname{tg} e \operatorname{tg} f + (1 + 3 \operatorname{tg}^2 e)^2]^2} \left| \frac{d^2T}{d\Delta^2} \right|. \quad (20)$$

В (19) и (20) постоянный коэффициент пропорциональности зависит от свойств среды у внешней поверхности Земли, а также от длины волны λ и периода τ импульса, когда он приближается к поверхности Земли. Теоретически возможно с помощью (19) или (20), зная A_h или A_v как функции Δ и зная η_0, оценить η_1, т. е. значение r/v вблизи фокуса F.

С другой стороны, пропорциональность A_h^2 и A_v^2 величине $\left| \frac{d^2T}{d\Delta^2} \right|$ позволяет по амплитудным наблюдениям производить проверку значений $\left| \frac{d^2T}{d\Delta^2} \right|$, полученных из соотношений $T(\Delta)$.

Следовательно, совершенно очевидно, что изучение наблюдаемого распределения амплитуд почвы вслед за началом землетрясения может дать полезную информацию о характере распределения скоростей P- и S-волн в недрах Земли. Эта информация в некотором смысле является независимой от той информации, которую мы получаем с помощью методов, описанных в гл. 7. Однако практически применение амплитудного метода к задачам реальных землетрясений встречает ряд трудностей. В результате амплитудный метод дает значительно менее точные результаты, чем метод, основанный на непосредственном использовании данных времен пробега. Основные трудности обусловлены неоднородностью среды вблизи внешней поверхности Земли и необходимостью оценивать потери энергии на внутренних поверхностях разрыва (см. разд. 8.5.2). Тем не менее благодаря работам Гутенберга и Рихтера был достигнут заметный прогресс в использовании амплитудных кривых; рассматривая амплитудные кривые, впервые обратили внимание на существование поверхности разрыва внутри земного ядра (см. разд. 13.1.3).

Возьмем простой пример применения амплитудной теории. Из (19) и (20) можно отметить, что в общем A_h и A_v относительно малы, когда мало $\frac{d^2T}{d\Delta^2}$, и относительно велики при больших $\frac{d^2T}{d\Delta^2}$. Легко показать, что эти результаты находятся в соответствии с выводами из теории, изложенной в гл. 7. Так, малость величины $\frac{d^2T}{d\Delta^2}$ означает малость кривизны соответствующей кривой $T(\Delta)$; в разд. 7.3.7 было показано, что это связано с (не очень большим) уменьшением скорости с ростом глубины в некотором интервале глубин земных недр. Было показано, что последнее обстоятельство в свою очередь способствует расширению интервала Δ по отношению к значениям p (и тем самым по отношению к e) и, следовательно, приводит к уменьшению амплитуд смещений земной поверхности в рассматриваемой области Δ. Наоборот, случай больших $\frac{d^2T}{d\Delta^2}$, как было показано в разд. 7.3.4, соответ-

ствует области довольно быстрого возрастания скорости с глубиной, что связано с сужением интервала Δ относительно значений p, и приводит к росту амплитуд в рассматриваемой области Δ. Таким образом, когда наблюдается заметное возрастание амплитуд на некотором интервале Δ, то это означает, что имеется вероятность заметного возрастания скорости на соответствующем интервале глубин. Однако из-за отмеченных выше трудностей необходимо стараться получить и другие подтверждения того, что данное увеличение амплитуд действительно вызывается именно этой причиной.

8.5. ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ВОЛН ЧЕРЕЗ СРЕДУ

До сих пор мы пренебрегали возможными потерями энергии при распространении волн. Могут иметься потери, обусловленные возможными отклонениями от идеальной упругости, но, как было отмечено в разд. 4.5.1, в случае реальной Земли такие потери весьма малы. Основные потери энергии возникают из-за неоднородности среды, куда, в частности, относятся потери из-за разделения энергии на поверхностях разрыва.

8.5.1

Рассмотрим вначале случай, когда три параметра, характеризующие упругие свойства и плотность (идеально упругой) среды меняются медленно; точнее, будем считать, что имеется большое число n однородных тонких слоев с относительным изменением параметров от слоя к слою порядка $1/n$. С помощью формул, выведенных в гл. 6, Джеффрис показал, что в общем случае и для любого типа волн (P, SV и SH) при прохождении границы между каждой парой слоев вся энергия, исключая величину порядка $1/n^2$ от падающей энергии, переходит в волны того же типа. Например, в случае SH-волн, падающих под углом $\pi/2 - f$ на границу между двумя слоями M и M', свойства которых определены в разд. 5.1, согласно 6(8) мы имеем

$$\frac{C}{C_0} = \left(1 - \frac{\mu' \operatorname{tg} f'}{\mu \operatorname{tg} f}\right)\left(1 + \frac{\mu' \operatorname{tg} f'}{\mu \operatorname{tg} f}\right)^{-1}. \qquad (21)$$

Если мы положим $\mu' = (1 + \delta)\mu$ и $f' = (1 + \varepsilon)\operatorname{tg} f$ и выберем δ и ε порядка $1/n$, то получим

$$\frac{C}{C_0} \approx [1-(1+\delta+\varepsilon)]\,[1+(1+\delta+\varepsilon)]^{-1} \approx \frac{1}{2}(\delta+\varepsilon),$$

и, следовательно, $(C/C_0)^2 = O(1/n^2)$. Таким образом, потери энергии при прохождении волны любого типа через n слоев в общем будут порядка $1/n$ от исходной энергии, что совсем мало при большом n.

Первое исключение из этого правила относится к случаю скользящего падения на границу. (Тогда в случае SH-волн $f = \pi/2$ и нельзя записать $\operatorname{tg} f' = (1 + \varepsilon)\operatorname{tg} f$ с ε порядка $1/n$.) Второе исключение относится к случаю, когда длина волны так велика, что сравнима с расстояниями, на которых параметры среды меняются по порядку величины; тогда существенная доля энергии будет теряться за счет перехода в волны другого типа. (Ко второму исключению относится также случай одной поверхности разрыва, на которой свойства среды меняются на конечную величину.)

8.5.2

Рассмотрим потерю энергии волной при прохождении одной поверхности разрыва, на которой скачком меняются свойства среды. Возьмем сначала волну SH. Используя обычные обозначения, найдем, что прошедшая через поверхность энергия составляет долю падающей энергии, равную $1 - (C/C_0)^2$, где C/C_0 определяется формулой (21). Множитель вида $1 - (C/C_0)^2$ называется *коэффициентом прохождения* энергии, и его следует учитывать при каждом прохождении волной поверхности разрыва. Следовательно, на практике такие множители необходимо вводить в правые части формул типа (19) или (20), прежде чем использовать их для интерпретации реальных изменений амплитуд на поверхности Земли.

Случай падения P-волн сложнее, чем случай SH-волн. Рассмотрим P-волну, падающую под углом $\pi/2 - e$ на (плоскую) границу разрыва, разделяющую среды M и M'. Обобщая аргументацию, приведенную в разд. 6.4, можно выразить отношение A/A_0 через e, где A_0 и A относятся к среде M и аналогичны величинам A_0 и A

в (12) и (13). [При этом предполагается использование уравнений, аналогичных (13) и (14), для среды M', кроме первых двух уравнений 6(12) разд. 6.4.] Точный результат имеет сложную алгебраическую форму. Однако мы можем воспользоваться данными расчетов Нотта, вычислившего отношение A/A_0 для различных значений e для двух соприкасающихся сред, параметры которых не сильно отличались друг от друга. Результаты Нотта указывают, что, когда среды не сильно различаются, падающая P-волна преломляется и отражается в основном в виде P-волны, а отраженная и преломленная SV-волны заключают в себе лишь малую долю полной энергии (аналогичный результат справедлив и для падающей SV-волны). Аналогично этому Джеффрис предположил, что достаточно хорошее первое приближение для A/A_0 может быть получено, если вообще пренебречь отраженными и преломленными SV-волнами, и на основе этого предположения получил приближенную формулу

$$\frac{A}{A_0} \approx \left(\frac{\varrho'}{\varrho} - \frac{\operatorname{tg} e'}{\operatorname{tg} e}\right) \Big/ \left(\frac{\varrho'}{\varrho} + \frac{\operatorname{tg} e'}{\operatorname{tg} e}\right). \qquad (22)$$

Соответствующий коэффициент прохождения для этого случая приближенно равен $1 - (A/A_0)^2$, где A/A_0 определяется (22).

Аналогичная формула для падающих SV-волн сложнее, чем (22), но численные расчеты Нотта указывают на результаты, весьма похожие на те, которые получены для случая P-волн.

На практике в формулы для амплитуд иногда вводят и другие факторы прохождения с целью учесть потери энергии на внутреннее трение и рассеяние (см. разд. 4.5.1).

Отметим, что при изучении амплитуд волн от «близких землетрясений» (см. разд. 9.8), для которых расстояние Δ не превышает $10°$, мы встречаемся с особыми трудностями. Эти трудности связаны с неоднозначностью, существующей в сведениях о характеристиках перехода от слоя к слою в наружных областях Земли (см. разд. 12.2). Влияние переменной степени резкости поверхности разрыва на прохождение и отражение сейсмических волн в функции длины падающей волны детально исследовали Джеффвис, Сезава и Канаи.

8.6. ВОЛНЫ, КОТОРЫЕ ИСПЫТЫВАЮТ ОТРАЖЕНИЕ ИЛИ ИЗМЕНЕНИЕ ТИПА

Во всех предыдущих разделах мы исследовали энергию, которая заключена лишь в волнах, проходящих в среде от фокуса F до внешней поверхности Земли без изменения своего типа и не испытывающих отражения на разрывных границах. Конечно, имеется много других волн, приходящих на поверхность Земли, которые испытали одно или несколько отражений на поверхностях разрыва (включая внутренние поверхности разрыва и внешнюю свободную поверхность Земли) и могли изменить свой тип при отражении и преломлении. Формулы (19) и (20) остаются справедливыми и для волн, которые на конечной стадии выходят как P-волны, при условии что I и η_1 теперь соответствуют энергии и скорости того типа волны (P или S), который она имела при излучении из F. Так же, как и ранее, необходимо вводить факторы прохождения соответственно каждой проходимой границе разрыва и умножать на них правые стороны формул (19) и (20). Методика основана на тех же принципах, которые были изложены в предыдущих разделах, но совершенно очевидно, что результаты при этом заметно усложняются. Аналогичные замечания относятся и к волнам, выходящим в виде SV-волн. В случае выходящих на поверхность волн типа SH алгебраические выкладки заметно проще, так как SH-волны не меняют своего типа ни при отражении, ни при преломлении.

8.7. АМПЛИТУДЫ, СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ИЗЛОМАМ НА КРИВЫХ T (Δ)

Быстрое или резкое изменение скорости v с глубиной z может приводить к изломам на соответствующих кривых T (Δ); в качестве примера сошлемся на кривые, показанные на рис. 25, *в* и рис. 28, *в* в разд. 7.3.3 и 7.3.8. Обычно предполагалось, что такие изломы связаны с аномально большими амплитудами, однако автор (1960 г.) показал, что это вовсе не всегда так.

В случае, рассмотренном в 7.3.3, когда v — непрерывная функция z, а $\frac{dv}{dz}$ заметно возрастает в окрестности некоторой глубины, C'' и D'' (см. рис. 25, *в*) обозначают точки излома кривой соответственно меньшему и большему значению Δ. Оказывается, что когда изменение $\frac{dv}{dz}$ происходит путем скачкообразного возрастания, то большие амплитуды будут соответствовать точкам C'', но не точкам D''. Причина заключается в том, что C'' соответствует обычному минимуму p (и, таким образом, $\frac{dT}{d\Delta}$) в функции Δ, а D'' соответствует максимуму в нодальной точке. Аномально большие амплитуды возникают там, где $\frac{d\Delta}{de}$ аномально мало и, следовательно, аномально мало $\frac{d\Delta}{dp}$, так как согласно 7(1) p пропорционально $\cos e$ (e — угол выхода на поверхность Земли). Поскольку $\frac{d\Delta}{dp}$ обращается в нуль в точке C'', но не в точке D'', то излом C'' связан с большими амплитудами, в то время как в общем случае это не имеет места для излома D''.

С другой стороны, может случиться, что большие амплитуды соответствуют обоим изломам, когда резкое изменение $\frac{dv}{dz}$ происходит на малом, но конечном интервале глубин. В этом случае v и $\frac{dv}{dz}$ непрерывны, а $\frac{d^2v}{dz^2}$ может иметь разрыв.

В случае, рассмотренном в 7.3.5, когда v возрастает скачком с ростом z, кривая T (Δ) (рис. 27, *в*) принимает вид кривой, показанной на рис. 25, *в*, если добавить ветвь $C''D''$, чтобы включить лучи, испытывающие отражение на поверхности разрыва. Можно показать, что в этом случае амплитуды, вообще говоря, не будут аномально велики для каждой из изломов кривой.

Изложенные результаты показывают, что небольшие изменения в деталях распределения скорости с глубиной могут приводить к тому, что распределение амплитуд на поверхности Земли коренным образом изменится.

Эти результаты подчеркивают, насколько опасно пытаться определять значения скоростей в недрах Земли на основе одних только амплитудных распределений.

Для случая, рассмотренного в разд. 7.3.8, когда имеется резкое уменьшение v с глубиной, теория дает большие амплитуды для излома типа D'' на рис. 28, *в*.

8.8. АМПЛИТУДЫ ПОВЕРХНОСТНЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН

Если фокус землетрясения расположен не очень глубоко, то будут генерироваться поверхностные волны заметной величины и распространяться по поверхности Земли. Задачи, связанные с поверхностными волнами, могут быть изучены с достаточной точностью, даже если пренебречь кривизной внешней поверхности Земли. В разд. 3.5 было показано, что при отсутствии дисперсии амплитуды поверхностных волн на достаточном удалении от источника обратно пропорциональны корню квадратному из расстояния от источника. Однако необходимо принимать во внимание эффекты дисперсии.

В разд. 3.3.5.1 была получена приближенная формула 3(57) для смещения в данной точке x в момент времени t, обусловленного проходящей волной, испытывающей дисперсию того типа, который встречается у поверхностных сейсмических волн (в разд. 3.3.5 обсуждался случай только плоских волн, но этого достаточно, чтобы проанализировать эффекты дисперсии на больших расстояниях). В сейсмологии записывается вся последовательность локальных смещений почвы (вслед за начальным возмущением) на каждой станции наблюдения. В этом случае согласно Джеффрису удобно заменить 3(57) соответствующей асимптотической формулой, которая лучше отвечает рассматриваемому случаю:

$$y_r(x,\ t) = \frac{f(\gamma_r)}{\sqrt{(\pi/2)\,|\,(d^2\varkappa/d\gamma^2)_r\,|\,x}} \cos\left(\varkappa_r x - \gamma_r t \pm \frac{\pi}{4}\right), \quad (23)$$

где $f(\gamma_r)$ аналогично $\varphi(\varkappa_r)$. Коэффициент при косинусе в (23) дает значение амплитуды, предсказываемое рас-

сматриваемой теорией. Расстояние x входит только в виде множителя $x^{-1/2}$, который является общим для всех групп волн. Следовательно, согласно этой теории отношение амплитуд волн данного периода будет одним и тем же во всех местах внешней поверхности Земли. Если не считать зависимость, даваемую множителем $x^{-1/2}$, характер изменения амплитуд от группы к группе волн зависит от вида начального возмущения и детального характера дисперсии.

9

ПРИНЦИПЫ УСТРОЙСТВА СЕЙСМОГРАФОВ

В задачи сейсмографа входит зарегистрировать как можно больше деталей движения некоторой точки земной поверхности в результате землетрясения. Наиболее общее выражение для локального движения материального тела дается формулой 2(11), слагаемые в которой отвечают трансляциям, вращениям и деформациям соответственно. В случае движения почвы, вызванного землетрясением, трансляционное движение обычно привлекает наибольшее внимание. (Эффекты локального вращения иногда существенны в областях, близких к фокальной зоне землетрясения, и представляют интерес при изучении влияний землетрясений на строения.) Обычно сейсмографы сконструированы так, что из их записей может быть выделена трансляционная компонента локального движения почвы. Как правило, записываются две горизонтальные составляющие (север — юг и восток — запад) и вертикальная (или Z) компонента.

В разд. 9.1 и 9.2 мы опишем идеальные сейсмографы соответственно для регистрации горизонтальных и вертикальных компонент движения почвы. Конструкционные детали для обоих типов приборов заметно различаются, но мы увидим, что в обоих случаях движение сейсмографа относительно почвы подчиняется одному и тому же дифференциальному уравнению. В последующих разделах на основе этого дифференциального уравнения будет обсуждаться связь между относительным движением сейсмографа и реальным движением почвы. В конце будут кратко рассмотрены некоторые другие типы приборов.

В книге по теории сейсмологии мы в основном интересуемся общими принципами устройства сейсмографов, а не практическими инструментальными деталями, и поэтому в дальнейшем мы будем предполагать, что угловые смещения сейсмографа малы, и пренебрегать величинами второго порядка малости. В более полной теории сейсмографов необходимо рассматривать члены высшего порядка. Однако заметим, что в результате детальных исследований часто оказывается, что возможна такая конструкция сейсмографа, при которой теория первого порядка дает достаточно точные результаты.

9.1. ГОРИЗОНТАЛЬНЫЙ СЕЙСМОГРАФ

Прибор состоит из так называемого горизонтального маятника, т. е. маятника, подвешенного на оси, образующей малый угол i с вертикалью и жестко соединенной с почвой. Маятник имеет вид стержня BC с тяжелой массой на конце C, который соединен с осью AB в точке A легким подвесом AC (рис. 31). Маятник образует *стрелу*, которая может свободно качаться относительно AB. Обозначим через M массу стрелы, а через h — расстояние от AB ее центра масс G. Равновесное положение ABG_0 плоскости ABG называется *нейтральной плоскостью*.

Обозначим через u компоненту смещения почвы (и, следовательно, оси AB) при прохождении возмущения от землетрясения. Пусть это смещение в направлении, перпендикулярном нейтральной плоскости, имеет вид $u = f(t)$, где t — время, а f — произвольная функция; θ (предполагается малый) — угол между плоскостью ABG и нейтральной плоскостью в произвольный момент времени. Обозначим через X компоненту силы реакции со стороны оси на маятник, перпендикулярную к нейтральной плоскости, а через Y — компоненту этой силы, лежащую в нейтральной плоскости и перпендикулярную к AB. С точностью до величин первого порядка малости, горизонтальное смещение G равно $u + h\theta$. Следовательно, мы имеем

$$X = M(\ddot{u} + h\ddot{\theta}). \qquad (1)$$

Составляющая веса стрелы в направлении BA равна $Mg \cos i$, а в перпендикулярном к BA направлении, но в нейтральной плоскости, равна $Mg \sin i$. Компонента

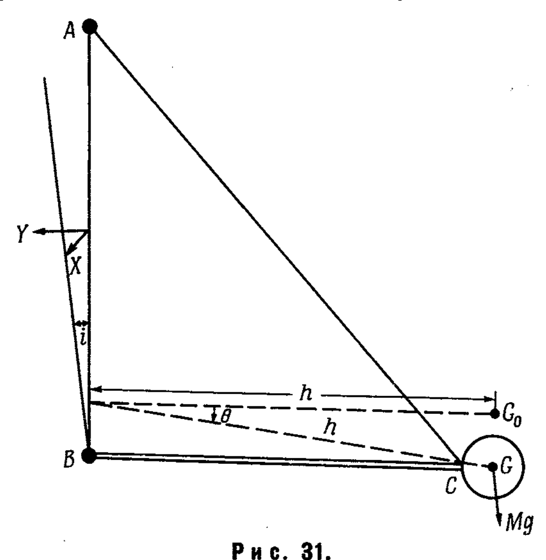


Рис. 31.

ускорения G в направлении Y является величиной второго порядка малости, и, таким образом, с точностью до величин первого порядка

$$Y = Mgi. \tag{2}$$

Рассматривая скорость изменения момента количества движения относительно оси, проходящей через G параллельно AB, и пренебрегая силами трения, мы найдем

$$M\varkappa^2\ddot{\theta} = -Xh - Yh\theta, \tag{3}$$

где $\varkappa$ — радиус вращения стрелы маятника относительно этой оси. Исключая X, Y, получаем

$$\varkappa^2\ddot{\theta} + ghi\theta + h\ddot{u} + h^2\ddot{\theta} = 0,$$

т. е.

$$\ddot{\theta} + \omega^2\theta = -\frac{\ddot{u}}{l}, \tag{4}$$

где $l = (\varkappa^2 + h^2)/h$ — *приведенная длина маятника* и $\omega^2 = gi/l$.

В разд. 9.4 мы увидим, что на маятники обычных сейсмографов должна воздействовать заметная сила сопротивления (что достигается с помощью жидкого или электромагнитного затухания). Эта сила пропорциональна первой степени скорости движения маятника. Уравнение (4), обобщенное на случай действия затухания, принимает вид

$$\ddot{\theta} + 2\lambda\omega\dot{\theta} + \omega^2\theta = -\frac{\ddot{u}}{l}, \tag{5}$$

где λ определяет степень затухания.

9.2. ВЕРТИКАЛЬНЫЙ СЕЙСМОГРАФ

Устройство сейсмографа для записи вертикальной компоненты смещений почвы показано схематически на рис. 32. Маятник ABG может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку A и жестко связанной с почвой. Основная масса маятника сосредоточена в окрестности его центра масс G; AB, BG и GA образуют легкую рамку. При корректировке в равновесном положении G устанавливается на одном уровне с A. Маятник поддерживается в точке B с помощью пружины BC, невозмущенная длина которой d; в точке C пружина жестко связана с почвой и расположена в плоскости ABG. Далее, для простоты вычислений мы будем пренебрегать массой пружины.

Обозначим $AB = c$, $AC = b$, $CAB = \gamma$, $AG = h$, и пусть p будет перпендикуляр, опущенный из точки A на линию BC. Натяжение пружины обозначим через βq, где β — постоянная пружины, а q — ее удлинение. Пусть $u = f(t)$ — направленная вверх вертикальная компонента смещения почвы, возникающая при прохождении возмущения от землетрясения, θ (предполагается малым) — направленное вверх угловое смещение AG, а Z — направленная вверх вертикальная компонента результирующей силы, действующей со стороны оси на маятник в произвольный момент времени.

Вертикальное смещение G с точностью до величин первого порядка равно $u + h\theta$, и мы имеем

$$Z = \beta q \sin\alpha - Mg = M(\ddot{u} + h\ddot{\theta}),$$

где α — угол, который BC составляет с горизонталью. Уравнение движения для вращательного момента приближенно дает

$$M\varkappa^2\ddot{\theta} = -\beta q r - Zh,$$

где $\varkappa$ — радиус вращения маятника относительно оси,

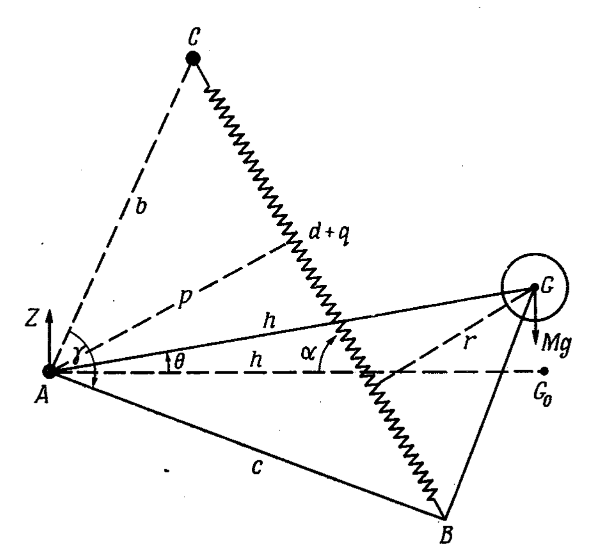


Рис. 32.

проходящей через G параллельно оси вращения, а r — перпендикуляр из G на BC. Исключая Z, получаем

$$M\varkappa^2\ddot{\theta} = -Mh(\ddot{u} + h\ddot{\theta}) - Mgh + \beta q(h\sin\alpha - r) =$$
$$= -Mh(\ddot{u} + h\ddot{\theta}) - Mgh + \beta pq. \qquad (6)$$

Обозначая индексом 0 значения величин в равновесном положении, из (6) находим $Mgh = \beta(pq)_0$. Так же с точ-

ностью до членов первого порядка по θ имеем

$$pq = (pq)_0 - \left[\frac{d\,(pq)}{d\gamma} \right]_0 \theta.$$

В результате (6) принимает вид

$$M\,(\varkappa^2 + h^2)\,\ddot{\theta} + \beta \left[\frac{d\,(pq)}{d\gamma} \right]_0 \theta = -Mh\ddot{u}.$$

Если через l обозначить приведенную длину маятника, то мы можем переписать последнее уравнение в более компактной форме

$$\ddot{\theta} + \omega^2\theta = -\frac{\ddot{u}}{l},$$

которая аналогична уравнению (4), полученному для горизонтального сейсмографа, с тем отличием, что ω теперь функция констант вертикального сейсмографа. Включение эффектов сопротивления снова приводит к уравнению (5).

9.3. ИНДИКАТОРНОЕ УРАВНЕНИЕ

Угол θ, определяющий относительно движение сейсмографов в 9.1 и 9.2, на практике часто бывает так мал, что его изменения не могут быть измерены без дополнительных инструментальных приспособлений. В некоторых сейсмографах для этих целей используют систему рычагов, связанную с маятником, которая увеличивает относительное смещение θ. Это увеличенное движение затем регистрируется с помощью пера на специальной закопченной бумажной ленте, намотанной на барабан, который вращают с возможно большей степенью равномерности относительно оси, жестко связанной с землей. В ряде других сейсмографов для усиления используется пучок света, который отражается от зеркала, связанного с маятником, и регистрируется на фотобумаге, расположенной на вращающемся барабане. *Сейсмограммой* называется запись следов, оставленных на ленте индикатором.

Смещение индикатора, скажем x, в простейших случаях пропорционально углу θ. В этом случае мы можем

ввести *статическое увеличение* V_s, определяемое как отношение $x/l\theta$. С помощью (5) мы тогда будем иметь

$$\ddot{x} + 2\lambda\omega\dot{x} + \omega^2 x = -V_s\ddot{u} = -V_s f''(t). \qquad (7)$$

Уравнение (7) (описывающее кривую на сейсмограмме.— *Перев.*) называется индикаторным уравнением.

Отметим, что в настоящее время успехи в конструировании сейсмографов достигли такой стадии, когда дальнейшее повышение чувствительности приборов из-за наличия сейсмического фона (см. разд. 18.5) не приводит к регистрации каких-либо полезных деталей движений при землетрясениях.

9.4. ЗАТУХАНИЕ СЕЙСМОГРАФОВ

Желательно сконструировать сейсмограф так, чтобы его сейсмограммы давали картины движений, весьма близкие соответствующим компонентам реальных смещений почвы. Ниже обсуждается, в какой степени этого можно достичь на практике.

Прежде всего заметим, что левая сторона (7) идентична уравнению 3(3). Поэтому общее решение однородного уравнения, соответствующего (7) (или дополнительная функция), имеет вид 3(8) и зависит только от постоянных сейсмографа, но не от параметров, описывающих движение почвы (если последнее не имеет характера импульса). Отсюда следует, что параметры прибора нужно подбирать так, чтобы соответствующие функции [3(8)] имели как можно меньшее значение в полном решении (7). Эти обстоятельства играют большую роль при решении вопроса о величине затухания, которое следует ввести в прибор. Если коэффициент затухания λ меньше единицы, то частное решение неоднородного дифференциального уравнения имеет вид 3(8a):

$$C \exp(-\lambda\omega t) \cos(\sqrt{1-\lambda^2}\,\omega t + \varepsilon). \qquad (8)$$

Ясно, что чем больше λ, тем меньшее значение имеет частное решение. Следовательно, совершенно очевидно, что если не имеется заметного затухания, то индикатор ни

в коей мере не будет давать записей, близких к реальным движениям почвы. Если $\lambda > 1$, то дополнительная функция согласно 3(8в) имеет вид

$$A\varphi(t) + B\psi(t), \tag{9}$$

где A и B — постоянные, а

$$\varphi(t) = \exp(-\alpha t), \quad \psi(t) = \exp(-\beta t),$$
$$\alpha,\ \beta = \left(\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 - 1}\right)\omega. \tag{10}$$

Поскольку $\beta < \alpha$, то с ростом времени второе слагаемое в (9) становится все более существенным по сравнению с первым слагаемым. В соответствии с этим представляется желательным сделать β настолько большим, насколько возможно, иными словами, чтобы превышение λ над единицей было как можно меньше. Следовательно, мы заключаем, что желательными являются такие свойства сейсмографа, чтобы его затухание было достаточно близко к критической величине $\lambda = 1$.

Некоторые сейсмографы действительно сконструированы так, что λ близко к единице; соответствующий вид дополнительной функции решения (7) тогда дается формулой 3(8б). В этом случае, с одной стороны, затухание влияет на дополнительную функцию, а с другой,— не интерферирует с соответствующими движениями почвы.

В других сейсмографах из практических соображений λ подбирают несколько меньшим, чем единица (но достаточно большим). В некоторых примерах мы иногда в дальнейшем будем полагать $\lambda = 1/\sqrt{2}$, что является полезным и вполне репрезентативным значением. Ранее указывалось (разд. 3.1.2), что при прочих равных условиях ординаты графиков частного для случаев $\lambda = 1/\sqrt{2}$ и $\lambda = 1$ не сильно различаются. Следовательно, если значение λ заключено в области

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \leqslant \lambda \leqslant 1$$

(или вблизи ее), то затухание будет достаточно удовлетворительным.

Для сейсмографов с $\lambda < 1$ затухание часто описывается с использованием величины ε, называемой отношением затухания. ε определяется как отношение ампли-

туд x в двух последовательных колебаниях сейсмографа при свободных колебаниях (почва находится в состоянии покоя). С помощью 3(8а) легко найти, что

$$\lg \varepsilon = \pi\lambda (1 - \lambda^2)^{-1/2} \tag{11}$$

[не путать определенную здесь величину ε с фазовой постоянной ε в 3(8а)]. Знания отношения затухания ε и периода свободных колебаний маятника $2\pi/\omega$ достаточно для определения постоянных индикаторного уравнения (7).

9.5. РЕШЕНИЕ ИНДИКАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ

Исследуем характер решений индикаторного уравнения (7), соответствующих определенным типам движений почвы.

9.5.1. Простое гармоническое движение почвы

Предположим, что соответствующая компонента движения почвы имеет вид $u = a \cos pt$, где a и p — постоянные. Тогда (7) будет иметь вид

$$\ddot{x} + 2\lambda\omega\dot{x} + \omega^2 x = V_s p^2 a \cos pt. \tag{12}$$

Согласно 3(11) и 3(12), частное решение (12) имеет вид

$$x = aV_d \cos (pt - \delta), \tag{13}$$

где

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2\lambda\omega p}{\omega^2 - p^2} \tag{14}$$

и

$$V_d = V_s p^2 [(\omega^2 - p^2)^2 + 4\lambda^2\omega^2 p^2]^{-1/2}. \tag{15}$$

Правая сторона (13), исключая разность фаз δ, равна смещению почвы, умноженному на V_d, которое по этой причине называется *динамическим увеличением*.

В случае когда движение почвы с достаточной точностью описывается простой гармонической функцией с постоянным периодом $2\pi/p$, то динамическое увеличение постоянно и сейсмограф будет записывать в точности

движение почвы (если пренебречь влиянием частного решения). Зависимость V_d от p показывает, что увеличение различно для разных периодов движений почвы. Следовательно, в общем случае нельзя ожидать, что сейсмограмма будет в точности передавать картину реального движения почвы.

Из (15) мы замечаем, что в отсутствие затухания при $p = \omega$ наступит явление резонанса. Это другая причина, по которой в сейсмограф вводят затухание. Если бы λ было очень малым, то происходило бы чрезмерное преувеличение движений почвы с периодами, лежащими вблизи собственного периода прибора.

Необходимо отметить, что в случае, когда движение почвы не может быть аппроксимировано простой гармонической функцией, реальные амплитуды смещений почвы не могут быть определены посредством коэффициента динамического увеличения.

9.5.2. Импульсное движение почвы

Предположим далее, что в окрестности сейсмографа почва находится в состоянии покоя вплоть до момента времени $t = 0$, после чего приходит возмущение в виде импульса, и соответствующая компонента $\dot{u}$ скорости почвы скачком меняется от нуля до некоторого определенного значения, скажем $\dot{u}_0$. Решение (7) в этом случае для $t > 0$ будет

$$x = -V_s\dot{u}_0 t \exp(-\omega t) \quad \text{при} \quad \lambda = 1 \tag{16}$$

и

$$x = \frac{-V_s\dot{u}_0}{\omega\sqrt{1-\lambda^2}} \sin\left(\sqrt{1-\lambda^2}\,\omega t\right) \exp(-\lambda\omega t) \quad \text{при} \quad \lambda < 1. \tag{17}$$

Мы замечаем, что начало движения индикатора является резким в обоих случаях. Для случая $\lambda = 1$ из (16) находим, что максимальное смещение на сейсмограмме достигается в момент $t = 1/\omega$. В случае $\lambda < 1$ из (17) следует, что максимум достигается в момент, когда удовлетворяется условие $\operatorname{tg}(\sqrt{1-\lambda^2}\,\omega t) = \sqrt{1-\lambda^2}/\lambda$; полагая λ равным репрезентативному значению $1/\sqrt{2}$, найдем $t = 1{,}1/\omega$. В случае $\lambda < 1$, x проходит через свой

первый нуль после $t = 0$ в момент, когда $\omega t = \pi/\sqrt{1-\lambda^2}$; при $\lambda = 1/\sqrt{2}$ это дает $t = 4{,}4/\omega$. После этого момента смещение всегда мало по сравнению с первым максимумом во всех случаях, когда λ находится в интервале $1\sqrt{2} \leqslant \lambda \leqslant 1$ или вблизи его.

9.5.3. Случай произвольного движения почвы

Выведем теперь решение для случая произвольного движения $u = f(t)$ с помощью метода вариации произвольных постоянных. Выберем пробное решение (7) в виде

$$x = A(t)\,\varphi(t) + B(t)\,\psi(t), \tag{18}$$

где φ и ψ определяются формулами (10). В пробном решении (18) правая сторона такая же, как (9), за исключением того, что A и B теперь не постоянны, а функции t. Из (18) имеем

$$\dot{x} = A\dot{\varphi} + B\dot{\psi},$$
$$\ddot{x} = A\ddot{\varphi} + B\ddot{\psi} - V_s f''(t)$$

при условии

$$\left.\begin{aligned} \dot{A}\varphi + \dot{B}\psi &= 0, \\ \dot{A}\dot{\varphi} + \dot{B}\dot{\psi} &= -V_s f''(t). \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Поскольку $x = \varphi$ и $x = \psi$ обращают левую часть (7) в нуль, отсюда следует, что (18) является решением (7), если $\dot{A}$ и $\dot{B}$ удовлетворяют (19), т. е. если

$$\dot{A} = \frac{V_s \psi f''}{\varphi\dot{\psi} - \dot{\varphi}\psi}, \qquad \dot{B} = \frac{-V_s \varphi f''}{\varphi\dot{\psi} - \dot{\varphi}\psi}.$$

Следовательно, частное решение (7) имеет вид

$$x = V_s \varphi \int \frac{\psi f''}{\varphi\dot{\psi} - \dot{\varphi}\psi}\,dt - V_s \psi \int \frac{\varphi f''}{\varphi\dot{\psi} - \dot{\varphi}\psi}\,dt, \tag{20}$$

где φ и ψ удовлетворяют (10).

Объединяя это решение с соответствующей дополнительной функцией, мы получаем точную формулу записи сейсмографом произвольного движения почвы $u = f(t)$.

9.6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАЛЬНОГО ВИДА ДВИЖЕНИЯ ПОЧВЫ ИЗ ДАННЫХ СЕЙСМОГРАММ

Важная задача определения истинного движения почвы по записям данной сейсмограммы является обратной по отношению к задаче, обсуждавшейся в разд. 9.5. Рассмотрим теперь снова уравнение (7) с этой точки зрения. Интегрируя (7) по t, получим

$$\dot{u} = \dot{u}_0 - V_s^{-1}\left[\dot{x} - \dot{x}_0 + 2\lambda\omega(x - x_0) + \omega^2 \int_0^t x\,dt\right], \qquad (21)$$

где индекс 0 обозначает величины в момент $t = 0$. Интегрируя снова и используя соотношение

$$\int_0^t dt \int_0^t x\,dt = t\int_0^t x\,dt - \int_0^t xt\,dt,$$

мы получим

$$u = u_0 + V_s^{-1}x_0 + (\dot{u}_0 + V_s^{-1}\dot{x}_0 + 2\lambda\omega V_s^{-1}x_0)\,t - V_s^{-1}x - \\ - (2\lambda\omega + \omega^2 t)\,V_s^{-1}\int_0^t x\,dt + \omega^2 V_s^{-1}\int_0^t xt\,dt. \qquad (22)$$

Уравнение (22) выражает движение рассматриваемой компоненты смещения почвы через постоянные прибора, время t и значения x, измеряемые на сейсмограмме; таким образом, (22) дает формальное решение проблемы. При использовании уравнений типа (22) обращаются к численному интегрированию на машинах. Для проверки надежности результатов проводятся дополнительные эксперименты: сейсмографы ставят на столы, способные совершать колебания, и к столам прикладывается заданное нерегулярное движение; затем результаты интегрирования уравнений типа (22) сравниваются с этими известными движениями.

В связи с трудностями, встречающимися при численном интегрировании уравнений типа (22), на практике стараются конструировать сейсмографы таким образом,

чтобы наиболее важные характеристики движения почвы могли быть достаточно быстро установлены прямо из сейсмограмм. Переходим к рассмотрению этого вопроса.

9.7. СЕЙСМОГРАФЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ СМЕЩЕНИЙ И АКСЕЛЕРОГРАФЫ

Если собственный период $2\pi/\omega$ сейсмографа (без учета затухания) весьма велик по сравнению с преобладающими периодами в движении почвы (предполагается, что существуют преобладающие периоды), то индикаторное уравнение (7) имеет следующий приближенный вид:

$$\ddot{x} = -V_s \ddot{u}. \tag{23}$$

Таким образом, если сейсмограф находился в покое в положении равновесия перед началом вступления возмущения, то x, взятое с сейсмограммы, будет в рассматриваемом случае примерно пропорционально истинной компоненте u смещений почвы. Прибор, в котором реализована эта идея, называется *сейсмографом для измерения смещений*. В дальнейшем приборы такого типа мы будем называть просто сейсмографами. В действительности многие практические ограничения устанавливают пределы, в которых может быть достигнута точная пропорциональность между x и u. Это связано с трудностями конструирования хороших приборов с очень большими собственными периодами.

Если, наоборот, собственный период $2\pi/\omega$ весьма мал по сравнению с преобладающими периодами движений почвы, то индикаторное уравнение принимает вид

$$\omega^2 x = -V_s \ddot{u}. \tag{24}$$

Прибор, в котором приближенно выполняется последнее уравнение, называется *акселерографом*. В этом случае практические ограничения обусловлены тем, что чем меньше $2\pi/\omega$, тем меньше x [согласно (24)] для данного значения компоненты $\ddot{u}$ ускорения почвы (предполагается, что V_s задано); иными словами, чем меньше $2\pi/\omega$, тем менее чувствителен сейсмограф.

В связи с тем что эти два случая несравненно проще, чем общий случай (разд. 9.6), часто бывает желательным конструировать сейсмографы, насколько это возможно, так, чтобы они принадлежали к одному из этих типов.

9.8. СЕЙСМОГРАФЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ БЛИЗКИХ И УДАЛЕННЫХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Внутреннее строение Земли таково, что движение почвы вблизи эпицентральной области по своему характеру несколько отличается от движений почвы на далеких расстояниях. Причины этого будут видны, когда мы перейдем к изучению внутреннего строения Земли в гл. 12 и 13. Соответственно для регистрации движений почвы при близких землетрясениях, находящихся в пределах 10-градусных эпицентральных расстояний от места установки сейсмографа, и для регистрации удаленных землетрясений, находящихся на бóльших расстояниях, конструируют различные типы приборов.

9.8.1. Приборы для регистрации близких землетрясений

При близких землетрясениях могут быть существенными волны с периодами меньше 0,01 *сек*, а самые длинные периоды, как правило, бывают ненамного больше, чем примерно 0,5 *сек*. В соответствии с разд. 9.7 это предполагает использование приборов, приближающихся по своим характеристикам к сейсмографам и с собственным периодом не менее нескольких секунд. Однако оказывается, что смещения почвы от близких землетрясений охватывают широкую область значений и могут быть весьма малыми (иногда меньше 10^{-3} *см*); поэтому не всегда бывает выгодно для измерения смещений иметь приборы с большими увеличениями.

С другой стороны, соответствующие ускорения относительно велики (периоды при этом короткие), и можно предполагать, что их измерение в этом случае значительно проще. Однако если использовать акселерограф, то теоретически необходимые собственные периоды должны быть меньше 0,01 *сек*, и согласно (24) требуемое в приборе увеличение опять оказывается нереально большим.

Кроме этого, часто возникают дополнительные усложнения, связанные с посторонними эффектами, например микросейсмами (см. разд. 18.5), в связи с чем необходимо сконструировать прибор таким образом, чтобы свести к минимуму наличие посторонних эффектов на записях.

Из этого становится ясным, что получить сейсмограммы от близких землетрясений, которые достаточно точно передавали бы картину реальных движений почвы, довольно трудно. На практике при обычных исследованиях используются сейсмографы с собственными периодами, несколько меньшими секунды, и с как можно бóльшим увеличением. В этих случаях сейсмограммы дают некоторые указания на изменения ускорений, но, конечно, не могут дать достаточно точного представления о реальных ускорениях почвы.

9.8.2. Приборы для регистрации удаленных землетрясений

При регистрации землетрясений на удаленных станциях амплитуды движения почвы по порядку величины могут достигать 0,1 *см*, а периоды вплоть до 40 *сек* являются обычными. В этих условиях ускорения малы, и оказывается, что акселерограф не обладает достаточной чувствительностью для удовлетворительной регистрации далеких землетрясений.

На первый взгляд может показаться, что в этом случае не может быть использован сейсмограф (регистрирующий смещения), так как был бы необходим инструментальный период в несколько раз больше 40 *сек*. Но оказывается, что наибольшие периоды обусловлены дисперсией поверхностных волн, а соответствующие движения почвы приблизительно описываются простыми гармоническими функциями. При этих условиях можно использовать уравнения разд. 9.5.1. Таким образом, на практике обычно используют сейсмографы с собственным периодом порядка 15—30 *сек*. Из разд. 9.7 ясно, что такие приборы будут работать приближенно как сейсмографы для записи короткопериодных движений почвы, а согласно (13) они будут работать в том же режиме и для длиннопериодных

движений; при этом, конечно, коэффициент увеличения V_d будет различным и определяется формулой (15).

Чтобы получить наиболее полную информацию о движениях почвы, желательно, конечно, располагать комплектом сейсмографов с весьма различными значениями собственных периодов.

9.9. ДРУГИЕ ТИПЫ ПРИБОРОВ

Обсуждавшаяся до сих пор теория сейсмографа относится к ряду приборов, используемых на практике, в частности к сейсмографу Милна — Шоу. Теперь мы кратко расскажем о некоторых приборах другого типа.

Вихерт сконструировал сейсмограф с вертикальным оборотным маятником, подвешенным с помощью малых пружин; пружины прикреплены к опорам, жестко связанным с землей. Масса маятника велика (иногда несколько тонн), и прибор одновременно регистрирует обе горизонтальные компоненты.

Широко распространенным прибором для регистрации близких землетрясений является сейсмограф Вуда — Андерсона. Основу прибора составляет вертикально подвешенная нить, которая находится под действием натяжения за счет прикрепленной к ней малой массы. Прохождение волны от землетрясений приводит к закручиванию нити.

9.9.1. Приборы электромагнитного типа

К коренному перелому в конструировании сейсмографов привела работа Голицына. Голицын использовал для записи сейсмограммы пучок света, отраженный от зеркала гальванометра; через гальванометр проходил электрический ток, возбуждаемый вследствие электромагнитной индукции при движении маятника сейсмографа. Ток индуцировался в обмотке катушки, которая была соединена с маятником и двигалась вместе с ним в независимо созданном магнитном поле. Если u — рассматриваемая компонента смещения почвы, то θ — смещение маятника и x — смещение гальванометра (которое пропорционально смещению на сейсмограмме) удовлетво-

ряют следующим уравнениям:

$$\ddot{\theta} + 2\lambda\omega\dot{\theta} + \omega^2\theta = -\frac{\ddot{u}}{l} + h\dot{x}, \qquad (25)$$

$$\ddot{x} + 2\mu\Omega\dot{x} + \Omega^2 x = k\dot{\theta}, \qquad (26)$$

где λ, μ, ω, Ω, h, k и l — инструментальные постоянные.

В первых сконструированных приборах член $h\dot{x}$ в (25), соответствующий обратной связи, был мал и обычно не учитывался. Тогда легко может быть получено решение (25) и (26) для простейших типов смещений почвы u. Мы приведем решения для следующих случаев: а) простого гармонического движения, б) импульсного возмущения почвы; при этом положим $\lambda = \mu = 1$ (критическое затухание) и $\Omega = \omega$ (собственные периоды гальванометра и маятника равны), а также пренебрежем членом с h.

В случае (а) мы полагаем $u = a\cos pt$; тогда (25) принимает вид (12) и имеет частное решение $\theta = aV'\cos(pt - \delta')$, где V' и δ' зависят от ω, l и p. Подстановка в (26) дает

$$x = aV''\cos(pt - \delta''), \qquad (27)$$

где V'' и δ'' зависят от ω, l, k и p. Уравнение (27) показывает (разд. 9.5.1), что для сейсмографа простейшего типа гальванометрическая запись соответствует индикаторной.

В случае (б), выбирая импульсное движение почвы как в разд. 9.5.2, найдем следующее решение для x:

$$x = -\frac{k}{l}\dot{u}_0\left(\frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{6}\omega t^3\right)\exp(-\omega t). \qquad (28)$$

Из (28) вытекает, что движение гальванометра не начинается с конечного значения скорости, как это происходит с индикатором в случае разд. 9.5.2 [уравнение (16)]. Но все-таки начальное ускорение гальванометра имеет заметную величину, и первый максимум x достигается в момент времени $1{,}3/\omega$, который не сильно отличается от соответствующего времени в разд. 9.5.2.

В том случае, когда в (25) не пренебрегают членом с h, решение (25) и (26) становится более сложным. Однако из-за наличия семи подбираемых постоянных в этом уравнении оно обладает большими практическими преиму-

ществами по сравнению с уравнением (5), имеющим три постоянные. В частности, по этой причине электромагнитные сейсмографы получили значительно большее распространение, чем более простые механические приборы. Чтобы реализовать для различных частных задач оптимальные возможности, которые представляют семь указанных параметров, были созданы различные инструментальные схемы. Например, были сконструированы приборы, у которых динамическое увеличение было примерно постоянно в широкой области периодов, что позволяло обнаруживать движения почвы как с необычно короткими периодами, так и с необычно длинными или давало возможность детально изучать конкретные участки сейсмического спектра. Выдающийся вклад в развитие таких сейсмографов сделали Беньофф, Вилмор и Кирнос. Отметим также крупное усовершенствование сейсмографа типа Голицына, которое сделали Пресс и Юинг. В результате этот прибор может регистрировать колебания почвы с периодами до 10 *мин*; при этом маятник работает с периодом 30 *сек*, а гальванометр — с периодом 90 *сек*.

Важный анализ уравнений (25) и (26) дан в работе Вилмора (1961).

9.9.2. Стрейн-сейсмограф

В 1935 г. Беньофф сделал важное усовершенствование, создав прибор для измерения компонент деформаций, а не смещений почвы. При прохождении сейсмических волн этот прибор регистрирует изменение длины между двумя точками почвы, находящимися на расстоянии примерно 20 *м* друг от друга. Изменения измерялись на трубе стандартной длины, первоначально стальной, но позднее замененной трубой из плавленого кварца. Метод регистрации электромагнитный. Вначале период гальванометра равнялся 40 *сек*, но затем в ходе дальнейших исследований его стали увеличивать и довели до 8 *мин*. Уравнение для отклонений гальванометра совпадает по своему виду с (5). Стрейн-сейсмограф Беньоффа впервые зарегистрировал движения от землетрясений с периодами порядка 1 *час*.

Беньофф также сконструировал и исследовал сейсмограф, предназначенный для прямых измерений дилатации почвы.

9.9.3. Портативные сейсмографы

В дополнение к сейсмографам, предназначенным для работы в сейсмических обсерваториях и регистрации естественных землетрясений, были сконструированы другие приборы, обычно называемые сейсмоприемниками (сейсмометрами), для регистрации сейсмических волн в поле на близких расстояниях от искусственных взрывов. Первоначальные задачи последних приборов были чисто сейсморазведочными и заключались в определении структуры пород, залегающих непосредственно под земной поверхностью (см. разд. 12.1.5 и 18.6). Эти сейсмоприемники имеют короткие собственные периоды и обычно работают в соединении с электронными усилителями.

В 1950 г. Вилмор разработал промежуточный тип прибора, способный регистрировать сейсмические волны на расстояниях в несколько градусов от источника и в то же время сохранивший прочность и непритязательность полевых приборов. Приборы Вилмора имеют гальванометрическую регистрацию и технические характеристики, равные характеристикам многих инструментов, установленных в обсерваториях, или даже лучшие. Приборы Вилмора и другие портативные сейсмографы имеют то большое достоинство, что они могут быть быстро установлены в необходимом месте в поле для регистрации волн от больших искусственных взрывов или от серии афтершоков естественных землетрясений. С помощью таких приборов удалось получить много новых данных о структуре наружных слоев Земли.

9.9.4. Другие виды приборов

В Японии разработаны приборы, названные *наклономерами*. Эти приборы предназначены для измерения медленных угловых смещений больших блоков пород, происходящих на протяжении заметных интервалов времени (порядка дней и больше). Записи наклономеров сравнивают с изменениями земной поверхности, происходящими при местных землетрясениях. Это делается с целью найти корреляцию между обоими явлениями, что могло бы помочь предсказывать землетрясения.

Движения почвы из-за землетрясений иногда определяются с помощью приборов, предназначенных для

совершенно других целей. Замечательным примером этого служит запись длиннопериодных движений Земли, которую осуществили Несс, Харрисон и Слихтер с помощью приливного гравиметра Ла Коста — Ромберга. Они зарегистрировали собственные колебания Земли с периодами от 3 до 55 *мин* после главного Чилийского землетрясения 22 мая 1960 г. (см. разд. 14.5.1).

В последние годы стали уделять внимание разработке приемов механической фильтрации для выделения полезного сигнала на фоне помех. Для этой цели записи переносят на магнитную ленту для каждого из сейсмоприемников группы, расположенных на данном профиле на расстоянии порядка длины волны импульса. То же делают и для двух профилей, образующих по форме крест. Различные записи на ленте учитываются с соответствующим весом и складываются по определенным правилам; при этом магнитные записи перед наложением смещаются друг относительно друга, чтобы удостовериться, что данный импульс находится в фазе со всеми остальными. Для этого процесса обычно используется способ кросс-корреляции. Исследования в этом плане проводятся с целью улучшить точность определения времен прибытия сейсмических фаз, в особенности вступлений, приходящих после первой фазы.

О дальнейших тенденциях развития сейсмической аппаратуры читатель узнает из Доклада комиссии США по усовершенствованиям в сейсмологии: «The Need for Fundamental Research in Seismology», США, Государственный департамент, июль 1959 г.

10

ПОСТРОЕНИЕ ТАБЛИЦ ВРЕМЕН ПРОБЕГА

Обстоятельства, при которых возникает землетрясение (если только оно не связано с искусственным взрывом), существенно отличаются от других явлений, которые изучаются в лабораториях. Эти отличия главным образом связаны с «неуправляемостью» землетрясений, в связи с чем многие их физические особенности, оказывающие влияние на записи приборов, все еще не распознаны. В результате небольшое число наблюдений землетрясений оказывается недостаточным, чтобы по ним можно было делать выводы с той степенью достоверности, которая обычно достигается при лабораторных физических исследованиях.

То, что сейсмология теряет из-за невозможности поставить заранее спланированный эксперимент (исключая получаемые записи землетрясений), частично компенсируется большим объемом накопленных наблюдательных данных. В настоящее время имеется более тысячи сейсмологических обсерваторий, расположенных в различных точках земного шара. На каждой обсерватории установлен один или несколько сейсмографов. Только за один год эти приборы дают несколько сотен тысяч записей землетрясений. Для наилучшей обработки получаемого материала необходимо, с одной стороны, использовать методы статистической теории, а с другой,— теоретические методы, изложенные в предыдущих главах. Использовать статистические методы в сейсмологии более обязательно, чем в какой-либо другой области физики, и это касается как рядовых наблюдений, систематически производимых на обсерваториях, так и детальных исследований каких-

либо конкретных сейсмограмм отдельными исследователями. В частности, особенно важно в практической работе указывать величину погрешности каждого численного результата (например, стандартное отклонение).

10.1. ПАРАМЕТРЫ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Начальное возмущение, связанное с землетрясением или той его частью, которая вызывает излучение главных волн (см. разд. 4.3), локализовано в небольшой области земных недр. Линейные размеры последней обычно не превышают нескольких километров (см. гл. 15). Центр этой области называется *фокусом*, или *очагом* (иногда *гипоцентром*), данного землетрясения. Точка на земной поверхности, лежащая на одной вертикали с фокусом, называется *эпицентром*. Количественное описание землетрясений должно производиться с помощью таких параметров, частные значения которых характеризуют главные особенности этого явления. На начальной стадии удобно выбрать следующие четыре параметра: время в очаге — момент возникновения землетрясения, две его координаты (обычно выбирают полярное расстояние θ и восточную долготу φ), дающие положение эпицентра, и глубину фокуса (очага). Для начала будем считать, что Земля сферически симметрична относительно своего центра.

10.2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭПИЦЕНТРАЛЬНОГО РАССТОЯНИЯ И АЗИМУТА СТАНЦИИ НАБЛЮДЕНИЯ

Прежде чем приступить к использованию сейсмограмм, необходимо с помощью удобных формул связать координаты эпицентра θ, φ (скажем, точка Q) с координатами станции наблюдений θ', φ' (например, точка O).

Следуя Тернеру, определим A, B, C, D, E, G, H, K с помощью формул

$$A = \sin\theta\cos\varphi, \quad B = \sin\theta\sin\varphi, \quad C = \cos\theta, \qquad (1)$$

$$D = \sin\varphi, \quad E = -\cos\varphi, \qquad (2)$$

$$G = \cos\theta\cos\varphi, \quad H = \cos\theta\sin\varphi, \quad K = -\sin\theta, \qquad (3)$$

и пусть A', B', ... будут соответствующими постоянными для станции O. (A, B, C — направляющие косинусы линии, соединяющей центр Земли с Q и т. д.). Для контроля величины и знака численных значений введенных величин могут быть использованы соотношения

$$A = KE, \quad B = -KD, \quad G = -CE, \quad H = CD.$$

Таблицы, в которых приведены значения A', B' и C' для всех обсерваторий, вычислены сотрудниками Международной сейсмологической сводки (МСС); там же приведены высоты обсерваторий над средним уровнем моря и, таким образом, высоты над поверхностью стандартной (сферической) модели Земли, определенной в разд. 10.6.3.

Введем теперь *эпицентральное расстояние* Δ от O до Q. Это расстояние иногда измеряется как длина дуги QO в километрах, а иногда (как в настоящей книге) как угол у центра Земли, стягиваемый дугой QO. *Азимут* Z есть угол (который отсчитывается с севера на восток) между меридианом, проходящим через точку Q, и дугой QO. Из (1) — (3) легко вывести следующие формулы:

$$\cos\Delta = AA' + BB' + CC', \tag{4}$$

$$2\,\mathrm{vers}\,\Delta = 2(1 - \cos\Delta) = (A - A')^2 + (B - B')^2 + (C - C')^2, \tag{5}$$

$$2(1 + \cos\Delta) = (A + A')^2 + (B + B')^2 + (C + C')^2, \tag{6}$$

$$2 + 2\sin\Delta\sin Z = (A' - D)^2 + (B' - E)^2 + C'^2, \tag{7}$$

$$2 + 2\sin\Delta\cos Z = (A' - G)^2 + (B' - H)^2 + (C' - K)^2. \tag{8}$$

Зная координаты Q и O, из (4), (5) или (6) мы легко можем определить Δ, а затем с помощью (7) или (8) находим Z.

На практике важно знать величину ошибки, с которой вычисляется величина Δ, включая (в точных работах) ошибку за счет использования (4), (5) или (6) при реальных расчетах. Формула (5) определенно имеет преимущества для $0° < \Delta < 20°$; если θ, φ, θ', φ' известны с точностью до минуты и используются четырехзначные таблицы, то стандартная ошибка величины Δ, вычисленной с помощью (5), расположена в области от 0,05° при $\Delta = 1$ до 0,007° при $\Delta = 20°$; для очень малых расстояний ошибка может быть заметно уменьшена за счет использования шестизначных таблиц для $2\,\mathrm{vers}\,\Delta$ [см. (5)]. Аналогично формула (6) является лучшей для интервала $160° < \Delta <$

$< 180°$. Формула (4) ускоряет вычисления в случае, когда можно использовать умножающую вычислительную машину; при этом стандартная ошибка в значении Δ (при использовании четырехзначных таблиц) будет 0,01° или меньше для $20° < \Delta < 160°$.

Иногда при малых Δ вместо (4) или (5) используют следующую приближенную формулу:

$$\Delta^2 \approx (\theta - \theta')^2 + (\varphi - \varphi')^2 \sin^2 \frac{1}{2}(\theta + \theta'). \qquad (9)$$

Она дает максимальную ошибку, не превосходящую примерно $0{,}0004\Delta^3$, когда Δ не слишком велико и при условии, что Q и O лежат дальше чем примерно 20° от Северного и Южного полюсов Земли. Формула (9) достаточно точна для большинства задач по близким землетрясениям (см. гл. 12), причем ошибка обычно бывает меньше 1 *км* при $\Delta < 6{,}5°$.

10.3. ОСОБЕННОСТИ СЕЙСМОГРАММ

Вслед за землетрясением на станциях происходит запись сейсмограмм. Последние имеют весьма сложный вид. На рис. 33 приведена копия типичной сейсмограммы, записанной в Мельбурне, волн от землетрясения в Новой



Рис. 33.

Зеландии. Смещения в начальной части записи обусловлены прибытием объемных упругих волн, которые распространялись по различным путям в недрах Земли (от фокуса к станции); последующая часть записи образована в основном поверхностными волнами, распространяющимися с меньшими скоростями, чем объемные волны. Исключая области, близкие к эпицентральной, поверхностные волны имеют амплитуды больше объемных, так как их амплитуды медленнее убывают с расстоянием (см. разд. 3.5 и 5.6). (Исключение составляет случай аномально глубоко-

фокусных землетрясений, когда поверхностные волны аномально малы, см. разд. 3.25 и 15.5.1.) При достаточно сильных землетрясениях на удаленных станциях запись сейсмограммы продолжается в течение довольно продолжительного интервала времени (иногда несколько часов); термин *кода* (coda) применяется для обозначения той части записи, которая следует за поверхностными волнами.

На сейсмограмме мы, очевидно, должны увидеть более или менее ярко выраженные смещения, соответствующие вступлениям ряда конкретных импульсов, включая прямые P- и S-волны (т. е. лучи, время распространения которых от фокуса до станции минимально), а также, возможно, другие импульсы, связанные с волнами, испытавшими отражение и изменение своего типа на поверхностях разрыва внутри Земли, а также на внешней поверхности. Такие смещения на сейсмограммах, связанные с определенными типами лучей, называются *фазами* сейсмограммы. На практике сложный вид сейсмограмм часто затрудняет или даже делает невозможным выделение некоторых фаз, которые должны присутствовать на записи. В результате большой работы по обработке колоссального количества сейсмограмм удалось построить эмпирические таблицы времен пробега для многих типов семейств лучей; эти таблицы дают время пробега как функцию глубины очага землетрясения и эпицентрального расстояния станции. Вопрос о построении таких таблиц является одной из основных проблем сейсмологии, и мы уделим ему некоторое внимание.

В этой связи существенное значение приобретает тот факт, что P-волны, распространяющиеся от фокуса к станции по пути наименьшего времени, регистрируются на сейсмограммах в относительно неискаженном виде (исключая влияние микросейсм — см. гл. 18). Этого нельзя сказать ни о каком другом импульсе, прибывающем позднее; в результате мы можем идентифицировать и определить момент первого вступления прямых P-волн со значительно большей точностью, чем какой-либо другой фазы сейсмограммы. Поэтому построение таблиц времен пробега главной фазы P-волн является задачей первостепенного значения.

10.4. ТЕОРИЯ ПОСТРОЕНИЯ ТАБЛИЦ ВРЕМЕН ПРОБЕГА ДЛЯ ГЛАВНОЙ ФАЗЫ P-ВОЛН

Задача построения таблиц времен пробега для P-волн связана с определением значений четырех главных параметров (разд. 10.1) для каждого использованного при этом землетрясения. Необходимая для этой задачи статистическая методика была разработана Джеффрисом.

10.4.1. Уравнения между параметрами землетрясений и таблиц

Предположим, что исходя из некоторой грубой начальной таблицы, мы построили методом последовательных приближений условную таблицу времен пробега P-волн. Пусть R обозначает радиус Земли без учета земной коры, а hR — глубину от подошвы коры до фокуса землетрясения. Допустим, построенная таблица дает значения $T(h, \Delta)$ — времен пробега P-волн в функции h и Δ, и пусть $\xi(h, \Delta)$ обозначает ошибки в определении T, так что правильное время равно $T + \xi$.

Для некоторого землетрясения, которое мы используем для улучшения таблицы, выберем пробный фокус F и пробное время в очаге. Обозначим через hR глубину этого фокуса F, а пробное время в очаге положим за нуль отсчета. Пусть Δ — угловое расстояние от F до станции наблюдения O и Z — азимут O, отсчитываемый от F. (Неопределенности в положении O, которые мы игнорируем, могут быть учтены отдельно так же, как в разд.10.2.) Индекс 0 будет обозначать значения T, ξ и т. д., которые соответствуют данным частным значениям h и Δ.

Обозначим через τ, zR и $\delta\Delta$ поправки, которые необходимо ввести, чтобы получить точные значения времени в очаге, фокальной глубины и эпицентрального расстояния станции O. Тогда

$$\delta\Delta \approx -x \sin Z - y \cos Z, \qquad (10)$$

где x и y — восточное и северное угловые смещения, на которые необходимо исправить F.

Пусть t — измеренное время вступления первого импульса P-волн в точку O, а ε — ошибка этого измерения;

t также является «наблюдаемым» (observed) временем пробега (O) рассматриваемой волны. Табличное T_0, которое соответствует h и Δ, будем называть «вычисленным» (calculated) временем пробега (C). Пусть

$$\mu = t - T_0 \tag{11}$$

обозначает «невязку» (O — C).

Образуя два выражения для точного времени пробега от истинного фокуса до точки O, мы получим с точностью до членов первого порядка [при условии, что $\left(\frac{\partial T}{\partial \Delta}\right)_0$ и $\left(\frac{\partial T}{\partial h}\right)_0$ существуют]

$$t + \varepsilon - \tau = T_0 + \xi_0 - (x \sin Z + y \cos Z)\left(\frac{\partial T}{\partial \Delta}\right)_0 + z\left(\frac{\partial T}{\partial h}\right)_0, \tag{12}$$

и, следовательно,

$$\xi_0 - (x \sin Z + y \cos Z)\left(\frac{\partial T}{\partial \Delta}\right)_0 + z\left(\frac{\partial T}{\partial h}\right)_0 + \tau - \mu = \varepsilon. \tag{13}$$

Выражение (13) представляет одно условие между пятью параметрами x, y, z, τ и ξ_0, а величины Z, $\left(\frac{\partial T}{\partial \Delta}\right)_0$, $\left(\frac{\partial T}{\partial h}\right)_0$ и μ вычисляются по ранее известным данным. Аналогичные уравнения можно получить для других станций наблюдения и других землетрясений.

10.4.1.1. На первых этапах вычисления таблиц времен пробега для P-волн использовались только «нормальные» землетрясения (очаг которых находился не глубже 50 *км* от поверхности Земли). При этих обстоятельствах влияние глубины очага на время пробега относительно мало, а вследствие резкого изменения скоростей сейсмических волн во внешних частях Земли представляется целесообразным опустить член с z в (13) и вместо этого временно использовать условное время в очаге для каждого нормального землетрясения. При этом должно выполняться условие, что для малых Δ (но больших 1,5°) времена пробега P-волн должны быть пропорциональны Δ.

По мере того как становится известной слоистая структура земной коры, с помощью методов, изложенных

в гл. 12, можно оценить положение очага и истинное время в очаге для каждого землетрясения более точно.

На последующих стадиях принимают во внимание и землетрясения с очагами глубже 50 *км*. С помощью полного уравнения (13) и других приемов удается построить таблицы времен пробега для всех фокальных глубин.

10.4.2. Применение метода наименьших квадратов

После того как уравнения типа (13) написаны для ряда землетрясений и станций наблюдений, параметры землетрясений и поправки ξ_0 для репрезентативных значений h и Δ можно оценить методом наименьших квадратов.

Пусть m — общее число использованных землетрясений, n — среднее число регистрирующих станций и p — число параметров, необходимых для определения таблицы времен пробега P-волн с достаточной точностью. Тогда полное число параметров будет $4m + p$, а число условий (уравнений) типа (13) будет mn.

Прежде чем использовать метод наименьших квадратов, перепишем систему уравнений типа (13) в виде

$$\sum_{k=1}^{q} (a_{ik}x_k) - b_i = \varepsilon_i \quad (i = 1, 2, \ldots, r), \tag{14}$$

где $r = mn$, $q = 4m + p$, x_k — один из $4m + p$ параметров, а a_{ik}, b_i — известные величины. Нормальные уравнения, соответствующие (14), согласно теории метода наименьших квадратов имеют вид

$$\sum_{i=1}^{r} \left[\left(\sum_{k=1}^{q} a_{ik}x_k - b_i\right) a_{ij}\right] = 0 \quad (j = 1, 2, \ldots, q)$$

и могут быть записаны как

$$\sum_{k=1}^{q} (c_{jk}x_k) = f_j \quad (j = 1, 2, \ldots, q), \tag{15}$$

где

$$c_{jk} = \sum_{i=1}^{r} (a_{ij}a_{ik}), \quad f_j = \sum_{i=1}^{r} (a_{ij}b_i).$$

Формальное решение системы линейных уравнений (15) есть

$$Cx_l = \sum_{j=1}^{q} (C_{jl} f_j) \quad (l = 1, 2, \ldots, q), \tag{16}$$

где C — детерминант матрицы c_{ij}, а C_{jl} — дополнение (адъюнкт) элемента c_{jl} в C.

10.4.3. Метод последовательных приближений Джеффриса

На практике n — порядка 100, p — порядка 50 и m должно быть достаточно большим, чтобы получить хорошие результаты. Прямое использование формального решения (16) для получения численных результатов требует исключительно трудоемких вычислений (причем их приходилось производить без помощи электронных вычислительных машин, которых еще не существовало на ранних этапах исследований, когда были получены фундаментальные результаты). В связи с этим Джеффрис предложил эффективный метод последовательных приближений.

Перепишем вначале (15) в виде

$$c_{ll} x_l = f_l - \sum_k{}' (c_{lk} x_k) \quad (l = 1, 2, \ldots, q), \tag{17}$$

где Σ_k' обозначает суммирование по всем значениям k, исключая некоторое конкретное значение l. Первое приближение для x_l может быть получено в виде

$$x_l = \frac{f_l}{c_{ll}} \quad (l = 1, 2, \ldots, q), \tag{18}$$

если искомые параметры в правой части уравнений (17) положить равными нулю. Второе приближение для x_l может быть получено подстановкой (18) в правую часть уравнений (17) и решением получающихся уравнений. Продолжая итерационный процесс, мы можем получить удовлетворительное решение уравнения (15), при условии что процесс сходится. Эта процедура эквивалентна разложению C_{jl}/C по нисходящим степеням элементов главной диагонали C и будет сходиться, если другие элементы C достаточно малы.

Особенностью рассматриваемой задачи является то, что (кроме табличной поправки ξ_0) каждое из уравнений (13) содержит x, y, z, τ только для данного земле-

трясения и не содержит параметры никаких других землетрясений. В нормальных уравнениях эта особенность проявляется в том, что большинство элементов детерминанта C (исключая те, которые расположены на главной диагонали) равны нулю.

В оставшейся части этого раздела мы опустим в (13) член с z и будем следовать начальным этапам методики, описанной в разд. 10.4.1.1. При условии, что необходимые табличные поправки ξ_0 не слишком велики, можно показать, что следующий процесс последовательных приближений будет сходящимся:

1) первое приближение для x, y, τ в случае каждого рассматриваемого землетрясения находим методом наименьших квадратов из уравнений типа (13), полагая все остальные параметры равными нулю; это то же самое, что пренебречь всеми ошибками в условной таблице времен пробега и решать методом наименьших квадратов систему уравнений типа

$$(x\sin Z+y\cos Z)\left(\frac{\partial T}{\partial\Delta}\right)_0-\tau+\mu=0; \qquad (19)$$

2) используя значения x, y, τ в первом приближении, из (13) (полагая $\varepsilon=0$) получаем предварительную оценку ξ_0 при различных значениях Δ для каждого землетрясения;

3) комбинируя эти предварительные значения ξ_0 с помощью подходящей методики (которая кратко будет описана ниже), мы получаем первый набор поправок к таблице времен пробега;

4) далее процесс продолжается путем итераций.

На практике вопрос о том, являются ли поправки к условной таблице достаточно малыми и соответственно сходится ли описанная процедура, не является трудным, так как итеративный процесс контролирует сам себя. Более того, можно показать, что даже когда некоторые табличные ошибки достаточно велики, все равно можно добиться сходимости, если использовать землетрясения, для которых известны времена пробега P-волн для трех групп станций. Эти станции должны располагаться приблизительно на одинаковых эпицентральных расстояниях и иметь заметно различающиеся азимуты. На первых

стадиях процесса последовательных приближений нужно пренебрегать землетрясениями, которые не удовлетворяют этим условиям. Критерием того, что эти условия не выполнены, служит отсутствие быстрой сходимости результатов.

Процесс решения системы, содержащей примерно сто уравнений типа (19) для какого-либо землетрясения, может быть заметно сокращен. Это достигается переходом к меньшему числу уравнений, в каждом из которых значения Δ, Z и μ взяты средними для группы станций, имеющих приблизительно одинаковые Δ и Z. На практике бывает достаточно решить методом наименьших квадратов систему пяти (иногда даже меньшего числа) уравнений.

При получении предварительных оценок ξ_0 согласно процедуре (2) удобно расположить эти величины, которые мы обозначим через ξ, по группам, соответствующим подходящим областям значений Δ; размер области зависит от числа и согласованности наблюдательных данных, а также от кажущейся кривизны годографа в окрестности рассматриваемых значений Δ.

Процедура (3), которая заключается в нахождении наилучших поправок к таблице времен пробега, осложняется тем, что распределение ξ для любой данной области Δ несколько отличается от нормального закона распределения ошибок. Джеффрис учел это обстоятельство, выразив искомое распределение через функцию вероятности вида

$$f(\xi) = (1-s)\,\pi^{-1/2} h \exp[-h^2(\xi-\xi_0)^2] + s g(\xi), \qquad (20)$$

где h и s — постоянные, причем последняя достаточно мала, а $g(\xi)$ — функция, о которой известно только то, что она медленно меняется с изменением ξ в области значений порядка нескольких $(1/h)$ с каждой стороны от ξ_0 и что ее интеграл по всему интервалу значений ξ равен единице. Таким образом, закон (20) соответствует наличию аномальных ошибок, входящих с вероятностью s в дополнение к нормальному закону распределения ошибок относительно истинного значения с мерой точности h.

10.4.3.1. Метод равномерной редукции. Джеффрис разработал хороший метод определения параметров (20).

Он показал, что когда число наблюдений значительно, то с достаточной точностью можно поступать следующим образом. Из каждой частоты в распределении величин ξ можно вычесть постоянное число таким образом, чтобы в результате центральная группа частот убывала до нулей и к ней можно было бы применить теорию нормального распределения.

Этот метод называется методом равномерной редукции, и он с успехом применялся как в рассматриваемой задаче, так и в других задачах сейсмологии. Например, в приводимой ниже таблице показано распределение величин ξ, полученных для определенной серии японских землетрясений (на некоторой стадии общего процесса последовательных приближений) при $0 < \Delta < 20°$; первая строка дает значение ξ в секундах, а вторая строка — соответствующие частоты. Рассматривая таблицу, мы видим, что может быть произведена равномерная редукция на величину 2 для каждого числа второй строки. Результаты редукции приведены в третьей строке, для которой может быть затем применена теория нормального распределения ошибок.

−9	−8	−7	−6	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	2	2	1	3	4	7	6	13	22	14	12	11	4	3	2	0	2	1
0	0	0	0	1	2	5	4	11	20	12	10	9	2	1	0	0	0	0

Для более сложных случаев Джеффрис предложил другой метод. В нем предварительным значениям ξ приписывались определенные веса таким образом, чтобы к новым значениям ξ можно было применить закон нормального распределения ошибок и определить наилучшее значение ξ_0 и меру точности h. Такие веса легко можно определить из большого числа наблюдений в достаточно широкой области значений Δ и применить их без изменений к невязкам для различных подобластей Δ (в рассмотренных выше случаях выбирались следующие подобласти: $0 \leqslant \Delta < 3°$, $3° \leqslant \Delta < 6°$ и т. д.).

После того как по отдельности получены наилучшие оценки ξ_0 для определенных значений Δ (центров подобластей), следует «сгладить» эти величины. Процедура сглаживания также была разработана Джеффрисом. При этом специальное внимание уделялось участкам, где

наклон кривой $T(\Delta)$ претерпевал быстрые или резкие изменения.

Более подробное описание статистических методов, которые Джеффрис разработал для рассматриваемого раздела сейсмологии, читатель может найти в его работах [1]).

10.4.4. Другие вопросы построения таблиц времен пробега *P*-волн

Первый важный вопрос — насколько хорошо выполняется предположение о сферической симметрии Земли. Два основных отклонения от этого предположения следуют из эллиптичности фигуры Земли (это будет рассмотрено отдельно в разд. 10.7) и из различия геологического строения в различных географических регионах. Учитывая последнее обстоятельство, необходимо объединять землетрясения с эпицентрами, расположенными в определенных регионах (например, Европа, Северная Атлантика, Северная Америка и т. д.), а затем соединять получаемые результаты для всей Земли. (О применяемой для этой цели статистической теории см. работу Джеффриса и Буллена «Times of Transmission of Earthquake Waves», Bur. centr. séism. internat., série A, fasc. 11, 1935.) Если учесть эллиптичность Земли, то оказывается, что при эпицентральных расстояниях больше 20° времена пробега почти не зависят от положения эпицентров и станций наблюдения. Наибольшее систематическое расхождение имеется между временами пробега для путей волн под Тихим океаном и под континентальными областями при расстояниях порядка 50°. В континентальных областях также имеется некоторая разница между равнинными и горными областями. Для *P*-волн при $\Delta > 20°$ эти разности времен не превышают 2 *сек* или величин такого порядка при временах пробега до 10 *мин*, хотя на производной $\frac{dT}{d\Delta}$ эффект может быть более заметен. Горизонтальные изменения в структуре Земли, обусловливающие эти различия во временах пробега, вероятно, происходят в наружном

[1]) H. Jeffreys, On Travel Times in Seismology (Publ. du bureau central séismologique international, série A, fasc. 14, 1936); Theory of Probability, Oxford, Clarendon Press, 1961.

слое толщиной 200—400 *км*. Таким образом, исключая эллиптичность, Земля весьма близка к сферически симметричному телу, и, следовательно, теория, развитая в гл. 7 и 8, является для нее хорошим приближением.

Дальнейшие улучшения таблиц связаны с исследованием систематических ошибок и разброса случайных ошибок в значениях времен пробега для конкретных станций наблюдения. Эти ошибки могут быть следствием локального геологического строения, высоты станции над уровнем моря, плохой службы времени, микросейсм

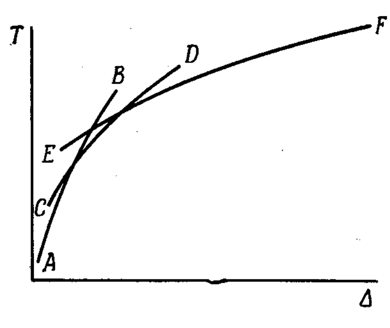


Рис. 34.

и других причин. Применение статистически установленных весов к данным различных станций совместно с использованием известных сведений о характеристиках регистрирующих приборов позволяет добиться дальнейшего улучшения таблиц времен пробега.

Чтобы принять во внимание слоистую структуру коры, следует обратиться к теории, изложенной в разд. 7.3.5. Там рассмотрен случай, когда скорость скачком возрастает при переходе сверху вниз через поверхность разрыва, параллельную внешней поверхности. Для случая двух таких поверхностей годограф имеет вид, показанный на рис. 34. Таблицы времен пробега для волн разных типов построены для этого модельного представления земной коры. Однако в строении коры имеются географические региональные изменения, которыми в большой степени вызываются неопределенности, содержащиеся в таблицах.

Перейдем к изучению эффектов глубины очага. Введем следующие обозначения: E и F — эпицентр и фокус землетрясения, O — станция наблюдения на эпицентральном расстоянии Δ, причем Δ достаточно велико, так что луч EO проникает под земную кору. Пусть v обозначает скорость P-волн на глубине z, отсчитываемой от поверхности Земли; $z = f$ для точки F и H — толщина земной коры. T будет временем пробега луча FO, а $T + \delta T$ — луча EO.

При $f < H$, т. е. когда очаг находится в коре, зависимость T от f лучше всего определяется с помощью формул, выведенных в разд. 12.1.1 и 12.1.2 (в которых h равно нашему f). Для сравнения со случаем $f > H$ полезно заметить, что в первом приближении, когда мы пренебрегаем квадратами величин f/R, имеет место соотношение

$$\delta T \approx \int_0^f \varphi(v, \Delta)\, dz, \tag{21}$$

где

$$\varphi(v, \Delta) = \left[v^{-2} - \left(\frac{dT}{R\, d\Delta} \right)^2 \right]^{1/2}. \tag{22}$$

Для случая, когда F находится под корой, положим $f = H + hR$ (h теперь определено так же, как в разд. 10.4.1). Можно показать, что в этом случае

$$\delta T \approx \int_0^H \varphi(v, \Delta)\, dz + hR\varphi(v_0, \Delta), \tag{23}$$

где v_0 — скорость P-волн непосредственно под корой (Аналогичная теория применима, конечно, и к S-волнам.) Интегрирование в (23) [как и в (21)] производится лишь по земной коре. Найдено, что величина интеграла (23) при изменении Δ меняется менее чем на 2 *сек*. Наоборот, член, содержащий h, из-за зависимости его от $\frac{dT}{d\Delta}$ может испытывать заметные изменения при изменении Δ Например, для $h = 0{,}05$ (см. первую таблицу в разд. 10.9.1) $\delta T = 9$, 36, 41 *сек* при $\Delta = 10$, 50, 100° соответственно; для $h = 0{,}10$ соответствующие значения δT будут 8, 60 и 71 *сек*.

Таким образом, заметная глубина фокуса землетрясения может быть сразу определена из того факта, что невязки μ (см. разд. 10.4.1), построенные по таблицам времен пробега для поверхностных очагов, обнаруживают систематическое возрастание своих отрицательных величин с ростом Δ. Эти результаты, в принципе, указывают на один из практических методов, с помощью которого можно определить глубину очага и получить таблицы с учетом этой глубины. Уравнения (13) в полном виде могут быть использованы для дальнейших уточнений.

Другая сложность в построении таблиц возникает из-за того, что во многих землетрясениях главное движение в очаге, приводящее к излучению P-волн, заметно меньше, чем для S-волн. В результате из фокуса в сторону внешней поверхности волны могут излучаться в виде S-волн, а после отражения (вблизи эпицентра) отраженные волны типа P могут быть на достаточно удаленных станциях зарегистрированы как прямые P-волны. На значение этого эффекта впервые указали Стехшульте и Скраз, которые для соответствующей фазы на сейсмограммах ввели обозначение sP. Обозначения sS, pP, pS имеют аналогичный смысл; так, например, pP обозначает волну, которая из фокуса на внешнюю поверхность излучается как P-волна, и после отражения она опять-таки как P-волна идет к станции наблюдения.

В случаях, когда на сейсмограммах зарегистрированы обе фазы P и pP (или S и sS и т. п.), разность их времен пробега как функция эпицентрального расстояния Δ дает новый важный способ определения глубины очага.

Наконец, укажем на возможность использования амплитудной теории для проверки различных особенностей таблиц времен пробега. Например, в разд. 8.4 отмечалось, что наличие аномальных амплитуд для некоторой области Δ может помочь в выявлении соответствующих особенностей $\frac{d^2T}{d\Delta^2}$. Однако подчеркнем еще раз, что использование амплитудных данных требует большой осторожности, так как они весьма чувствительны к свойствам местности, в которой расположены станции наблюдения, к малым изменениям величины $\frac{d^2v}{dz^2}$ и даже $\frac{d^3v}{dz^3}$ (разд. 8.7).

10.5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН

Итеративный характер многих из описанных выше методов делает их исключительно удобными для вычислений на электронных быстродействующих машинах. В этом направлении уже достигнуты определенные успехи.

Так, например, Болт в 1960 г. разработал программу, основанную на уравнениях (13) (без учета членов с ξ_0), с помощью которой весьма быстро методом последовательных приближений определялись время в очаге, координаты эпицентров и глубина очага. В сотрудничестве с Вилмором Болт применил эту программу в 1961 г. для составления Международной сейсмологической сводки (разд. 11.2.1). Электронные вычислительные машины были также использованы для определения координат эпицентров в Центральном международном сейсмологическом бюро в Страсбурге (разд. 11.2), а также Береговой и геодезической службой США. Другие программы были разработаны Флинном для обработки данных от местных землетрясений.

10.6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТАБЛИЦ ВРЕМЕН ПРОБЕГА ОБЪЕМНЫХ ВОЛН ДЛЯ ДРУГИХ ФАЗ

В разд. 10.3 отмечалось, что на сейсмограммах времена вступления P-фаз могут быть определены значительно точнее, чем каких-либо других. Соответственно этому таблицы времен пробега P-фаз являются наилучшими, и именно их обычно используют для определения времени в очаге и координат эпицентров. Благодаря этому строить таблицы времен пробега для других фаз обычно легче, так как не нужно принимать во внимание неопределенности во времени очага и в координатах эпицентров.

Но все же имеется одно возможное усложнение, обусловленное тем, что момент возбуждения основной S-волны в очаге может не совпадать с моментом возбуждения основной P-волны. Поэтому время в очаге, определенное по P-волнам, не обязательно будет тем же и для S-волн.

Это усложнение известно как «Z-явление» и требует использования специального параметра при построении таблиц времен пробега для фаз, которые образуются из S-волн, возбуждаемых в очаге. (В действительности Z-явление менее существенно, чем этого можно было бы ожидать.)

Наибольшие неопределенности в таблицах фаз, кроме P-фазы, обусловлены трудностями в определении первых вступлений этих фаз после прихода P-волн. Иногда некоторые вступления, которые на вид кажутся ярко выраженными, являются результатом случайного усиления ряда относительно несущественных движений почвы. Кроме этого, часто бывает трудно решить, с какой именно фазой из ожидаемого ряда фаз связан данный всплеск на сейсмограмме. Поэтому на практике всегда имеются неизбежные ошибки, связанные с неправильной интерпретацией вступлений некоторых фаз после главной P-волны. Чтобы уменьшить число неправильно отождествленных вступлений, разработаны специальные методы — статистическая обработка результатов и специальные способы самих измерений.

Но имеются другие факторы, которые помогают уменьшить неопределенности в таблицах. Например, среди многих важных фаз, наблюдаемых на сейсмограмме, результаты для одних фаз часто бывает возможно использовать для проверки и улучшения результатов для других фаз; примеры такой взаимозависимости таблиц времен пробега для различных фаз приведены в разд. 10.6.2. Далее, для улучшения некоторых таблиц с успехом могут быть использованы также данные глубокофокусных землетрясений. Большую помощь при построении таблиц оказывают специальные формулы для времени пробега волн, выведенные в гл. 7, такие, как 7(21), (22), (24) и (28). Например, формула 7(28) использовалась в связи с фазами PKP, PKP_2 (определение этих фаз дано ниже), для которых имеется излом на соответствующих кривых $T(\Delta)$.

10.6.1. Обозначения различных фаз на сейсмограммах

Выше мы уже определили фазы P, S и группы фаз pP, pS, sP, sS.

Фазы, которые соответствуют лучам, выходящим из очага в сторону от земной поверхности (в отличие от фаз pP и т. д.) и которые в дальнейшем испытывают одно или несколько отражений от поверхности Земли (или на одной из границ раздела внутри земной коры), обозначаются как PP, PPP, SS, SSS, PS, SP, PPS и т. д.

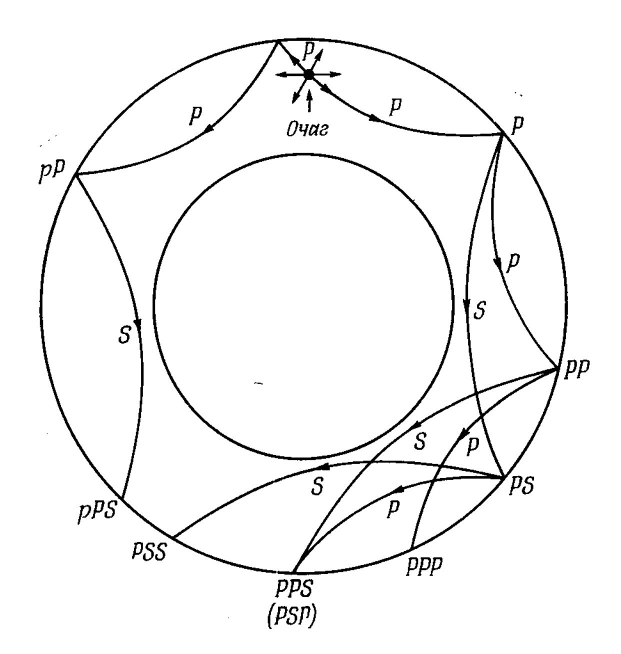


Рис. 35.

Например, фаза PS соответствует волне P-типа до отражения и S-типа после отражения. Кроме перечисленных фаз, различают еще фазы pPP, sPP, sPS и т. д. Для иллюстрации некоторые типы фаз показаны на рис. 35.

Другая важная группа фаз связана с поверхностью разрыва, расположенной на глубине около 2900 *км*, которая отделяет земное ядро от оболочки Земли (см. гл. 13). Символ c употребляется для указания на отражение вверх от этой границы. Так, если P-волна распространяется от очага вниз до этой границы, отра-

жаясь от которой она переходит в S-волну, регистрируемую на станции наблюдения, то соответствующая фаза обозначается как PcS; аналогичный смысл имеют PcP, ScS, ScP. Фаза $ScSP$ соответствует волне ScS-типа, которая на внешней поверхности (или вблизи ее) испытала отражение и перешла в волну P-типа. Имеют значение также фазы типа $pScS$, где символ p, как и раньше, указывает, что первоначально волна была излучена как продольная и распространялась в сторону поверхности Земли.

Буква K используется для обозначения отрезка пути волны (P-типа) в ядре Земли. Так, фаза PKS соответствует волне, которая стартовала как P-волна, прошла в земное ядро снова как P-волна, а затем преломилась из ядра в оболочку, перейдя при этом в волну S-типа, и, уже не изменяясь, вышла на внешнюю поверхность. Фазы типа $PKKP$ и т. д. соответствуют волнам, испытавшим внутреннее отражение на границе ядро — оболочка. Пути некоторых лучей, проходящих через земное ядро, показаны на рис. 36 и 37. В тех случаях, когда время пробега является двузначной функцией расстояния (см. рис. 28, *в*), для верхней ветви иногда используется индекс 2; так, например, в случае PKP фазу, соответствующую верхней ветви, можно обозначать PKP_2. (Дальнейшие детали, относящиеся к PKP, см. в разд. 10.9.1 и 13.8.3.)

Открытие Леман внутреннего ядра Земли, отделенного поверхностью разрыва от внешнего ядра (см. гл. 13), потребовало введения дополнительных индексов для обозначения соответствующих фаз. Для путей волн внутри ядра Земли буквы i и I имеют смысл, аналогичный буквам c и K для волн во всей Земле в целом; так i указывает на отражение волн вверх на границе между внешним и внутренним ядром, а I обозначает участок пути волны P-типа, лежащий во внутреннем ядре. Например, нужно различать фазы PKP, $PKiKP$ и $PKIKP$: первая из них соответствует волне, которая вошла во внешнее ядро, но не достигла внутреннего ядра, вторая соответствует волне, отразившейся вверх на границе внешнего и внутреннего ядра, и, наконец, третья — это волна, проникшая во внутреннее ядро.

При помощи различных сочетаний букв *p*, *s*, *P*, *S*, *c*, *K*, *i*, *I* мы можем обозначить все главные фазы, связанные с объемными волнами от землетрясений. Буква *J*

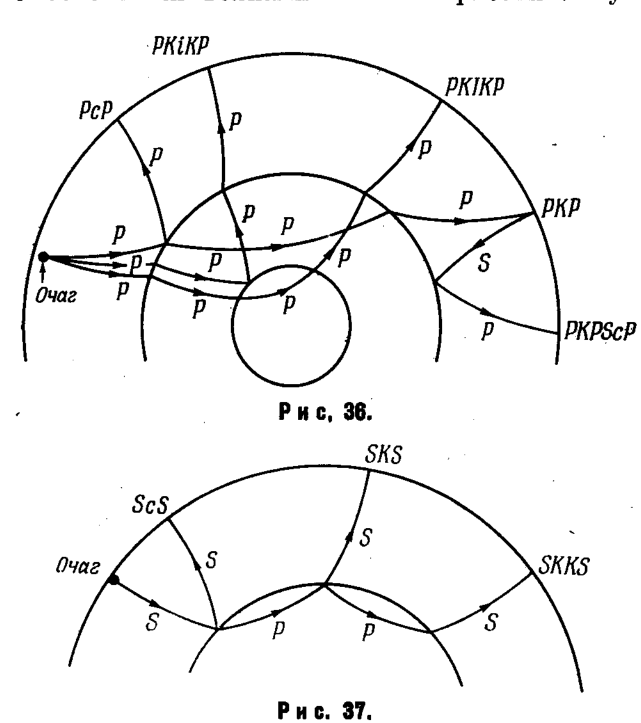


Рис. 36.

Рис. 37.

была введена для обозначения *S*-волн во внутреннем ядре в соответствии с указаниями (разд. 13.8.5) о том, что оно находится в твердом состоянии. [Некогда буква *Z* была предложена для обозначения *S*-волн во внешнем ядре, однако в настоящее время имеются убедительные доказательства (разд. 13.3) того, что внешнее ядро является жидким.]

10.6.2. Связи между различными таблицами времен пробега

Теперь мы покажем, что существуют некоторые связи между таблицами времен пробега для различных фаз.

Весьма простой является связь между временами пробега фаз P, PP, PPP и т. д. Так, если источник находится на внешней поверхности и отражения имеют место также на внешней поверхности, то время пробега T_{PPP} для фазы PPP и данного Δ определяется формулой

$$T_{PPP}(\Delta) = 3T_P\left(\frac{1}{3}\Delta\right), \tag{24}$$

где T_P берется из таблицы времен пробега P-волн.

Случай фазы PS может быть разобран с помощью того факта, что параметр сейсмического луча p согласно 6(1) и 7(1) одинаков до и после отражения. Следовательно, согласно 7(2) время пробега T_{PS} для данного расстояния Δ равно

$$\left.\begin{aligned} &T_{PS}(\Delta) = T_P(\Delta_1) + T_S(\Delta_2), \\ \text{где} \quad & \\ &\Delta_1 + \Delta_2 = \Delta \quad \text{и} \quad \frac{dT_P}{d\Delta_1} = \frac{dT_S}{d\Delta_2}. \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Использование последнего из этих уравнений включает процедуру «сшивания» градиентов таблиц времен пробега для P- и S-фаз.

Уравнения (24) и (25) действительно используют при теоретическом построении таблиц времен пробега для фаз PPP и PS и аналогично для фаз PP, SS, PPS и т. д. Заметим, однако, что имеются несоответствия между такими теоретическими таблицами и результатами, которые следуют из реальных сейсмограмм; последние обнаруживают заметный разброс. Этого следовало ожидать, так как отражения могут произойти на любой из границ раздела во внешних слоях Земли, и такие отражения (в зависимости от углов падения и т. д.) иногда имеют бóльшие энергии волн, чем те, которые связаны с отражениями от самóй внешней поверхности.

Другой пример связей между временами пробега относится к фазам ScS, SKS и $SKKS$, и это оказалось полезно для расчета таблиц времен пробега этих фаз. Так, если T_{ScS} (Δ) — время пробега фазы ScS на расстоянии Δ и т. д., то, пренебрегая глубиной очага (т. е. считая, что

он расположен на поверхности), мы имеем

$$T_{ScS}(\Delta_1) + T_{SKKS}(\Delta_3) = 2T_{SKS}(\Delta_2),$$

где

$$\Delta_1 + \Delta_3 = 2\Delta_2 \tag{26}$$

и

$$\frac{dT_{ScS}}{d\Delta_1} = \frac{dT_{SKKS}}{d\Delta_3} = \frac{dT_{SKS}}{d\Delta_2}.$$

Вывод (26) легко получить с помощью рис. 37.

Ясно также, что и многие другие аналогичные соотношения могут быть получены без труда.

10.6.3. Имеющиеся таблицы времен пробега объемных волн

В конце XIX века начался сбор полезных инструментальных записей землетрясений. Это осуществлялось с помощью первых сейсмографов Милна. В результате в начале нашего века Олдгем построил первые таблицы времен пробега. Первые таблицы времен пробега, получившие широкое распространение, были построены Цёппритцем в 1907 г. В 1906 г. Олдгем на основе наблюдений обратил внимание на существование ядра Земли, а в 1914 г. Гутенберг составил подробные таблицы, в том числе таблицы времен пробега для фаз, соответствующих тем волнам, которые проникают в ядро.

Позднее Тернер приспособил и использовал таблицы Цёппритца для Международной сейсмологической сводки, в которой были собраны данные о землетрясениях за период между 1918 и 1929 гг.

В 1930 г. Джеффрис, приняв за исходные таблицы Цёппритца — Тернера, приступил к очень важной работе по улучшению этих таблиц методом последовательных приближений. В 1931 г. к этой работе подключился автор данной книги. В 1935 г. были составлены первые таблицы Джеффриса — Буллена. Существенные улучшения были включены в новые таблицы «Д.-Б.», впервые опубликованные в 1940 г. Эти таблицы давали времена пробега для следующих фаз: *P*, *S*, *pP*, *sS*, *PP*, *PPP*, *PS*, *SP*, *PPS*, *SPP*, *PSP*, *SS*, *SSP*, *PSS*, *SPS*, *SSS*, *PcP*, *PcS*, *ScP*, *ScS*, *ScSP*, *PKP* (иногда обозначается как *P'*), *PKS*, *SKP*, *SKS*, *PKKP*, *PKKS*, *SKKP*, *SKKS*, *SKKKS*,

PcPPKP, *PcSPKP*, *ScSPKP*, *SKSP*, *PKPPKP*, *PKPPKS*. Для фаз *sP*, *sPKP*, *sPcP*, *sPKS*, *sSKP* и *pPKP* были составлены дополнительные таблицы. Таблицы времен пробега включали также результаты для *K*, *KIK* и *I* соответственно путям волн в ядре Земли. Были составлены также аналогичные таблицы для фаз от близких землетрясений. Вид таблиц позволяет легко учитывать глубину очага.

В предыдущем разделе в основном перечислены наиболее важные фазы объемных волн от землетрясений. В действительности, кроме них, наблюдаются и другие фазы.

Таблицы Д.-Б. относятся к стандартной модели Земли, в которой поверхности равных скоростей *P*- (или *S*-)волн представляют собой сферы, заключающие такие же объемы, как и соответствующие поверхности в реальной Земле. Цель таблиц — служить некоторым стандартом данных при «среднем» глобальном землетрясении.

Следующим шагом было составление дополнительных таблиц, которые учитывали региональные географические отклонения от средних условий. Имеются вспомогательные таблицы, учитывающие эллиптичность фигуры Земли (см. разд. 10.7 и 10.9.2); значительные успехи достигнуты в определении поправок на более мелкие региональные различия. Однако последняя работа еще далека от завершения.

Таблицы времен пробега и соответствующие графики независимо построили Гутенберг и Рихтер, Байерли, Макелуэйн, Леман, Ходжсон, Бруннер и другие сейсмологи. За исключением Гутенберга и Рихтера, большинство авторов использовали значительно меньшее число наблюдательных данных, чем это имело место при составлении таблиц Д.-Б.; многие таблицы были специально предназначены для детального изучения сейсмограмм относительно малых групп землетрясений. Такие таблицы уделяют особое внимание определенным особенностям землетрясений; например, таблицы Байерли для Монтанского землетрясения 28 июня 1925 г. дали первые указания на особенности времен пробега *P*-волн на эпицентральных расстояниях в районе 20° (см. гл. 13). Таблицы Гутенберга и Рихтера в основном находятся в хорошем согласии с таблицами Д.-Б.

После второй мировой войны резко возросло число первоклассных сейсмологических обсерваторий, что привело к заметному увеличению числа надежных результатов для времен пробега. Использование ядерных взрывов для целей сейсмологии привело к дальнейшим улучшениям качества данных по временам пробега (см. гл. 16). Новые данные показали, что таблицы Д.-Б. нуждаются в некоторых поправках, хотя имеются соображения (см. разд. 13.2) против того, чтобы применять недостаточно обоснованные поправки на настоящей стадии исследований.

Особенностью работы Джеффриса было последовательное применение статистических методов, включая χ^2-распределение и другие важные средства контроля. Эти методы, многие из которых специально разработал Джеффрис для рассматриваемых задач, были необходимы для обработки большого числа данных по временам пробега, а также для оценки достоверности получаемых результатов. Только благодаря использованию этих методов удалось дать точное определение «среднего» землетрясения, и в соответствии с этим при определении поправок к таблицам Д.-Б. следует пользоваться столь же точными и определенными методами.

10.7. ВЛИЯНИЕ ЭЛЛИПТИЧНОСТИ ЗЕМЛИ

В 1933 г. Комри и Гутенберг и Рихтер показали, что использование геоцентрических широт вместо географических (которые обычно применялись ранее) будет приводить к уменьшению ошибок в таблицах времен пробега, возникших из-за пренебрежения эффектом эллиптичности Земли. (*Географическая широта* определяется как угол между нормалью к уровенной поверхности в данной точке и плоскостью экватора, *геоцентрическая широта* — как угол между радиусом-вектором, проведенным из центра Земли в данную точку, и плоскостью экватора.) Роль этих ошибок возрастала по мере увеличения точности таблиц времен пробега. Это заставило Джеффриса вывести специальную формулу для эффекта эллиптичности.

Введем сферические полярные координаты (r, θ, φ) с началом в центре Земли и положим $\theta = 0$ для фокуса

рассматриваемого землетрясения. Для начала возьмем случай, когда очаг расположен на поверхности Земли, и рассмотрим время пробега вдоль какого-либо луча. Для модели Земли, определенной в разд. 10.6.3, используя обозначение гл. 7, мы имеем

$$T=\int\frac{ds}{v},$$

$$\left(\frac{ds}{d\theta}\right)^2=\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2+r^2+r^2\sin^2\theta\left(\frac{d\varphi}{d\theta}\right)^2.$$

Соответственно для реальной Земли можно записать

$$T'=\int\frac{ds'}{v},$$

$$\left(\frac{ds'}{d\theta}\right)^2=\left(\frac{dr'}{d\theta}\right)^2+r'^2+r'^2\sin^2\theta\left(\frac{d\varphi'}{d\theta}\right)^2.$$

Мы предполагаем, что v — известная функция r (с достаточной точностью этому отвечает случай использования времен пробега, определенных в пренебрежении эллиптичностью Земли с помощью теории, изложенной в разд. 7.4).

Поскольку в рассматриваемой модели вдоль лучей мы имеем $\frac{d\varphi}{d\theta}=0$, то отсюда следует, что и для реальной Земли $\frac{d\varphi'}{d\theta}$ мало. Следовательно, введя обозначения

$$\delta r=r'-r,\qquad \delta T=T'-T,$$

мы находим с точностью до членов первого порядка малости

$$\delta T=\int_0^\Delta v^{-1}\left[\left(\frac{dr'}{d\theta}\right)^2+r'^2\right]^{1/2}d\theta-\int_0^\Delta v^{-1}\left[\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2+r^2\right]^{1/2}d\theta=$$

$$=\int_0^\Delta\frac{1}{2}v^{-1}\left[\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2+r^2\right]^{-1/2}\left(2\frac{dr}{d\theta}\frac{d\delta r}{d\theta}+2r\delta r\right)d\theta=$$

$$=p\int_0^\Delta r^{-2}\left(\frac{dr}{d\theta}\frac{d\delta r}{d\theta}+r\delta r\right)d\theta,$$

где при получении последней строки использовано соотношение 7(5). Это приводит к формуле, полученной

Джеффрисом:

$$\delta T = p\left[r^{-2}\frac{dr}{d\theta}\,\delta r\right]_0^{\Delta} + p\int_0^{\Delta}\left(\frac{d^2 r^{-1}}{d\theta^2} + r^{-1}\right)\delta r d\theta. \qquad (27)$$

Легко видеть [используя 7(1) и соотношение $\left|r\,\frac{d\theta}{dr}\right| = \operatorname{tg} i$ — см. рис. 24, стр. 147], что первый член в (27) равен $[v^{-1}\delta r\cos i]_{0,\Delta}$; он дает время распространения вдоль дополнительных отрезков у обоих концов реального луча, выходящих за внешнюю поверхность сферической модели (такие дополнительные длины и времена будут, конечно, отрицательными и при отрицательном δr). Второй член включает интегрирование вдоль всей длины луча. Представив второй член в виде

$$-p\int_0^{\Delta}(\varrho\sin^3 i)^{-1}\,\delta r\,d\theta$$

[см. 7(35)], где ϱ — радиус кривизны луча, мы находим, что если для данного луча δr везде сохраняет свой знак, то первый и второй члены в (27) имеют противоположные знаки (при этом предполагается, что ϱ всегда положительно, как это почти точно имеет место в действительности). Этого результата и следовало ожидать, так как там, где δr положительно, внутренние слои, имеющие бо́льшие скорости, смещены несколько вверх и тем самым вызывают увеличение скорости вдоль соответствующих участков реального луча по отношению к аналогичным участкам лучей в сферической модели Земли.

Уравнение поверхности постоянной скорости в реальной Земле с достаточной точностью дается выражением

$$r' = r\left[1 + \varepsilon\left(\frac{1}{3} - \cos^2\theta'\right)\right], \qquad (28)$$

где ε — эллиптичность поверхности, а θ' обозначает геоцентрическое полярное расстояние точки. Следовательно,

$$\delta r = \varepsilon r\left(\frac{1}{3} - \cos^2\theta'\right). \qquad (29)$$

С помощью (27) и (29), а также формул, выведенных в гл. 7, поправку на эллиптичность можно привести

к виду

$$\delta T = \varepsilon_0 \left[\left(\frac{1}{3} - \cos^2 \theta' \right) (\eta^2 - p^2)^{1/2} \right]_{0,\,\Delta} + \\ + p^{-1} \int_0^\Delta \varepsilon \left(\frac{1}{3} - \cos^2 \theta' \right) \eta^3 \frac{dv}{dr}\, d\theta, \tag{30}$$

где ε_0 — эллиптичность внешней поверхности Земли. В гл. 13 будет указан метод, с помощью которого можно определить ε для любой поверхности внутри Земли. Следовательно, с помощью (30) мы теперь можем составлять таблицы времен пробега с учетом поправки на эллиптичность Земли δT для любого рассматриваемого луча.

Описанная выше теория исходила из того, что очаг расположен на земной поверхности. Но поправки на эллиптичность малы, и было показано, что таблицы для землетрясений с очагом, расположенным на поверхности, с достаточной точностью дают такие поправки и для глубокофокусных землетрясений.

10.8. ВРЕМЕНА ПРОБЕГА ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

Поверхностные сейсмические волны с периодами до порядка минуты в отличие от объемных волн в основном локализованы в наружных слоях Земли. В результате записи поверхностных сейсмических волн весьма сильно зависят от структуры коры и могут быть совершенно различными на разных азимутах от эпицентра. Кроме того, эти волны еще сильно диспергируют (см. гл. 5). Следовательно, по ним одним нельзя построить таблицы времен пробега для всей Земли, как это было в случае объемных волн, и они требуют специального рассмотрения (см. гл. 5 и 12).

В установившейся практике работ на обсерваториях первое вступление первых поверхностных волн на сейсмограммах (различаемых по их длинным периодам) обычно обозначают буквой L (буква M употреблялась для обозначения времени прибытия волн с максимальными амплитудами, однако это не может быть использовано для каких-либо полезных физических целей).

Стоунли показал, что частотное распределение времен пробега L для данной области эпицентральных расстояний Δ имеет ярко выраженное двугорбое строение. Он отметил, что эти два пика связаны с вступлением соответственно волн Лява и волн Релея. Эти вступления обозначаются как LQ и LR (так как альтернативное название волн Лява — Querwellen, т. е. «сомнительные» волны). Стоунли нашел, что скорости распространения этих волн равны примерно 4,43 и 3,97 *км/сек* соответственно. Эти скорости распространения мало зависят от путей, по которым проходят лучи, что делает их удобными для использования наряду с фазами объемных волн.

10.9. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Приведем теперь ряд типичных значений для времен пробега из таблиц Джеффриса — Буллена. Более подробное описание читатель может найти в работе этих авторов [1]). В разд. 10.9.2 будут приведены поправки на эллиптичность, а в разд. 10.9.3 — времена пробега для волн LQ и LR.

10.9.1. Сейсмологические таблицы Джеффриса — Буллена

Таблицы Д.-Б. применимы к модели Земли, определенной в разд. 10.6.3.

Таблицы для P-волн дают время пробега T как функцию эпицентрального расстояния Δ для области $0 \leqslant \Delta \leqslant 105°$ для четырнадцати различных глубин очага соответственно расположению его на уровне внешней поверхности и на уровнях $h = 0{,}00;\ 0{,}01;\ \ldots;\ 0{,}12$, где h обозначает долю расстояния между основанием коровых слоев и центром сферической модели Земли. Типичные результаты имеют следующий вид:

Δ	Очаг на поверхности		$h=0{,}00$		$h=0{,}05$		$h=0{,}10$	
	мин	*сек*	*мин*	*сек*	*мин*	*сек*	*мин*	*сек*
10°	2	28,0	2	24,4	2	18,8	2	19,9
50°	8	58,0	8	53,1	8	21,6	7	58,1
100°	13	48,4	13	43,1	13	7,1	12	37,3

[1]) H. Jeffreys, K. Bullen, Seismological Tables, Brit. Assoc. for Adv. of Science, Gray-Milne Trust, 1958.

Вблизи эпицентрального расстояния $\Delta = 20°$ имеется усложнение, обусловленное видом кривой $T(\Delta)$, показанным на рис. 25, *в*. Таблицы главных P-волн относятся к ветви, которая дает наименьшие T при данных Δ, а для других ветвей составлены отдельные таблицы. Обозначения P_d, P_u, P_r используются для фаз, которые соответствуют ветвям $A''B''$, $C''B''$, $C''D''$ [d, u, r — начальные буквы слов «прямой» (direct), «верхний» (upper) и «преломленный» (refracted)]. Вспомогательные таблицы используются в случае малых эпицентральных расстояний, а также для очагов, расположенных на некоторых характерных глубинах внутри земной коры.

Аналогичные замечания применимы и к таблицам S-волн (включая усложнение вблизи $\Delta = 20°$). Типичные результаты для S-фаз имеют вид

Δ	Очаг на поверхности		$h=0{,}00$		$h=0{,}05$		$h=0{,}10$	
	мин	*сек*	*мин*	*сек*	*мин*	*сек*	*мин*	*сек*
10°	4	22,2	4	16,6	4	8,6	4	11,9
50°	16	8,6	16	0,3	15	4,4	14	22,2
100°	25	20,4	25	11,5	24	6,9	23	13,2

Таблицы P и S дополняются таблицами, дающими превышение времен пробега pP-фазы над P-фазой и sS над S. Для случая $pP - P$ типичные результаты имеют вид

Δ	$h=0{,}00$	$h=0{,}05$		$h=0{,}10$	
	сек	*мин*	*сек*	*мин*	*сек*
30°	10	1	6	—	
50°	10	1	12	1	58
100°	11	1	23	2	22

Эти таблицы очень полезны при изучении глубокофокусных землетрясений.

Подробные таблицы для других фаз даны для очага, расположенного на поверхности, а в дополнительных таблицах с достаточной точностью указаны поправки на глубину очага. Следующие результаты иллюстрируют

это для случая фазы *PPP*:

Очаг на поверхности

Δ	10°		100°		200°	
	мин	*сек*	*мин*	*сек*	*мин*	*сек*
T	2	43	20	5	32	44

Поправки на глубину очага (должны вычитаться)

Δ	$h=0{,}00$	$h=0{,}05$	$h=0{,}10$
	сек	*сек*	*сек*
10°	3	—	—
100°	5	34	53
200°	5	39	65

Для таких фаз, как *PSS*, *SSP*, *SPS*, когда очаг расположен на поверхности, времена пробега, конечно, одинаковы. Поправки же на глубину очага даны для *PSS*, с одной стороны, и для *SSP*, *SPS* — с другой, в различных таблицах.

Ниже даны выдержки из таблиц для некоторых других важных фаз в случае очага на поверхности (поправки на глубину очага даются так же, как и для *PPP*):

Δ	P_cP		S_cS		*PKP*		PKP_2		*SKS*	
	мин	*сек*	*мин*	*сек*	*мин*	*сек*	*мин*	*сек*	*мин*	*сек*
0°	8	34,3	15	35,7	—		—		—	
10°	8	39,0	15	44,6	—		—		—	
50°	10	18,3	18	47,8	—		—		—	
100°	13	48,5	25	20,7	—		—		{ 24 { 25	27,0 24,9
143°	—		—		19	33,5	19	33,5	26	43,9
180°	—		—		20	12,2	22	10,6	27	13,5

Из таблицы *PKP* следует, что возмущение распространяется из очага *F*, расположенного на поверхности, до *антицентра* (точка на противоположной стороне Земли, лежащая на диаметре, проведенном через *F*) за время, несколько большее 20 *мин*.

Годограф для фазы PKP весьма усложнен в окрестности $\Delta = 143°$. Вблизи этих значений Δ на кривой имеется излом типа, представленного на рис. 28, *в* кривой $C''D''E''$; этот излом является следствием резкого уменьшения скоростей P-волн при прохождении через границу земного ядра. Верхняя ветвь, скажем *1*, соответствующая $D''C''$ и интервалу от $\Delta = 143°$ до $\Delta = 180°$, обычно обозначается как фаза PKP_2. Нижняя ветвь, допустим *2*, соответствующая $D''E''$, имеет непрерывное протяжение только от $\Delta = 143°$ до $\Delta \approx 147°$; это происходит из-за скачка скоростей на границе между внешним и внутренним ядром Земли (см. гл. 13), в результате чего возникает третья ветвь, скажем *3*, соответствующая отрезку $C''D''$ рис. 27, *в*, который существует примерно от $\Delta = 110°$ до $\Delta = 180°$. (Не исключено, что может иметься и четвертая ветвь, соответствующая отрезку $C''B''$ рис. 25, *в*; так это или нет, зависит от того, является ли граница между внешним и внутренним ядром достаточно резкой, чтобы давать наблюдаемые отраженные волны.) Ветвь *3* пересекает ветвь *1* вблизи $\Delta = 144°$, и ветвь *2* — вблизи $\Delta = 145°$. Таким образом, все три фазы весьма близки друг к другу в интервале эпицентральных расстояний $143° \leqslant \Delta \leqslant 147°$. Отдельные обозначения для ветвей *2* и *3* еще не введены, и обозначение PKP обычно используется для самого первого вступления всей группы фаз PKP. (О дальнейших усложнениях см. разд. 13.8.3.)

Два значения в приведенной выше таблице для фазы SKS при $\Delta = 100°$ соответствуют двум ветвям годографа. Эти две ветви возникают из-за того, что скорости P-волн у кровли земного ядра несколько превышают скорости S-волн у основания оболочки (см. гл. 13), в результате чего возникает ситуация, показанная на рис. 27, *в*. Одна ветвь протягивается примерно от $\Delta = 62°$ до $\Delta = 133°$, а другая от $\Delta \approx 99°$ до $\Delta = 180°$. Обе ветви встречаются вблизи $\Delta = 133°$, так что в интервале $133° \leqslant \Delta \leqslant 180°$ имеется только одна фаза SKS. Первая ветвь пересекает кривую главной S-фазы при $\Delta = 83°$; при $\Delta > 83°$ фаза SKS предшествует фазе S. Имеются аналогичные усложнения и для ряда других фаз. Но разобранные выше случаи достаточно хорошо иллюстрируют основные особенности этих явлений.

Ниже мы приводим таблицы, которые относятся к участкам путей, проходящим внутри ядра Земли:

Δ	K		KIK		I	
	мин	*сек*	*мин*	*сек*	*мин*	*сек*
10°	1	14,6	—		0	19,5
50°	5	48,2	—		1	34,6
100°	9	39,7	9	59,8	2	50,8
140°	—		11	9,7	3	29,0
180°	—		11	37,9	3	42,1

В этих таблицах времена для *K*-фаз соответствуют путям *P*-волн во внешнем ядре (но не во внутреннем), времена *KIK*-фаз — путям лучей, которые начинаются и кончаются на внешней поверхности ядра и проходят через внутреннее ядро, и, наконец, времена фазы *I* — прохождению только через внутреннее ядро.

10.9.2. Таблицы поправок на эллиптичность

В нижеследующей таблице приведены значения эллиптичности для внутренних слоев с равными значениями скоростей (*P*- или *S*-волн), рассчитанные с помощью метода, о котором говорится в разд. 13.7. В этой таблице d — глубина в километрах, отсчитываемая от внешней поверхности Земли, а ε — эллиптичность; в таблице приведены также значения η:

$$\eta = \frac{d \lg \varepsilon}{d \lg r}, \tag{31}$$

где r — расстояние от центра Земли (определенное таким образом η, конечно, отличается от величины η, использованной в предыдущих разделах). Введение параметра η полезно в ряде геофизических проблем. Итак, таблица эллиптичности имеет вид

d	0	1000	2000	3000	4000	5000	6000
η	0,56	0,48	0,46	0,16	0,21	?	0,00
ε	0,00337	0,00309	0,00280	0,00257	0,00242	0,0021	0,0021

Точность значений ε порядка 0,00002 для $d \leqslant 3000$ *км*, а ниже этого уровня ошибка может достигать 0,0004.

Поправки на эллиптичность для таблиц времен пробега были определены для фаз *P*, *S*, *PKP*, *PKS*, *SKP*, *SKS*,

SKKS, *PcP*, *PcS*, *ScP*, *ScS* соответственно с использованием геоцентрической широты при расчете значений Δ. Имеются также таблицы для первых пяти из этих фаз, когда используются географические широты. В этих таблицах поправки выражены через полярное расстояние эпицентра, а также эпицентральное расстояние и азимут станции наблюдения.

Для *P*-волн поправки на эллиптичность при использовании геоцентрических широт лежат в области от —0,9 до +1,0 *сек*, а при использовании географических широт — от —1,7 до +2,7 *сек*. Соответствующие области для *S*-волн будут от —1,7 до +1,7 *сек*, и от —3,3 до +5,1 *сек*.

При пользовании геоцентрическими широтами введение поправок на эллиптичность облегчается, если применить приближенную формулу

$$\delta T = f(\Delta)(h_0 + h_1), \tag{32}$$

где h_0, h_1 — значения δr в эпицентре и станции наблюдения, а $f(\Delta)$ — функция только Δ и дается во вспомогательных таблицах (δT и δr определены так же, как в разд. 10.7). Значения δr меняются от —14 *км* для полюсов Земли до +7 *км* на экваторе. В случае *P*-фазы $f(\Delta)$ изменяется от нуля при $\Delta = 0°$ до 0,07 *сек/км* при $\Delta = 105°$; в случае *S*-фазы — от 0 до 0,13 *сек/км*.

Формулы типа (32) могут быть также использованы в случае следующих фаз (цифры в скобках указывают область изменения $f(\Delta)$ в *сек/км*): *PKP* (0,07—0,10), *SKS* и *SKKS* (0,10—0,14), *PcP* (0,05—0,07), *PcS* и *ScP* (0,08); *ScS* (0,09—0,13).

Для фаз *PKS* и *SKP* необходимо употреблять формулы вида

$$\delta T = f(\Delta)\left(h_0 + h_1 + \frac{1}{4} h_1\right), \tag{33}$$

$$\delta T = f(\Delta)\left(h_0 + h_1 + \frac{1}{4} h_0\right) \tag{34}$$

соответственно, где $f(\Delta)$ изменяется от 0,08 до 0,11 *сек/км*.

Максимальные ошибки в поправках на эллиптичность, определяемых с помощью приближенных формул (32) — (34), меньше 0,3 *сек* для *P*-фаз и меньше 0,5 *сек* для большинства других фаз.

В первых сейсмологических работах при расчетах эпицентральных расстояний обычно использовались географические широты и соответственно этому первые таблицы постоянных A', B', C' (разд. 10.2) для обсерваторий всего земного шара были рассчитаны с помощью географических широт. Имеются таблицы, которые позволяют переходить от географических к геоцентрическим угловым расстояниям[1]). В 1938 г. Комри пересчитал постоянные A', B', C', используя геоцентрические широты, и в настоящее время геоцентрические широты систематически используются при сейсмологических расчетах.

В 1937 г. автор показал, что если при расчете эпицентральных расстояний вместо геоцентрической широты β_1 использовать специальную «сейсмологическую широту» β, определяемую по формуле

$$\beta = 1{,}1\beta_1 - 0{,}1\beta_2, \qquad (35)$$

где β_1 и β_2 — геоцентрическая и географическая широты то формула (32) будет давать поправки на эллиптичность для фаз P и S с исключительно малыми ошибками, не больше 0,07 и 0,13 *сек* соответственно, для всех значений Δ и Z.

Другое интересное замечание сделал Джеффрис, который указал, что использование только одних сейсмологических данных позволяет оценить эллиптичность внешней поверхности Земли с точностью до одной шестой.

10.9.3. Таблицы Стоунли для фаз *LQ* и *LR*

Ниже приводятся выдержки из таблицы Стоунли для фаз поверхностных сейсмических волн *LQ* и *LR*:

Δ	60°	100°	140°	180°
	мин	*мин*	*мин*	*мин*
LQ	25,1	42,0	59,0	76,1
LR	28,1	47,0	66,0	85,0

[1]) British Ass. for Adv. of Science, Gray-Milne Trust, 1938.

11

СЕЙСМОЛОГИЧЕСКАЯ ОБСЕРВАТОРИЯ

Данные, которые используют в своей работе сейсмологи-теоретики, в основном получаются из сейсмограмм, записанных приборами на обсерваториях. В связи с этим полезно вкратце рассмотреть, как организована работа на сейсмологической обсерватории.

Типичная сейсмологическая обсерватория выполняет три основные задачи, а именно: 1) производит точную регистрацию смещений почвы от удаленных и 2) близких землетрясений, 3) следит за отдельными особенностями местных землетрясений. В последующих разделах мы кратко остановимся на вопросах оборудования обсерваторий и обычной рядовой сейсмической службы, а также на вопросе о сборе данных о местных и рассеянных по всему земному шару землетрясениях.

11.1. В ОБСЕРВАТОРИИ

Хорошо оборудованная сейсмологическая обсерватория имеет сейсмографы для регистрации вертикальной и двух горизонтальных (обычно N — S, E — W) компонент движения почвы, причем запись каждой компоненты производится несколькими приборами.

Движения почвы, которые требуется записать, охватывают широкий спектр периодов — от долей секунды до часа. Для простых движений почвы типа $u = a \cos pt$ записи приборов, как указывают уравнения 9(13—15),

будут заметно изменяться с изменением периода $2\pi/p$ смещений почвы. Следовательно, представляется желательным иметь несколько приборов, каждый из которых предназначен для записи определенных участков частотного спектра смещений почвы. На ранней стадии исследований сейсмографы классифицировали на «короткопериодные», «промежуточные» и «длиннопериодные»: для каждого из этих случаев значения эффективных инструментальных периодов $2\pi/\omega$ были равны соответственно $\sim$0,1—2 *сек*; $\sim$2—12 *сек* и 12 *сек* — 1 *мин*. Позже были разработаны «сверхдлиннопериодные» приборы, способные измерять смещения почвы с периодами намного больше минуты.

В повседневной практике для регистрации близких землетрясений наиболее удобны короткопериодные сейсмографы, так как в этом случае преобладающие периоды смещений почвы обычно меньше секунды. Длиннопериодные сейсмографы больше подходят для регистрации удаленных землетрясений, которые обычно сопровождаются поверхностными волнами с периодами, превышающими 10 *сек*. Многие обсерватории имеют коротко- и длиннопериодные сейсмографы; в случае, когда обсерватория может позволить себе иметь только один прибор, обычно выбирают сейсмограф с периодом 6—8 *сек*. Лучшие обсерватории оборудованы приборами по крайней мере с тремя группами широко разнесенных значений собственных периодов.

Когда обсерватория расположена в сейсмически активной области, она бывает дополнительно оснащена сейсмографом слабой чувствительности для записи сильных движений (см. разд. 18.8), который обычно не выключается под действием сильных местных землетрясений.

Ограниченное число обсерваторий имеет сверхдлиннопериодные сейсмографы, которые используются для исследования некоторых специальных сторон записи землетрясений. Некоторые специальные приборы, например стрейн-сейсмограф Беньоффа, могут находиться под контролем обсерватории, но располагаются в местах, достаточно удаленных от самой обсерватории.

Большое значение имеет выбор места для обсерватории. Желательно, чтобы сейсмографы были достаточно жестко

скреплены с фундаментом, который сам по себе должен располагаться на скальных породах, так как сейсмические помехи сильнее на мягких грунтах. Работу некоторых обсерваторий серьезно затрудняют микросейсмы (см. разд. 18.5), которые накладываются на записи землетрясений и могут маскировать важные детали полезного сигнала. В случаях, когда микросейсмы характеризуются какими-либо преобладающими периодами, бывает возможно уменьшить их влияние, подбирая соответствующим образом постоянные приборов.

Из теории, изложенной в гл. 10, совершенно очевидно, что для получения хороших записей необходима высокоточная служба времени в ходе работы сейсмографа. Большое значение придается наличию на обсерватории абсолютной службы времени, так как данные, полученные на обсерваториях, где измеряются лишь временны́е интервалы, имеют меньшую ценность. Один из способов указания времени на сейсмограммах — это заставить перо в нужный момент оторваться от бумаги или выключать свет в случае фотографической регистрации, скажем, в шестидесятую секунду каждой минуты. В момент каждого точного часа этот сигнал можно опускать. Ошибка в часах, подающих эти сигналы, регистрируется через определенные интервалы, равные суткам или меньше. В настоящее время для некоторых фаз на сейсмограммах достигнута точность ~0,1 *сек*, а требуемая точность при определении времени вступления большинства фаз объемных волн составляет по крайней мере 1 *сек*. Иногда принимают во внимание изменение в скорости вращения барабана, которое обнаруживается по различной длине записи в различные минутные интервалы.

Поскольку время возникновения землетрясения не известно заранее, то сейсмографы должны работать непрерывно. В обычной практике работы обсерватории скорость вращения барабана лежит между 0,8 и 6 *см/мин*; для записи близких землетрясений желательны бóльшие скорости.

Сейсмограммы снимаются с барабана после того, как заканчивается лента, проявляются в случае фотографической регистрации, и затем на них проставляются времена вступления различных фаз. В процессе обработки сейсмо-

грамм используются различные измерительные приспособления, при этом отмечается гринвичское гражданское время у каждого вступления, которое представляется интересным. Разметка записи — дело, требующее большого опыта. После разметки сейсмограмм для отождествления различных фаз используются таблицы времен пробега, а также графики и диаграммы, построенные по этим таблицам. Обычно всегда остается несколько неотождествленных фаз, о которых можно так и сообщать и которые могут оказаться интересными при дальнейших успехах сейсмологии.

Существенно, что таблицы времен пробега или полученные с их помощью вспомогательные величины не следует пускать в дело, пока не выделены фазы на сейсмограмме и не проставлены времена. До таблиц Д.-Б. это не было так важно, так как имевшиеся до того таблицы содержали большие ошибки и могли использоваться лишь для общих указаний; и действительно, неотождествленные фазы в ранних исследованиях после применения к ним статистических методов обработки приводили в некоторых случаях к наиболее важным результатам, использовавшимся при вычислении таблиц Д.-Б. Однако большая надежность современных таблиц иногда искушает рядового работника, обрабатывающего сейсмограммы, и он может выделить на записи некоторое кажущееся вступление вблизи ожидаемого времени вступления рассматриваемого импульса и соответственно не обратить внимания на так же хорошо выраженные вступления в другие моменты времени. В результате теряется объективность, что не может способствовать дальнейшему улучшению таблиц.

Отсчеты, взятые с сейсмограмм, сообщаются в различные центры (см. разд. 11.2), которые координируют данные, полученные на разных обсерваториях для рассматриваемого землетрясения. По этим данным оцениваются координаты эпицентров, время в очаге, фокальная глубина и другие характеристики землетрясений. При сообщении деталей используют буквы *i* и *e* (соответственно словам impetus и emersio), которые проставляют перед временем вступления данной фазы для обозначения резкого или плавного вступления соответственно.

11.1.1. Интерпретация сейсмограмм

Опытный интерпретатор, рассматривая сейсмограмму, обычно весьма быстро решает, принадлежит ли данная запись нормальному или глубокофокусному землетрясению. Глубокофокусное землетрясение определяется (обычно) по относительно малым амплитудам поверхностных волн и по наблюдению таких фаз, как pP, sS, $sScS$ (см. разд. 15.5.1), а также по заметным отличиям времен пробега рассматриваемых импульсов от соответствующих значений для нормальных землетрясений (см. таблицы в разд. 10.9.1).

Мы уже отмечали, что отождествление конкретных фаз на сейсмограмме требует определенного мастерства. Более того, сам вид сейсмограммы зависит в значительной степени от характеристик регистрирующего сейсмографа; так, например, Гутенберг и Рихтер идентифицировали фазы PcP и ScS на записях нормальных землетрясений, сделанных вертикальным короткопериодным сейсмографом, который не регистрировал длинные поверхностные волны.

Однако имеется ряд руководящих принципов, которые помогают при обработке сейсмограмм нормальных землетрясений. Последующий отбор результатов, произведенный с помощью данных о временах пробега и амплитудах и основанный на опыте Ли и Гутенберга и Рихтера, может быть в этом отношении полезным:

1) исключая области, примыкающие к эпицентру, первое смещение почвы на расстояниях до 105° соответствует главной P-фазе; смещения почвы, соответствующие главной S-фазе, весьма велики приблизительно до 100°;

2) при $\Delta > 83°$ фаза SKS предшествует фазе S; но если $\Delta < 100°$, то фаза SKS слабее, чем S;

3) фазы PS, SP, PPS, PSP, SPP появляются лишь при $\Delta > 40°$, но при $\Delta > 80°$ фазы PS и PSP сильнее, чем фаза P;

4) при $105° < \Delta < 142°$ первой заметной фазой будет PP, а второй — PPP или PKS (в зависимости от более точного значения Δ); фазы PS, PSP велики; фаза SKS слабее, чем $SKKS$;

5) при $130° < \Delta < 140°$ фаза PKS обычно наибольшая в начальной части сейсмограммы; после PKS прибы-

вает большое число фаз за весьма малый интервал времени, в связи с чем для их интерпретации требуется детальное сравнение с данными таблиц времен пробега;

6) вблизи $\Delta = 142^\circ$ появляется сильное вступление фазы PKP; при $143^\circ < \Delta < 180^\circ$ первые фазы соответствуют двум ветвям PKP;

7) вблизи $\Delta = 160^\circ$ часто бывает трудно различить отдельные фазы, смещения часто представляются весьма сложными, но без ясных указаний на новые вступления; фазы SS и иногда SSS могут быть велики;

8) вблизи $\Delta = 180^\circ$ наблюдается заметный интервал между смещениями почвы, обусловленными объемными и поверхностными волнами, в связи с чем может показаться, что сейсмограмма представляет запись двух отдельных возмущений.

Гутенберг и Рихтер обратили внимание на три типичные ошибки, которые очень часто встречаются при выделении фаз на сейсмограммах. Эти ошибки следующие:

1) отождествление фаз PP и PS как P и S при $\Delta \approx \approx 115-120^\circ$, что ведет к неправильной оценке $\Delta \sim 80^\circ$;

2) отождествление SKS как S при $\Delta > 83^\circ$;

3) в случае глубокофокусных землетрясений отождествление pP или некоторых аналогичных фаз как S, что ведет к занижению оценок Δ, и землетрясение может быть ошибочно интерпретировано как местный толчок.

Леман и Плетт указали, что ошибки (2) можно избежать, если заметить, что вступление SKS должно быть поляризовано как SV из-за того, что эта фаза в земном ядре проходит как P; фазы же S, вообще говоря, содержат поляризации обоих типов — как SH, так и SV.

Сделанные замечания относятся в основном к сейсмограммам удаленных землетрясений. Особенности фаз на сейсмограммах близких землетрясений рассматриваются в гл. 12.

11.1.2. Предварительное определение эпицентров

На некоторых единичных обсерваториях или небольших группах обсерваторий обычно делают предварительную оценку положения эпицентров для наиболее важных землетрясений. Эти оценки делаются с целью быстро получить информацию о рассматриваемом землетрясении,

а также служат как первое приближение при последующих вычислениях в крупных координирующих центрах.

В случае одной обсерватории эпицентр землетрясения часто можно оценить по данным двух сейсмограмм (взаимно перпендикулярных) горизонтальных компонент. Например, для нормального землетрясения и $\Delta < 105°$ эпицентральное расстояние можно определить по интервалу времени между вступлениями волн P и S; азимут (подвержен неопределенности на величину 180°, но обычно всегда имеются априорные причины, позволяющие из двух значений выбрать одно наиболее вероятное) определяется по величинам и направлениям первых смещений почвы, записанных на сейсмограммах. Заметим, однако, что Рихтер и другие исследователи наблюдали, что в некоторых районах на ряде станций первые смещения почвы приходили с направления, несколько отличающегося от направления на эпицентр.

В случае, когда имеются данные больше чем одной обсерватории, положение эпицентра землетрясения может быть оценено по этим предварительным эпицентральным расстояниям.

В процессе предварительного определения координат эпицентра пользуются вспомогательными средствами, такими, как глобус и картографические проекции. На обсерватории в Кью имеется глобус с диаметром 46 *см* (4 *см* дуги соответствуют угловому расстоянию 10°), на котором расстояния и азимуты могут быть непосредственно измерены с хорошей точностью. Измеренные таким путем азимуты фактически обладают достаточной точностью для большинства сейсмологических целей, в результате чего можно и не обращаться к формулам типа 10(7) и 10(8). Обычно в качестве картографических проекций используют стереографические проекции, к краткому описанию которых мы сейчас перейдем.

11.1.3. Использование стереографических проекций

Пусть V — некоторая фиксированная точка на поверхности сферы с центром O, и пусть π обозначает плоскость, проходящую через O перпендикулярно к OV. Тогда стереографической проекцией произвольной точки P на поверхности сферы, соответствующей вершине проек-

ции V и плоскости π, будет точка, в которой линия VP (в случае необходимости эту линию следует продолжить) встречает плоскость π.

Важным свойством стереографической проекции является то, что любой круг на сферической поверхности проектируется в круг на плоскости π.

В сейсмологических приложениях V обычно помещается на южном полюсе сферы (радиуса, скажем, r_0, на практике часто равного 10 *см*), аппроксимирующей Землю (принимаемую за сферу). Таким образом, плоскость π проходит через экватор, Северный полюс проектируется в точку O, а линии меридианов проектируются в прямые линии, расходящиеся из O.

Предположим теперь, что по данным, взятым с сейсмограмм, удалось приближенно определить угловые расстояния эпицентра Q рассматриваемого землетрясения от заданной группы станций наблюдения. Пусть θ и φ обозначают полярное расстояние и (восточную) долготу какой-либо одной, скажем R, из обсерваторий, и пусть Δ приближенно равно угловому расстоянию RQ. Тогда эпицентр Q должен лежать близ малого круга сферы, центр которого лежит на прямой OR, а угловой радиус Δ. С помощью методов элементарной тригонометрии можно показать, что стереографическая проекция этого малого круга на плоскость π является также кругом, центр которого находится на расстоянии $r_0 \sin\theta/(\cos\theta + \cos\Delta)$ от O вдоль проекции линии меридиана с долготой φ, причем радиус этого круга равен $r_0 \sin\Delta/(\cos\theta + \cos\Delta)$. Построенные таким образом круги на плоскости π по данным группы обсерваторий пересекаются вблизи проекции эпицентра Q, которая таким образом приближенно определяется.

11.2. МЕЖДУНАРОДНЫЕ СЕЙСМОЛОГИЧЕСКИЕ ОРГАНИЗАЦИИ

Начиная с 1841 г. и далее доклады об исследованиях землетрясений появлялись время от времени в Общих докладах Британской ассоциации, а начиная с 1881 г. они регулярно подготавливались Милном. Впоследствии Милн издавал бюллетень «Shide circulars», в котором описы-

вались землетрясения начиная с 1899 г. Первый из известных списков инструментальных записей землетрясений, в котором приводились и вычисленные времена в очаге и координаты эпицентров, был дан в период 1899—1903 гг.

Международная ассоциация сейсмологии (МАС) была основана в 1905 г. на съезде в Берлине, на котором присутствовали представители 23 различных государств. В 1906 г. в Риме было решено основать международную станцию в Страсбурге. После трудностей, вызванных первой мировой войной, Центральное бюро было основано заново в Страсбурге (теперь уже во Франции) с директором Е. Ротэ, и была достигнута договоренность об издании бюллетеня в Оксфорде под названием «Международная сейсмологическая сводка» (МСС), который явился преемником бюллетеня Милна «Shide circulars» и Докладов Британской ассоциации. Первый бюллетень МСС, включающий землетрясения 1918 г., появился в 1923 г. Центральное бюро в Страсбурге (МЦСБ), директором которого в настоящее время является Ж.-П. Ротэ, и МСС, во главе которой вначале стоял Тернер, а затем Джеффрис и Стоунли, тесно сотрудничали на протяжении многих лет.

В 1951 г. МАС была переименована в Международную ассоциацию сейсмологии и физики земных недр (МАСФЗН).

МЦСБ выпускает предварительные бюллетени, в которых сообщаются координаты эпицентров, время в очаге и т. д. и выборки из результатов обработки сейсмограмм на станциях для всех важнейших землетрясений; бюллетени выходят не позднее чем через двенадцать месяцев после того, как произошло землетрясение. МСС не начинает обработку материалов, пока не получит детальные данные с большинства сейсмологических обсерваторий, и ее сообщения о землетрясениях носят весьма подробный характер. Краткое описание МСС дано в разд. 11.2.1.

Международная сейсмологическая служба ведется и другими организациями. Среди них следует отметить Береговую и геодезическую службу США, которая получает данные сейсмограмм по телеграфу с большого числа обсерваторий, рассеянных по всему миру, и выпускает в двухнедельный срок карточки, на которых приводятся результаты быстрого определения времени в очаге и поло-

жения очагов для всех крупных землетрясений. Сейсмологическая ассоциация иезуитов выпускает также бюллетень глобальных землетрясений. Обсерватория Доминион в Оттаве выпускает *Библиографию по сейсмологии*.

Кроме этих организаций, имеются различные региональные центры. Они контролируют подчиненные им сети станций и исполняют роль промежуточных инстанций между индивидуальными сейсмическими станциями и международными организациями. Региональные центры обычно производят оценки координат эпицентров, времени в очаге и глубины очага для местных землетрясений. По давно установившейся традиции индивидуальные станции и региональные центры принимают меры к тому, чтобы результаты обработки сейсмограмм и копии самих сейсмограмм, если это требуется, стали доступными для станций и исследовательских центров всего мира. Эти данные представляют собой то «сырье», из которого в конце концов выводится большинство сведений о внутреннем строении Земли.

11.2.1. Международная сейсмологическая сводка

МСС представляет собой наиболее полную публикацию данных о землетрясениях. С помощью методов, изложенных в гл. 10, МСС до самого последнего времени занималась определением времени в очаге, координат эпицентров и постоянных A, B, C, D, E, G, H, K (см. разд. 10.2) для всех землетрясений, записи которых были достаточно четкими, чтобы по ним могла быть выполнена эта работа. Все возрастающее количество данных заставило в конце концов отказаться от описания всех землетрясений. Поэтому начиная с 1953 г. приводятся лишь данные для землетрясений с магнитудами (см. разд. 15.2) 6 и выше. Оценки фокальной глубины приводятся в том случае, когда она больше, чем глубина нормальных землетрясений.

При издании МСС в период 1918—1929 гг. использовались таблицы Цёппритца — Тернера для землетрясений, для периода 1930—1936 гг. использовались предварительные таблицы Д.-Б. 1935 г., а начиная с 1935 г. и далее используются таблицы Д.-Б. 1940 г. Для каждого обработанного землетрясения в сводке МСС имеются специальные колонки, в которых приводятся следующие

данные для каждой регистрирующей станции: эпицентральное расстояние Δ и азимут, времена вступления P- и S-фаз, отнесенные к времени в очаге, принятому за нуль отсчета, а также невязки (О — С), дающие превышение этих времен над значениями, рассчитанными и приведенными в таблицах. Невязки для фазы PKP приводятся в квадратных скобках, когда эпицентральные расстояния Δ больше тех, на которых наблюдаются нормальные P-фазы. Аналогично невязки для SKS и $SKKS$ указаны в специальных скобках. Приводятся также времена для некоторого числа дополнительных фаз, и отдельная колонка дает времена вступления фаз L. Буквы E, N и Z, стоящие после названия станции, обозначают, к какой компоненте смещений почвы относятся приводимые данные; буквы *i* и *e* указывают на то, является ли вступление соответственно резким или плавным (см. разд. 11.1); *a* и *k* указывают на направление вступления волн и обозначают *от* фокуса (анасейсма) и *к* фокусу (катасейсма) соответственно. Последние буквы проставляются для фаз P и PKP (см. разд. 15.7.3).

Раньше указывались также различные другие особенности. В качестве примера можно сослаться на весьма ценные «дополнительные данные сейсмограмм», которые приводились для периода с 1918 по 1951 гг., и классификацию эпицентров землетрясений на типы *N*1, *N*2, *N*3, *R*1, *R*2, *R*3, *X* [*N* — новый, *R* — повторный, *X* —«возможный» («adopted») эпицентр; 1, 2, 3 — хорошее, среднее, плохое определение]. МСС имеет также дополнительный каталог индексов, в котором перечислены положения землетрясений и время в очагах, что обеспечивает важный источник информации о распределении землетрясений. Интересно отметить, что МСС выросла от сравнительно умеренного объема в 220 страниц в 1918 г. до 1250 страниц в 1952 г. (год, в котором были исключены «дополнительные данные сейсмограмм»).

11.3. СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ

В настоящее время планируется реорганизация обработки глобальных сейсмологических данных, с тем чтобы производить ее в еще большем масштабе.

В связи с тем что сейчас имеется тенденция производить вычисления эпицентров и т. д. автоматически, на машинах (см. разд. 10.5), предлагается, чтобы сейсмологические обсерватории представляли данные своих сейсмограмм на специальных стандартных карточках (типа перфокарт) вместо распространенных сейчас бюллетеней; в настоящее время разрабатывается наиболее удобный тип стандартной карточки и обсуждается, какая наиболее важная информация должна помещаться на карточках. Идея заключается в том, чтобы эти карточки без дальнейшей обработки могли бы вводиться в электронную вычислительную машину в Международном центре данных, которая вычислит эпицентры, время в очаге и другие важнейшие характеристики землетрясений всего земного шара, а также напечатает эти результаты с указанием их точности, вместе с другими необходимыми сведениями. В будущих публикациях, которые когда-нибудь заменят настоящие МСС, весь процесс будет механизирован, начиная со стадии нанесения численных данных на перфокарты и кончая публикацией конечных результатов.

Предполагается, что Международный центр будет выполнять и ряд других функций. Сюда относятся составление статистической информации о землетрясениях со специальным указанием географического распределения, частоты повторяемости, магнитуды и фокальной глубины; составление списка сейсмических станций, включая их точные координаты, а также необходимые сведения о персонале, приборах и т. д. и их изменении со временем; составление специальных таблиц, которые могут быть непосредственно использованы электронными вычислительными машинами; составление и публикация библиографии по сейсмологии.

В настоящее время рассматривается также вопрос о стандартизации методов индивидуальных наблюдений. Было высказано пожелание, чтобы чувствительность всех существующих сейсмографов определялась как непрерывная функция периодов смещений почвы внутри диапазона периодов от 0,1 *сек* по крайней мере до 100 *сек*, а также чтобы там, где это возможно, постоянные приборов подбирались так, чтобы удовлетворять одной кривой из набора калибровочных кривых (причем чувствительность

подбирается так, чтобы удовлетворять местным условиям регистрации).

Обсуждается вопрос об образовании определенного числа региональных центров, координирующих работу на достаточно больших площадях. Региональные центры будут связывать существующие малые центры с Международным центром и публиковать данные об эпицентрах, магнитудах и т. д. местных землетрясений, более слабых, чем те, которые обрабатывает Международный центр. Кроме того, они будут хранить копии местных записей и публиковать региональные каталоги, включая сводки макросейсмических наблюдений (см. разд. 18.2). Определенному числу станций будет предложено производить также измерение амплитуд и периодов, чтобы облегчить оценки магнитуд землетрясений.

Ведутся разговоры о том, что необходимо снимать копии сейсмограмм на стандартные микропленки, которые могут быть посланы в исследовательские центры для специального изучения. После того как будет установлен стандарт для микропленок, исследовательские центры будут оборудованы специальными проекторами, которые смогут без особых трудностей давать точное увеличение микропленок. Возможно, микропленочные копии всех сейсмограмм будут храниться в Международном центре, а копии сейсмограмм местных землетрясений — в региональных центрах.

Одна из рекомендаций заключается в пожелании, чтобы сейсмологические станции были расположены во всех областях суши на расстояниях друг от друга не больше 1000 *км*. (При специальных исследованиях и во многих регионах необходимо, чтобы интервалы между станциями были гораздо меньшими.)

Эти и другие предложения обсуждаются в настоящее время в Комитете по Международной сейсмологической сводке. Они потребуют для своего осуществления не менее нескольких лет, но они свидетельствуют о том, что в настоящее время уже начинают уделять большое внимание организационным вопросам сейсмологической службы. Цитируя Леман, можно сказать, что «наступает новая эра» в наблюдательной сейсмологии.

12

СЕЙСМОЛОГИЯ И ВЕРХНИЕ СЛОИ ЗЕМЛИ

С помощью теорий и численных результатов, изложенных в предыдущих главах, можно получить много полезных сведений о внутреннем строении Земли. В настоящей главе мы ограничимся рассмотрением лишь наружной области толщиной 40 *км*. Когда-то считали, что Земля содержит тонкую кору, покоящуюся на материале, находящемся в жидком или близком к расплавленному состоянии. В гл. 13 мы увидим, что на самом деле это не так, но термины «кора» и «коровые слои» продолжают использоваться в связи с внешними частями Земли; мы будем здесь использовать эти термины для обозначения областей Земли, расположенных над границей Мохоровичича (см. разд. 12.2.1).

Сейсмологические данные о структуре земной коры мы получаем из различных источников. Сюда относится изучение объемных волн от близких землетрясений (см. разд. 9.8) и искусственных взрывов, фаз pP глубокофокусных землетрясений и дисперсии поверхностных волн от удаленных землетрясений. Рассмотрим сведения, поступающие от каждого из этих источников.

12.1. ТЕОРИЯ ВРЕМЕН ПРОБЕГА ВОЛН ОТ БЛИЗКИХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

12.1.1. Специальные типы соотношений (T, Δ) для близких землетрясений

Для сферической модели Земли (см. гл. 7) время пробега T и эпицентральное расстояние Δ в случае очага,

расположенного на поверхности, согласно 7(7) и 7(11) связаны соотношением

$$T = p\Delta + 2\int_{r_p}^{r_0} \left(\frac{1}{v^2} - \frac{p^2}{r^2}\right)^{1/2} dr, \tag{1}$$

где v — скорость луча на расстоянии r от центра Земли, p — параметр луча, индексы 0 и p указывают, что величина относится к внешней поверхности или вершине луча соответственно. Согласно 7(1), мы имеем $p = r_p/v_p$. Вводя обозначение $z = r_0 - r$, мы можем переписать (1) в виде

$$T = \frac{r_p\Delta}{v_p} + 2\int_0^{z_p} \left[\frac{1}{v^2} - \left(\frac{r_p}{r}\right)^2 \frac{1}{v_p^2}\right]^{1/2} dz. \tag{2}$$

Если очаг расположен не на внешней поверхности, а на глубине h от нее, то в (2) оператор $2\int_0^{z_p}$ следует заменить на $\left(\int_0^{z_p} + \int_h^{z_p}\right)$; в справедливости этого можно удостовериться, если рассмотреть по отдельности отрезки луча с каждой стороны от его вершины. (Мы здесь рассматриваем лучи, которые выходят из очага по направлению вниз от него.)

В случае близких землетрясений упрощение возникает за счет того, что лучи не проникают на большие глубины, так что $r_0 - r_p$ мало́ по сравнению с r_0. В этом случае мы приближенно имеем

$$T = \frac{r_0\Delta}{v_p} + \left(\int_0^{z_p} + \int_h^{z_p}\right)(v^{-2} - v_p^{-2})^{1/2}\, dz. \tag{3}$$

Формулу (3) можно получить и более прямым путем, если пренебречь кривизной Земли и предположить, что она имеет горизонтально слоистое строение, начиная от самой поверхности. Направим ось Ox по горизонтали в плоскости, содержащей рассматриваемый луч, фокальная глубина которого h, а ось Oz направим вертикально

вниз. Пусть i обозначает (острый) угол между лучом и вертикалью в произвольной точке его пути. Поскольку $T = \int ds/v$ и интеграл берется вдоль пути луча, а согласно 7(1)

$$v = v_p \sin i, \qquad (4)$$

то мы имеем

$$T = \int v_p^{-1} \operatorname{cosec}^2 i \, dx =$$
$$= \int v_p^{-1} dx + \int v_p^{-1} \operatorname{ctg}^2 i \, dx = \frac{r_0 \Delta}{v_p} + \int \frac{\operatorname{ctg} i}{v_p} dz, \qquad (5)$$

где $r_0\Delta$ — эпицентральное расстояние, измеренное как длина дуги. Из (4) и (5) мы сразу же получаем (3).

В специальных задачах для близких землетрясений удобно записывать (3) в виде

$$T = \frac{r_0 \Delta}{v_p} + a_p, \qquad (6)$$

причем a_p зависит только от фокальной глубины h и распределения скорости сверху до уровня z_p.

Ранее (см. разд. 4.3) указывалось, что колебательный характер движения в начальных частях сейсмограммы указывает на заметную неоднородность внешних областей Земли. Этот вывод подтверждается детальными исследованиями близких землетрясений и волн от искусственных взрывов. В связи с этим желательно рассмотреть теорию для модели слоистой коры.

12.1.2. Распространение лучей в слоистой земной коре

Применим теперь формулы (3) и (6) к случаю модели земной коры, состоящей из ограниченного числа m однородных слоев, границы которых параллельны внешней поверхности (рис. 38). Рассмотрим луч некоторого определенного типа (или P или S), который выходит из фокуса данного землетрясения и преломляется без изменения типа на каждой границе, которую пересекает. (В гл. 8 мы видели, что основная часть энергии в общем случае переносится вдоль таких лучей, если изменение свойств от слоя к слою не очень велико.)

Будем считать, что эпицентр землетрясения определен независимо от последующих деталей, а расстояния $r_0\Delta$ до n станций наблюдения, регистрирующих волны от близкого землетрясения, известны.

Рассмотрим вначале некоторое семейство лучей, каждый из которых имеет точку наибольшего погружения

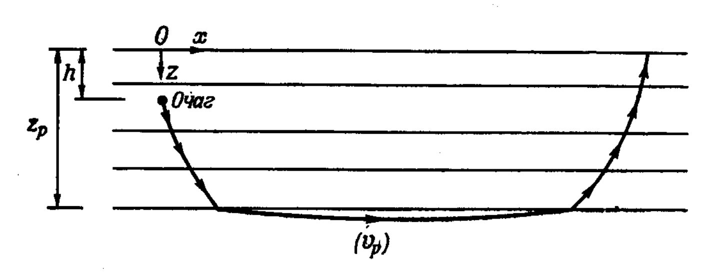


Рис. 38.

в одном и том же слое. В связи с тем что кривизна границ невелика, будем считать глубину, на которую проникает луч ниже последней пересекаемой им границы, равной нулю. Тогда v_p и a_p одинаковы для всех членов этого семейства лучей и согласно (6) T пропорционально Δ, исключая член a_p, который называется *кажущимся запаздыванием при старте* для данного импульса.

Из формулы (6) мы можем получить уравнения условий, при которых определяются значения v_p и a_p для рассматриваемого семейства лучей. Обычно строят график времен пробега в функции Δ для всех фаз, выделенных на сейсмограммах различных станций, и считают фазы одинаковыми, если их точки ложатся на какую-либо одну ветвь графика.

Так же как в разд. 10.4.1, мы примем предварительно время в очаге равным нулю и обозначим через τ истинное время в очаге (отсчитываемое от этого нуля). Для данной станции обозначим через t измеренное, а через $t+\varepsilon$ истинное время прихода рассматриваемой фазы. Истинное время пробега T равно $t+\varepsilon-\tau$. Следовательно, согласно (6) можно записать

$$(a_p+\tau)+(r_0\Delta)\,v_p^{-1}-t=\varepsilon. \tag{7}$$

Для n станций имеется n уравнений типа (7). Поскольку t известно, а $r_0\Delta$ также предполагаются известными, то мы имеем n уравнений условий для определения $(a_p+\tau)$ и v_p. Решение методом наименьших квадратов приводит к следующей паре уравнений:

$$n(a_p+\tau)+r_0\left(\sum\Delta\right)v_p^{-1}-\sum t=0, \tag{8}$$

$$\left(\sum\Delta\right)(a_p+\tau)+r_0\left(\sum\Delta^2\right)v_p^{-1}-\sum(t\Delta)=0. \tag{9}$$

Используя полученные из (8) и (9) оценочные значения $(a_p+\tau)$ и v_p, мы можем затем определить оценки ε' величин ε в каждом из n уравнений (7). Согласно обычной статистической теории дисперсии (квадраты стандартных отклонений) σ_a^2, σ_v^2 величин $(a_p+\tau)$ и v_p^{-1} даются соответственно соотношениями

$$\sigma_a^2=\frac{\left(\sum\Delta\right)^2}{n\left(\sum\Delta^2\right)-\left(\sum\Delta\right)^2}\,\frac{\sum\varepsilon'^2}{n-2}, \tag{10}$$

$$\sigma_v^2=\frac{n}{n\left(\sum\Delta^2\right)-\left(\sum\Delta\right)^2}\,\frac{\sum\varepsilon'^2}{n-2}. \tag{11}$$

Процедура решения методом наименьших квадратов на практике может быть сокращена, если вместо v_p в качестве неизвестной взять малую величину $y=v_p^{-1}-w_p^{-1}$, где w_p — некоторое первое приближение для v_p.

12.1.3. Точность определений

Уравнения (10) и (11) дают формальные меры неопределенностей при расчете $(a_p+\tau)$ и v_p. В действительности имеется еще ряд других источников ошибок.

Во-первых, при выводе (8) — (11) величины Δ считались известными, в то время как (для естественных землетрясений) эпицентр и, следовательно, все вычисленные значения Δ обладают заметными неопределенностями.

Во-вторых, модельные условия, предполагающие плоскую горизонтальную слоистость с постоянными скоростями внутри слоев и разрывом функций скорости на границах между слоями, могут отличаться от условий в реальной Земле.

В-третьих, имеются неопределенности в выделении различных вступлений на сейсмограммах и в отождествлении этих вступлений с конкретными фазами.

В-четвертых, при выводе уравнений (8) и (9) предполагалось, что ошибки ε имеют случайное распределение, в то время как в значения ε всегда могут вносить свой вклад систематические ошибки. Таким образом, значения формальных неопределенностей, даваемые выражениями (10) и (11), должны рассматриваться как *минимальные* неопределенности.

В то же самое время следует сказать, что формулы (10) и (11) очень важны, и имеются веские причины, по которым исследование каждого близкого землетрясения с использованием формулы (6) должно сопровождаться оценками σ_a и σ_v. Во-первых, σ_a и σ_v дают указание на относительную ценность различных групп результатов наблюдений. Во-вторых, что наиболее важно, они дают основу, с помощью которой результаты наблюдений близких землетрясений, полученные на ряде единичных станций, могут быть подходящим образом взвешены и скомбинированы для какой-либо дальнейшей рациональной обработки. Неопределенности при отдельных исследованиях обычно столь велики, что не позволяют сделать каких-либо существенных выводов. Из-за того что не удается должным образом учесть как достоинства, так и ограничения формул (10) и (11), приходится публиковать результаты многочисленных изучений близких землетрясений в таком виде, что их можно лишь в очень слабой степени использовать для научных заключений.

Заметим далее, что разрывное изменение v при переходе от слоя к слою, принятое в модели, основано только на соображениях математического удобства. Оно равноценно положению, когда v заметно изменяется на интервале глубин, гораздо меньшем длины волны рассматриваемых возмущений; именно в этом смысле термин «поверхность разрыва» обычно и понимается в сейсмологии. Неопределенности могут возникнуть в связи со следующими трудностями. Часто бывает трудно решить, как лучше описать имеющиеся данные: предположить наличие поверхности разрыва v на некоторой глубине или же допустить, что v непрерывно, но испытывает быстрое

изменение. (То же самое может относиться к величине $\frac{dv}{dz}$.)

В тех случаях, когда принимается непрерывное изменение v с глубиной z внутри слоя, обычно для этого изменения принимают линейный закон. Тогда вместо одного параметра v_p скорость в слое определяется двумя параметрами. Нетрудно обобщить теорию разд. 12.1.1 и на этот случай, однако введение лишнего параметра приводит к увеличению формальных неопределенностей в конечных результатах.

Параметры, которые вводятся для учета отклонений слоев от горизонтального залегания, также приводят к увеличению неопределенностей. На практике, когда ожидают, что имеются такие отклонения от принятой горизонтально слоистой модели [особенно это относится к сейсморазведке (см. разд. 18.6)], применяют специальные методы сбора первичных данных.

Наконец, имеется вопрос о влиянии кривизны Земли, который теоретически заключается в отклонениях соотношений (T, Δ) от линейности. Согласно 7(21), этот эффект может быть только порядка Δ^3 и по крайней мере до $\Delta = 10°$ весьма мал по сравнению с влиянием других факторов.

12.1.4. Определение толщины слоев

Продолжим рассмотрение m-слойной модели структуры земной коры (см. разд. 12.1.2). Будем теперь индекс p относить к p-му слою (скажем, R_p, считая сверху), а $(m+1)$ — к области среды R_{m+1}, расположенной сразу же ниже подошвы слоя R_m. Пусть H_p обозначает толщину слоя R_p $(p = 1, \ldots, m)$, а h — глубину очага землетрясения, отсчитанную от внешней поверхности.

Будем считать, что $v_p < v_{p+1}$ $(p = 1, \ldots, m)$. Теория гл. 7 показывает, что в каждом слое R_p, для которого $s < p \leqslant m+1$, могут быть расположены точки наибольшего погружения некоторого семейства лучей, исходящих из очага в слое R_s. Это предположение нарушится, если будет происходить уменьшение скорости с глубиной в земной коре. Предположение об уменьшении скорости с глубиной в земной коре было высказано Гутенбергом,

но оно не получило широкой поддержки среди других исследователей. Если бы последнее предположение было справедливо, то это привело бы к серьезным затруднениям в задаче определения структуры земной коры.

Рассмотрим вначале случай землетрясения с очагом внутри верхнего слоя R_1. Тогда, согласно (3) и (6),

$$a_p = 2\sum_{q=1}^{p-1} \alpha_{pq} H_q - \alpha_{p1} h \qquad (p = 2, \ldots, m+1), \qquad (12)$$

где

$$\alpha_{pq} = (v_q^{-2} - v_p^{-2})^{1/2} \quad (p = 2, \ldots, m+1;\ q = 1, \ldots, m;\ p \neq q). \qquad (13)$$

Уравнения, аналогичные (8) и (9), могут быть написаны для m-фаз, каждая из которых соответствует семейству лучей данного типа (P или S) с вершинами в средах $R_2, \ldots, R_{m+1}$ соответственно. Эти уравнения дают значения v_p и $(a_p + \tau)$ для $p = 2, \ldots, m + 1$. Значения v_p позволяют определить *глубинные коэффициенты запаздывания* (delay-depth coefficients) α_{pq} (термин предложен Ли). С помощью (12) мы тогда имеем $2m$ уравнений, которые содержат $(2m + 2)$ величин a_p $(p = 2, \ldots, m + 1)$, τ, h и H_p $(p = 1, \ldots, m)$.

Дополнительная информация получается из наблюдений времен пробега для семейства лучей, покидающих очаг в направлении к внешней границе и распространяющихся только в слое R_1. Для этих лучей (6) следует заменить формулой

$$T = [(r_0\Delta)^2 + h^2]^{1/2} v_1^{-1}. \qquad (14)$$

Однако формулу (14) можно упростить и приближенно привести к виду, являющемуся частным случаем (6), а именно

$$T \approx \frac{r_0\Delta}{v_1}. \qquad (15)$$

Это справедливо, когда Δ достаточно велико, так что можно пренебречь квадратами величин $(h/r_0\Delta)$. Поскольку $T = t - \tau + \varepsilon$, то (15) преобразуется к виду

$$\tau + (r_0\Delta) v_1^{-1} - t = \varepsilon, \qquad (16)$$

что соответствует (7). С помощью (16) и данных станций, расположенных не очень близко от эпицентра, мы можем определить значения v_1 и τ методом наименьших квадратов. [Формулы (7) — (11) справедливы при $p = 1$ и $a_1 = 0$.]

Если мы используем приближение (15), то это соответствует тому, что мы принимаем условное время в очаге, как в разд. 10.4.1.1. Если имеется достаточное количество надежных наблюдений при малых Δ, то при теоретическом определении h, а также v_1 и r может быть использовано более точное соотношение T (Δ) (14). Тогда имеется достаточное количество уравнений для определения всех неизвестных величин, включая H_p. На практике в случае естественных землетрясений имеются дополнительные неопределенности в положении эпицентра, в результате чего h не может быть определено точно таким путем, и вследствие этого обычно используют условное время в очаге, соответствующее $h = 0$. Тогда, полагая в (12) $h = 0$, определяют величины H_p.

При практическом исследовании единичного близкого землетрясения формальные неопределенности в оценках толщин H_p бывают настолько большими, что не удается получить надежные результаты. Поэтому обычно объединяют несколько исследований вместе. Трудности связаны с тем, что P- и S-волны проходят всю кору по вертикали не более чем за несколько секунд, так что заметные изменения в H_p сопровождаются лишь слабыми изменениями в a_p (12).

При расположении очага ниже верхнего слоя, скажем в слое R_s, с помощью аналогичной методики можно определить значения v_p и $a_p + \tau$ во всех слоях ниже R_s и в среде R_{m+1}. В этом случае снова удобно временно принять условное время в очаге, чему соответствует соотношение вида $T \approx r_0\Delta / v_s$ вместо (15). И в этом случае исходные данные не позволяют определить h с достаточной точностью, и последующие неопределенности еще больше, так как h теперь больше, чем раньше, а структура слоев выше R_s неизвестна. На практике эти трудности могут быть частично преодолены, если воспользоваться результатами других землетрясений с более высоко расположенными очагами в той же географической области или если имеются независимые данные

о глубине очага. Действительно, многие противоречивые результаты о близких землетрясениях получаются из-за того, что вначале были сделаны неудовлетворительные предположения о глубине очага.

Предыдущее рассмотрение показывает, что неопределенности, сопровождающие определения толщины коровых слоев и глубины очагов по данным близких землетрясений, значительно больше, чем неопределенности в отношении значений скоростей. Это заключение хорошо подтверждается историей изучения близких землетрясений (см. разд. 12.2).

12.1.5. Использование искусственных взрывов

Естественные землетрясения можно имитировать искусственными взрывами, источники которых расположены на поверхности Земли или вблизи нее. Взрывы, как и землетрясения, излучают в глубь Земли сейсмические волны, которые после выхода на поверхность регистрируются обычным путем. За последние двадцать-тридцать лет была разработана весьма совершенная техника как производства самого взрыва, так и инструментальных методов их регистрации. Многие взрывы (со сравнительно малым зарядом) производились с целью поисков полезных ископаемых, в особенности нефти, когда большое значение имеет стратиграфия пород под земной поверхностью. Но метод искусственных взрывов (сейсморазведочный метод) со все возрастающей степенью стали применять для исследования строения Земли вплоть до границы Мохоровичича и даже ниже ее. Были использованы также сейсмические волны от ядерных взрывов (см. гл. 16), чтобы пополнить наши знания о глубоких недрах Земли.

В изучении внутреннего строения Земли использование искусственных взрывов имеет ряд преимуществ перед использованием естественных землетрясений. Во-первых, фокальная глубина всегда по существу равна нулю, что устраняет сложный источник неопределенностей (см. разд. 12.1.4). Во-вторых, положение эпицентра известно с большой точностью. В-третьих, также с большой точностью обычно известно время в очаге. В-четвертых, может быть заранее известен приближенный

момент взрыва, что позволяет расположить портативные приборы в стратегически наиболее выгодных местах, а записывающие устройства включить со значительно большей скоростью записи, чем это возможно при работе обычных сейсмографов; практически это позволяет определять изменения местных смещений почвы, происходящие за интервалы времени порядка 0,001 *сек*. В-пятых, искусственные взрывы могут быть использованы для определения структуры в местностях, где естественные землетрясения являются редким событием или не происходят вовсе.

Все теории, изложенные в предыдущих разделах, можно приложить и к искусственным взрывам с тем упрощением, что в общем τ, h и ряд других параметров можно исключить из рассмотрения. Это позволяет включить в теорию ряд других параметров, не рассматривавшихся в элементарной модели разд. 12.1.2, с целью исследовать более тонкие детали структуры. В последующих разделах содержатся указания на то, как возможно использовать методы искусственных взрывов для дополнения и во многих случаях корректировки результатов, полученных при изучении близких землетрясений.

12.2. ПЕРВЫЕ ДАННЫЕ О СТРОЕНИИ ЗЕМНОЙ КОРЫ

Здесь мы приведем некоторые результаты ранних или самых первых исследований структуры земной коры по записям объемных сейсмических волн в некоторых районах. В разд. 12.2.1 — 12.2.5 рассмотрены в основном вопросы определения скоростей волн; о толщине коровых слоев говорится в разд. 12.2.6.

12.2.1. История исследований близких землетрясений в Европе

В 1909 г. А. Мохоровичич выделил две различные пары фаз P и S на сейсмограммах землетрясения 8 октября 1909 г., записанных на расстоянии меньше 10° от эпицентра в долине Кулпа (Хорватия). В связи с этим он предположил наличие заметной поверхности разрыва на некоторой глубине под поверхностью Земли. Для фаз,

соответствующих путям лучей в «верхнем слое» (выше поверхности разрыва), Мохоровичич ввел обозначения $\overline{P}$ и $\overline{S}$. Он использовал уравнение, эквивалентное 7(23), и определил, что скорость P для верхнего слоя лежит в интервале 5,53—5,68 *км/сек*; первоначально он получил для глубины этой поверхности разрыва значение 54 *км*. Аналогичные пары фаз были обнаружены С. Мохоровичичем и Гутенбергом при двух германских землетрясениях 1911 и 1913 гг. Последующие исследования в Европе и позже во всем мире показали, что *поверхность Мохоровичича* (известная также как граница М) простирается по всей Земле, хотя, как мы увидим, ее средняя глубина значительно меньше 54 *км*.

После землетрясения в Тауэрне (Австрия) 28 ноября 1923 г. Конрад определил третью P-фазу, которую он обозначил P^* и которая соответствовала скорости волн, равной примерно 6,3 *км/сек*. Этот результат был подтвержден Джеффрисом при изучении землетрясений в Джерси от 30 июля 1926 г. и в Херефорде 14 августа 1926 г.; он также отождествил сопровождающую фазу S^*. Джеффрис переименовал фазы $\overline{P}$ и $\overline{S}$ в P_g и S_g. Два слоя, связанные с фазами P_g и P^*, были названы *гранитным и промежуточным*[1]) слоями, а граница между ними — *границей Конрада*. При исследовании близких землетрясений для фаз, соответствующих лучам, проникающим под границу М, используют обозначения P_n и S_n. Большинство ранних исследований близких землетрясений давали для скоростей волн, соответствующих фазе P_n, значение порядка 7,8 *км/сек*, хотя Конрад, исследуя Швадорфское землетрясение (Австрия) 8 октября 1927 г., получил значение порядка 8,1 *км/сек*.

Были сделаны также некоторые предварительные сообщения о фазах P_s и S_s, соответствующих скоростям волн порядка 4,7—5,0 и 2,8—3,0 *км/сек* в тонком осадочном слое, лежащем на гранитном слое. В 1931 г. Стоунли нашел в данных сейсмограмм, представленных МСС, некоторые указания на существование еще одной фазы, P_Q, отвечающей скоростям волн около 7,0 *км/сек*.

---

[1]) Промежуточный слой часто называют базальтовым.— *Прим. перев.*

В 1937 г. Джеффрис, объединив ряд таких исследований в Европе и сделав формальное предположение об однородности верхних слоев и их горизонтальном залегании, дал следующие значения скоростей (в *км/сек*):

P_g	$5,57 \pm 0,02$	S_g	$3,36 \pm 0,01$
P^*	$6,50 \pm 0,03$	S^*	$3,74 \pm 0,03$
P_n	$7,76 \pm 0,03$	S_n	$4,36 \pm 0,02$

Эта модель была формально объединена с таблицами Д.-Б., но нуждается в поправках, в особенности относительно фаз P_n и S_n (см. обсуждение в разд. 10.6.3 и 13.2).

12.2.2. Ранние исследования близких землетрясений в других районах

По изучению близких землетрясений в Центральной Азии Розова в 1939 г. определила следующие значения скоростей: 5,46; 6,65 и 7,91 *км/сек* для P-волн и 3,24; 3,74 и 4,27 *км/сек* для S-волн. Ранние оценки скоростей волн, соответствующих фазе P_n, для Японии лежат в пределах от 7,5 (Матузава, 1929) до 7,75 *км/сек* (Ходжсон, 1932).

Гутенберг в 1932 г. получил значение скорости волн, соответствующее фазе P_n, равное 7,94 *км/сек* для Южной Калифорнии, а позднее он увеличил его до $8,06 \pm 0,11$ *км/сек*, в то время как для Центральной Калифорнии Байерли дал значение $8,02 \pm 0,04$ *км/сек*. На некоторой стадии этих исследований оба автора давали для трехслойной модели следующие значения: Гутенберг — скорости 5,58; 6,05; 6,95 и 8,06 *км/сек* для P-волн, 3,26; 3,65; 4,10 и 4,45 для S-волн и Байерли — скорости 5,61; 6,72; 7,24 и 8,02 *км/сек* для P-волн, 3,26 для S-волн. Значение скорости вблизи 7 *см/сек* в третьем слое представляет некоторый интерес в связи с фазой P_Q Стоунли. Впоследствии Гутенберг отдавал предпочтение моделям, в которых скорость в части земной коры убывает с глубиной.

В Новой Зеландии Хейс в 1935 г. установил существование на сейсмограммах фаз для верхнего слоя, а Буллен определил наиболее вероятную структуру района по данным, имевшимся к 1939 г., и указал, что в верхнем слое скорость P-волн может быть равна 5,0 *км/сек*. Затем шла пара слоев со скоростями P-волн 6,0 и 6,5 *км/сек*

(или, возможно, это был один слой со средней скоростью волн в нем 6,3 *км/сек*), а скорость P-волн фазы P_n равна 7,8 *км/сек* при $\Delta < 4°$ и 8,1 *км/сек* при $\Delta > 4°$; скорости S-волн были 3,0; 3,7 и 4,4 *км/сек.*

В Южной Африке первые исследования близких землетрясений были выполнены после второй мировой войны Гейном, Хейлсом и Оливером, которым в дальнейшем помогал Вилмор. Результаты, опубликованные в 1952 г., указывают, что в верхнем слое скорости P- и S-волн равны 6,09 и 3,68 *км/сек*, а скорости волн, соответствующих фазам P_n и S_n,— 8,27 и 4,83 *км/сек.*

В Южной Америке первые исследования в Андах начали проводить во время МГГ Тьюв, Тейтл и Ломнитц.

12.2.3. Использование крупных взрывов

Первый крупный взрыв, хорошо зарегистрированный сейсмически, произошел на заводе в Оппау в местности Палатинат, когда случайно взорвалось 4500 *т* химических веществ. Это случилось 21 сентября 1921 г. Оценки по записям примерно десяти сейсмологических обсерваторий дали для P-волн (P-фазы) значения скорости 5,4—5,7 *км/сек.*

Другой известный случайный взрыв произошел в Бертон-он-Тренте 27 ноября 1944 г., по данным которого Джеффрис нашел для скоростей P-волн, соответствующим фазе P_n, значение порядка 8,1 *км/сек*; взрыв в Порт-Чикаго (в районе залива Сан-Франциско) 17 июля 1946 г. позволил Байерли найти для скорости P-волн значения 5,6—5,7 и 7,7 *км/сек.*

18 апреля 1947 г. произошел очень сильный взрыв на Гельголанде. Поскольку этот взрыв был запланирован, то многие группы исследователей сумели заранее установить полевую аппаратуру. Вилмор, который использовал лишь первые вступления, дал следующие значения скоростей P-волн: 4,4 *км/сек* для $4 < r_0\Delta < 24$ *км*; 5,95 *км/сек* для $24 < r_0\Delta < 120$ *км* и 8,18 *км/сек* для $r_0\Delta > 120$ *км*. Другие исследователи получили несколько отличные значения.

Начиная с 1945 г. сейсмические исследования ядерных взрывов проводились во все возрастающих масштабах (см. гл. 16).

12.2.4. Использование малых взрывов

Около 1924 г. были разработаны портативные приборы, которые стали использоваться для регистрации сейсмических волн от взрывов в карьерах, а также от других относительно слабых взрывов. Первоначально регистрация производилась на расстояниях порядка 20—30 *км* от источника, а позже на еще бо́льших расстояниях. Вихерт и др. получили для скоростей *P*-волн значения 4,8; 6,0 и 6,7 *км/сек*. Они использовали взрывы в карьерах вблизи Геттингена в период между 1923 и 1929 гг. С помощью четырех взрывов, произведенных вблизи военного лагеря в Ла-Куртин (Франция) в мае 1924 г. Е. Ротэ и др. определили скорость *P*-волн в 5,5 *км/сек*.

В США ранние определения скоростей волн при взрывах в карьерах дали следующие значения: 5,0—6,0 *км/сек* для *P*-волн в Южной Калифорнии (Вуд и Рихтер, 1931—1933), 5,4—5,6 для *P*-волн в районе Беркли (Байерли и др., 1932—1935), 5,5 и 6,4 для *P*-волн в восточной Пенсильвании (Юинг и др., 1934), 6,01; 6,77 и 8,18 для *P*-волн и 3,45; 3,93 и 4,6 *км/сек* для *P*-волн в Новой Англии (Лит, 1936).

Для района Канадского щита Ходжсон в 1953 г. использовал обрушение пород в шахтах для качественной оценки скоростей *P*-волн и получил значение 6,2 *км/сек* для *P*-фазы в коре и значения 7,9 и 8,2 *км/сек* для фазы P_n по данным близких и удаленных станций соответственно.

В Японии в период между 1950 и 1954 гг. «Исследовательская группа по взрывной сейсмологии» изучала сейсмические записи от трех взрывов (каждый с зарядом 5—8 *т* взрывчатки), произведенных при постройке плотины, и четвертого взрыва с зарядом в 30 *т* в шахте. Взрывы при постройке плотины дали следующие значения скоростей *P*-волн (*P*-фаза): 5,8; 6,0 и 6,1 *км/сек* для трех различных направлений соответственно и некоторые указания на значение скорости последующей фазы, равное 7,2. Четвертый взрыв дал значения 6,2; 7,4 и 8,2 для одного направления и 5,8 (вместо 6,2) для другого направления.

12.2.5. Замечания об исследованиях в других районах

В Австралии небольшое число исследований близких землетрясений указывало на существование корового слоя заметной толщины, как и в других континентальных областях. Однако скорости в нем не были определены до атомного взрыва в Маралинье в 1956 г. Группа исследователей под руководством Егера определила для P- и S-скоростей значения 6,12 и 3,56 *км/сек* в однослойной коре для области, простирающейся на 10° к западу от Маралинья, а для P_n- и S_n-скоростей 8,23 и 4,75 *км/сек* соответственно.

Значения скоростей сейсмических волн для пород, слагающих земную кору в Антарктиде, еще только начинают вырисовываться. Эти результаты являются побочными при сейсмических исследованиях толщины ледяного покрова, которые находятся еще в своей ранней стадии (см. разд. 18.6.1).

12.2.6. Оценки толщины слоев земной коры по результатам изучения близких землетрясений

Оценка Мохоровичичем толщины земной коры величиной в 50 *км* была заметно уменьшена в результате последующих исследований. Различные предположения о глубине очага приводят к расхождениям этой оценки у разных исследователей, иногда достигающим 20 *км*, для одной и той же области. Результаты стали более надежными, когда выяснилось, что ряд исследователей слишком завышали глубину очага.

Джеффрис обработал с помощью статистических методов ряд результатов различных исследователей и в 1937 г. дал следующие предварительные оценки: $H_1 = 17$ *км* и $H_2 = 9$ *км* для толщины верхнего (гранитного) и промежуточного слоев в Европе. Однако при этом стандартная ошибка оказалась весьма большой, и Джеффрис пришел к выводу, что нужно использовать дополнительные источники информации. Он получил улучшенные значения $H_1 = 15$ *км* и $H_2 = 18$ *км* (см. разд. 12.5).

Изучение близких землетрясений в других континентальных областях приводит в основном к значениям общей толщины земной коры порядка 30—40 *км*.

В разд. 12.1.4 было указано, что по изучению близких землетрясений очень трудно получить точные значения толщины слоев в земной коре. Это находит свое отражение в разнящихся в широких пределах оценках, сделанных за многие годы исследований, в результате чего выводы, полученные во многих работах, не имеют статистической значимости (т. е. не могут быть разумным образом усреднены).

С 1930 по 1935 гг. Гутенберг (для района Альп) и Байерли (для района Сьерра-Невады) привели первые указания, основанные на сейсмических данных, на существование «корней гор», т. е. заметного увеличения глубины границы M под некоторыми горными областями. Иногда оказывается, что глубина ее увеличивается еще на 30 *км*.

С другой стороны, было найдено, что в океанических областях (см. разд. 12.6) граница M поднимается и находится на глубинах меньше 10 *км* от дна океана.

Обсуждение вопроса о толщине слоев земной коры будет продолжено в разд. 12.5.

12.3. ПОСЛЕДНИЕ ДАННЫЕ, ПОЛУЧЕННЫЕ С ПОМОЩЬЮ *P*- И *S*-ВОЛН

После 1945 г. резко возросло число исследований, направленных на выявление деталей структуры земной коры. За это время было накоплено большое количество новых данных. Были усовершенствованы методы сейсморазведки, о которых упоминалось в разд. 9.9.3 и 12.1.5. Они дали важные сведения о строении земной коры во многих районах, в которых записи близких землетрясений не были достаточно хорошими; это в особенности относится к океаническим областям. Существенный вклад в эти исследования внесли также Хиллер, Ж.-П. Ротэ, Ваннер, Калои, Марселли, Бот и Ванек, работающие в Европе; Ризниченко, Гамбурцев и Саваренский в СССР; Слихтер, Вуллард, Стейнхарт и Оффисер в США; Хилл, Рейт, Юинг и Оливер, работающие в областях Атлантического и Тихого океанов.

В областях, где возможны определения по записям близких землетрясений, результаты, полученные мето-

дами сейсморазведки, давали дополнительную важную информацию по многим вопросам, иногда перекрывая данные, полученные по близким землетрясениям, а иногда подкрепляя сделанные ранее заключения. В то же время многие ранние расхождения остались неразрешенными и возникали даже новые неувязки. В качестве примера, иллюстрирующего последнее замечание, укажем на следующий факт. По сейсморазведочным данным удалось определить значения скорости *P*-волн вблизи 6,0 *км/сек*, но не удалось выявить значения вблизи 5,6 *км/сек* в районах, где последнее значение определялось при изучении близких землетрясений. В результате стало ясно, что задача выяснения даже общих особенностей строения земной коры значительно сложнее, чем думали раньше, и потребует еще большой и терпеливой работы в течение многих лет.

В результате исследований методами сейсморазведки совместно с петрографическими определениями во многих регионах возникает вопрос, какие отклонения будут в простой модели разд. 12.1.2, если учесть непрерывное изменение скорости с глубиной как при прохождении через так называемые поверхности разрыва, так и внутри самих слоев между этими поверхностями. (В то же время представляется, что для некоторых областей модель разд. 12.1.2 хорошо подходит, например, для большой части Европы.) В отдельных районах надежно установлено, что скорость меняется не только с глубиной, но и с азимутом. Иногда наблюдаются заметные различия в записях взрывов на станциях, расположенных близко друг от друга. Джеффрис приписывает некоторые кажущиеся расхождения неоднородностям строения коры в подповерхностных областях. Он высказал мысль, что местные неоднородности не позволяют придавать получаемым значениям скоростей больший вес, чем считать их усредненными значениями по расстояниям порядка сотен километров.

В настоящее время хорошо установлен следующий важный результат. Толщина земной коры равна 30—40 *км* в обычных континентальных областях, и поэтому нет никаких оснований менять ее среднюю величину, равную 33 *км*, принятую в моделях Земли. Хорошо установлен

также факт увеличения толщины коры под некоторыми (но не всеми) горными районами, а также уменьшение толщины коры в океанических областях.

Хорошо установлено, что скорости волн, соответствующие фазам P_n и S_n, во многих районах примерно равны 8,2 и 4,7 *км/сек*, хотя в некоторых местах встречаются значения 7,8 и 4,4 *км/сек*.

Работа Рихтера 1950 г. показала, что «Z-явление» (см. разд. 10.6), вероятно, относительно несущественно, и в землетрясениях, используемых для изучения земной коры, главные фазы P- и S-волн излучаются из очага примерно в один и тот же момент времени.

Некоторые импульсы, выходящие на эпицентральных расстояниях от 90 до 120 *км*, были интерпретированы в ряде стран как отражения от границы М, что указывает на правильность модельного представления разрывной границы. Однако необходимы дополнительные факты об отражении волн от этой границы. До сих пор было еще мало данных о приблизительно вертикальных отражениях от границы М. Не было также данных о волнах, отраженных на предполагаемых границах между слоями коры.

В результате интенсивных современных исследований, направленных на изучение земной коры, стали применять строгую волновую теорию ко многим проблемам распространения волн с целью извлечь максимальную информацию из записей землетрясений и взрывов. Математический подход к решению проблемы дополнялся исследованиями на моделях (сейсмическое моделирование —«модельная сейсмология»; см. разд. 18.7); уделялось внимание также развитию методов фильтрации (разд. 9.9.4) записей с целью добиться лучшей идентификации конкретных сейсмических фаз.

12.4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФАЗ pP И sS

Независимые данные о строении земной коры можно получить, изучая времена пробега импульсов, соответствующих фазам pP и sS от землетрясений с очагами в подкоровых областях. Импульс pP связан с волной,

выходящей на поверхность вблизи эпицентра и отражающейся там, и в результате эта волна пересекает коровые слои на два раза больше, чем прямая P-волна. Поэтому разность времен вступления pP и P на различные станции зависит от толщины слоев земной коры. В связи с этим могут быть написаны уравнения соответствующих условий, решение которых приводит к более точным определениям толщины, чем при обычном анализе близких землетрясений. Аналогичным образом могут быть использованы фазы sS и S.

12.5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДАННЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

Теория поверхностных сейсмических волн дает уравнения, в которые входят параметры, определяющие особенности земной коры. Примерами уравнений для простых моделей земной коры являются 5(23) и 5(26), а теория разд. 5.3.2 указывает способ, с помощью которого можно использовать наблюдаемую дисперсию поверхностных волн для получения информации о толщине коровых слоев. Наряду с толщиной слоев в эти уравнения входят также скорости объемных волн и упругие параметры слоев, и они относятся также к моделям коры типа рассмотренных в начале главы. Эти модели исходят из того, что достаточно хорошим приближением служит сферическая слоистость Земли на достаточно большом протяжении глубин, где толщины слоев определяются на опыте. На практике значения скоростей объемных волн и упругих параметров определяются из других источников, например по исследованиям близких землетрясений и с помощью методов разд. 12.7.

Теория разд. 5.3.2 дает одно дополнительное уравнение для условия о толщине слоев и сама по себе ни в коей мере не может решить проблему структуры коры в целом в каком-либо районе. Но это одно уравнение иногда определено со значительно большей точностью, чем какое-либо единственное уравнение в методе близких землетрясений, в связи с чем эта дополнительная информация имеет весьма большое значение.

При изучении поверхностных волн желательно, насколько возможно, разделять наблюдения волн Лява и Релея. Поскольку волны Релея не имеют *SH*-компоненты, волны Лява лучше всего изучать по записям станций, для которых азимут на эпицентр направлен точно на север, юг, восток или запад (в предположении что ориентация горизонтальных сейсмографов С — Ю и В — З, но в действительности это не всегда точно выдерживается). И наоборот, поскольку волны Лява не обладают вертикальной компонентой, волны Релея лучше всего изучать по записям вертикальной компоненты. Разрабатываются инструментальные методы для разделения волн Лява и Релея, записанные вместе на одной сейсмограмме.

В разд. 12.2.6 говорилось о ранних оценках $H_1 = 17$ *км* и $H_2 = 9$ *км* для толщин верхнего и промежуточного слоев в Европе. Джеффрис добился улучшения этих оценок, использовав данные Стоунли о волнах Лява и свои собственные результаты изучения глубокофокусных японских землетрясений. Он получил значения $H_1 = 15 \pm 3$ *км*, $H_2 = 18 \pm 4$ *км* для среднего строения коры в Евразии. Эти результаты представляют особый интерес, так как они приняты за стандарт при построении таблиц Д.-Б., и продолжают использоваться при различных исследованиях на моделях. В 1948 г. Стоунли, использовав дополнительные результаты по поверхностным волнам, показал, что весь набор данных совместим с предположением $H_1 = 33$ *км* и $H_2 = 0$. Последующие работы не опровергли вывода о средней общей толщине земной коры для Евразии, равной 33 *км*, но все еще остается заметная неопределенность в значениях толщины отдельных слоев.

В самое последнее время теория поверхностных волн и ее применение к изучению строения земной коры была существенно улучшена; особенно много сделали для этого Юинг и его сотрудники. Были рассчитаны дисперсионные кривые для многих предполагаемых коровых структур с помощью современных вычислительных машин. Это позволило исключить многие типы строения коры, сравнивая расчетные данные с наблюдениями в конкретных районах, и тем самым заметно сузить выбор имеющихся возможностей. Иногда удавалось делать выводы,

идущие значительно дальше, чем можно видеть по одному уравнению — условию для толщин слоев. Тем не менее все еще остается вопрос о том, насколько однозначны сделанные таким путем выводы, но сам метод оказался весьма полезным.

Пресс (1956) предложил новый метод для определения регионального строения земной коры с помощью измерений фазовых скоростей волн Релея. (Фазовая скорость — это скорость какой-либо спектральной компоненты или компоненты Фурье, взятой в рассматриваемом волновом пакете.) Пики индивидуальных волн Релея, которые имеют заметную дисперсию в результате прохождения длинных океанических трасс, тщательно прослеживаются на записях, сделанных на сети станций в изучаемом районе. Если в рассматриваемом районе имеется достаточное количество сейсмографов, то таким методом можно определить среднее строение коры для района с линейными размерами порядка 100—200 *км*.

В общем результаты исследований с помощью поверхностных волн для обычных континентальных областей аналогичны данным, полученным Джеффрисом и Стоунли для Евразии, но имеется заметное различие для океанических областей, как мы это увидим в разд. 12.6.

12.6. СТРОЕНИЕ ЗЕМНОЙ КОРЫ НА КОНТИНЕНТАХ И ОКЕАНАХ

Ранние работы Тамса, Ангенхейстера и Гутенберга указывали на то, что поверхностные сейсмические волны по трассам, пролегающим в Тихом океане, проходят быстрее и диспергируют иначе, чем при распространении по континентальным трассам; это предполагает заметные различия в строении коры в этих двух случаях.

Первое надежное количественное исследование было выполнено в 1928 г. Стоунли, который в качестве модели коры выбрал слой толщиной H со значениями скоростей и других параметров, совпадающими со значениями, полученными для верхнего слоя коры в Европе; этот слой покоился на оливиновой подкоровой среде. Стоунли получил, что наблюдаемую дисперсию поверхностных

волн Лява формально можно объяснить, если принять $H = 19$ *км* для Евразии по сравнению с $H = 10$ *км* для областей Тихого океана. Это показало, что действительно строение коры для этих двух типов областей заметно различается.

Аналогичные выводы были сделаны и при ранних исследованиях волн Релея. Выбрав ту же модель коры и использовав данные наблюдений релеевских волн Гутенберга и Рихтера, Джеффрис получил формальное объяснение наблюдений для Евразии, полагая $H = 25$ *км*. Для той же самой модели автор, использовав прекрасные записи вертикальной компоненты на станции Веллингтон от Камчатского землетрясения 10 ноября 1938 г., также формально получил для области Тихого океана $H = 17$ *км*. Различия этих результатов были подтверждены Лисли при дальнейшей работе над записями этого же землетрясения.

Другие предложенные модели коры приводили к аналогичным различиям и указывали, что кора под Тихим океаном значительно тоньше, чем в Евразии. Вильсон и др. расширили эти исследования на области Атлантического и Индийского океанов, где также была обнаружена более тонкая, чем на континентах, земная кора.

Указания на различия в строении континентальной коры были дополнены рассмотрением таких фаз, как PP. Особенности отражения объемных волн от земной поверхности зависят от строения и свойств коры. Гутенберг и Рихтер рассмотрели данные об амплитудах волн, испытавших отражение от поверхности в континентальных и океанических областях, и снова пришли к заключению о существенном различии в строении коры в этих районах. Такое исследование помогает выявить дополнительные детали в строении границ между рассматриваемыми областями.

С развитием методов сейсморазведки стало возможным исследовать толщину океанической коры более прямым путем. Работы Хилла, Рейта, Юинга и их сотрудников дали для глубины границы М, отсчитываемой от поверхности океана в ряде районов Тихого и Атлантического океанов, значения от 9 до 14 *км*. В предположении, что под слоем осадков в океане располагается однослойная кора, значения скоростей P-волн получились

от 6,5 до 6,8 *км/сек*, а для фазы P_n скорости оказались равны от 7,9 до 8,2 *км/сек*. Юинг с сотрудниками построили теоретические дисперсионные кривые на основе этих результатов и получили весьма хорошее согласие с многими наблюдениями волн Лява и волн Релея. Устранение остающихся расхождений послужит дальнейшему углублению наших значений о строении океанической земной коры.

Данные геологии подтверждают существование различий между строением океанической и континентальной коры. Зюсс, Маршалл и др. ввели понятие «андезитовой линии», которая разделяет области различного литологического и химического состава и очерчивает «бассейн Тихого океана». Эта линия проходит восточнее Японии, идет к Марианским о-вам, о-вам Палау, далее севернее о. Новая Гвинея и о-вов Новые Гебриды по направлению к о-вам Самоа, которые расположены со стороны Тихого океана от этой линии, затем она поворачивает на юг, оставляя о-ва Кермадек и Новую Зеландию на «континентальной» стороне. Со стороны Америки граница проходит вблизи западного берега. Тернер, Ферхуген и Хесс дополнили этот вопрос дальнейшими геологическими деталями.

Если не считать важнейших горных систем, то главные исключения из стандартного строения континентальной и океанической коры мы встречаем вдоль окраин континентов, срединно-океанических хребтов и структур островных дуг, связанных с глубоководными впадинами.

Исследования сейсморазведочными методами континентальных окраин включают работы Уорзела и Шурберта (1955) вблизи побережья Нью-Джерси и Тьюва и Тейтела (1958) в районе Анд. Уорзел обнаружил изменение глубины d границы М от величины порядка 30 *км* до значений, равных примерно 15 *км*, происходившее на протяжении по горизонтали порядка 200 *км*, и более плавные изменения глубины с обеих сторон этой области расстояний. Тьюв и Тейтел нашли, что d изменяется от 46—56 *км* под Андами до 10—15 *км* сразу же у берегов в Тихом океане.

Срединно-Атлантический хребет простирается примерно с севера на юг до середины Атлантики и достигает

ширины 1000 *км* к югу от Азорских о-вов. Юинг и Юинг (1959) нашли для скорости P-волн значение 5,2 *км/сек* в слое 3-километровой толщины, залегающем непосредственно под осадками, и значение скорости P-волн меньше 7,2 *км/сек* в слое толщиной не менее 30 *км*; при этом границы М еще не удалось достичь. Наличие хребта приводит к существенным различиям в дисперсии поверхностных сейсмических волн, распространяющихся по различным атлантическим трассам.

Структуры островных дуг обнаружены в основном в бассейне Тихого океана, например вдоль Алеутских о-вов, Марианских о-вов и Индонезии. Для этих структур обычно характерна очень высокая сейсмическая активность. Гутенберг и Рихтер считают следующую последовательность особенностей характерной для этих структур в направлении к центру дуги: океанический желоб; узкая зона мелких землетрясений и отрицательных гравитационных аномалий; зона больших положительных гравитационных аномалий и землетрясений, часто сильных, с глубиной очагов вблизи 60 *км*; основные и вторичные структурные дуги с вулканической активностью молодой и старой, а также землетрясениями с постепенно увеличивающейся глубиной очагов; глубокофокусные землетрясения.

Методы поверхностных волн, использующие удаленные землетрясения, применили Эвисон и Пресс (и их сотрудники) для исследования строения коры в Антарктиде. Качественно разультаты указывают на континентальный тип коры в Восточной Антарктиде, а для западной Антарктиды среднее строение коры ближе к океаническому типу.

Дополнительные данные о строении коры получаются из гравиметрических исследований. Во многих районах обнаружена заметная корреляция между величиной гравитационных аномалий и изменениями в толщине верхних слоев, определяемой методами сейсморазведки. Вуллард и другие исследователи на основе этой корреляции использовали гравиметрические данные для заполнения пробелов в детальной картине строения земной коры для тех областей, где результаты сейсмических исследований были неполными.

12.7. ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВЕРХНИХ СЛОЕВ ЗЕМЛИ

Согласно 4(4) и 4(5), скорости *P*- и *S*-волн удовлетворяют уравнениям

$$\frac{k}{\varrho} = \alpha^2 - \frac{4}{3}\beta^2, \tag{17}$$

$$\frac{\mu}{\varrho} = \beta^2, \tag{18}$$

где ϱ, k и μ — плотность, модуль сжатия и модуль сдвига рассматриваемой среды. Следовательно, если определены значения α и β для какого-либо слоя, то отношения k/ϱ и μ/ϱ также становятся известными. Сравнивая определенные таким образом величины с результатами лабораторных экспериментов при соответствующих давлениях и температурах, можно добиться успехов в определении материалов, слагающих данные слои земной коры. Вместо прямого использования (17) и (18) обычно определяют величину

$$2\sigma = \frac{\alpha^2 - 2\beta^2}{\alpha^2 - \beta^2}, \tag{19}$$

где σ — коэффициент Пуассона; формула (19) легко получается из 2(40), 4(4) и 4(5).

В настоящее время накоплен большой экспериментальный материал, полученный в лабораториях. Эти работы были начаты Адамсом, Вильямсоном, Бриджменом, Берчем, Бэнкрофтом, Григгсом, Айдом и др. Использовались как статические, так и динамические методы экспериментальных исследований. Оба типа методов должны приводить к некоторому малому различию в результатах, так как они дают изотермические и адиабатические значения постоянных (см. разд. 4.6), но для настоящих целей этим различием можно пренебречь. На практике, однако, наблюдаемые различия не являются пренебрежимо малыми, а кроме того, имеются отклонения в результатах, полученных на разных образцах одной и той же породы. Такие свойства материалов, как пористость, вероятно, оказывают влияние на лабораторные результаты и могут

служить объяснением различных расхождений. Эти и сопутствующие им обстоятельства, приводящие к многим неопределенностям в результатах, следует принимать во внимание при сравнении с сейсмическими данными. Несмотря на эти неопределенности, которые влияют лишь на идентификацию самих материалов, результаты лабораторных исследований обнаруживают довольно близкую корреляцию данных между величинами ϱ, k/ϱ и μ/ϱ (а следовательно, и α и β) для горных пород при давлениях больше 10^9 *дин/см*^{2}. С помощью такой корреляции оказывается возможным с достаточной достоверностью оценить все три параметра ϱ, k и μ во внешних слоях Земли.

Слой на европейском континенте, в котором скорости фаз P_g и S_g равны 5,6 и 3,4 *км/сек*, первоначально связывали с гранитными породами. Этот вывод делали частично на основе геологических данных, а частично — на основе лабораторных экспериментов. Впоследствии в континентальных районах вблизи поверхности были получены бо́льшие скорости P-волн, что заставило пересмотреть гранитную интерпретацию. В то же самое время лабораторные исследования показали, что параметры гранитов из различных источников характеризуются заметным разбросом, и в результате идентификация гранита в земной коре с помощью описанной выше методики стала менее определенной. Но таких вариаций в данных, вообще говоря, следовало ожидать, поскольку, как ранее уже указывали Адамс и Вильямсон, гранитные породы состоят из зерен различных минералов, одни из которых характеризуются большой сжимаемостью, а другие, наоборот, слабо сжимаемы. Таким образом, гранитная интерпретация для континентальных областей основывается на достаточно веских геологических данных. Действительно, там, где отсутствует слой осадков, обнаженные породы представлены обычно гранитами, а в других местах известно, что почти везде гранитные породы подстилают осадочную толщу. Эта интерпретация позволяет принять модельное значение 2,65 *г/см*^{3} как репрезентативную величину для плотности верхнего слоя континентальной коры.

Данные лабораторных экспериментов показывают, что в общем скорости сейсмических волн в породах возра-

стают по мере уменьшения содержания в них кремнезема. Это может означать, что породы, слагающие промежуточный слой, являются менее основными, чем подкоровые породы, но более основными, чем граниты. Ранние предположения о тахилитовом составе промежуточного слоя давали для его плотности значение 2,87 *г/см*³, хотя возможен и другой (но родственный ему) состав.

В связи с отмеченной выше корреляцией между плотностями и скоростями сейсмических волн в горных породах, представляется маловероятным, чтобы значения 2,65 и 2,87 *г/см*³ плотности верхней и нижней частей континентальной коры заметно отличались от истинных значений. Эти цифры принимаются за репрезентативные значения плотности при модельных расчетах.

На основании ряда фактов можно полагать, что значение 2,87 *г/см*³ подходит для плотности слоя, расположенного под осадками в океанических областях. К этим фактам относятся значения скоростей в океанах, определенные с помощью сейсморазведочных методов (см. разд. 12.2 и 12.3), а также то, что основные породы являются преобладающими на ряде островов Тихого океана.

Непосредственно под корой скорости сейсмических волн столь велики, что по лабораторным данным им соответствует лишь небольшое число обычных пород. Правильный порядок для величин k/ϱ и μ/ϱ дает горная порода дунит, состоящая в основном из минерала оливина (ортосиликат магния и железа). В связи с этим при многих модельных расчетах для характеристики верхней части оболочки принимают параметры дунита, хотя имеются и одна-две другие возможности. Впервые оливиновый состав для кровли оболочки предложили Адамс и Вильямсон в 1923 г. Позднее Адамс указывал, что не имеется каких-либо экспериментальных данных, которые серьезно противоречили бы гипотезе об ультраосновном составе верхней части оболочки. Дунитовая интерпретация дает для подкоровой плотности ϱ' значение 3,32 *г/см*³. Пользуясь снова коррелятивными соотношениями между скоростью и плотностью, мы заключаем, что маловероятно, чтобы это значение плотности пришлось серьезно изменить, если даже оливиновая интерпретация будет заменена какой-нибудь другой. Берч считает, что

значение 3,32 *г/см³* ближе к нижнему пределу для ϱ' и связано с сильно магнезиальным оливином. Позже Берч предложил значение 3,6 *г/см³* в качестве крайнего верхнего предела ϱ'. Джеффрис считает весьма маловероятным, чтобы ϱ' превышало значение средней плотности Луны — 3,34 *г/см³*.

Некоторые эклогиты также удовлетворяют скоростям волн, соответствующим фазам P_n и S_n. Берч рассмотрел случай эклогита, состоящего из смеси оливинов, пироксенов и гранатов, как возможный состав вещества, залегающего непосредственно под земной корой. В этом случае значение ϱ', вероятно, будет превышать 3,32 *г/см³*, в связи с чем эклогитовый состав становится маловероятным, так как он требует, чтобы ϱ' превышало значение 3,34 *г/см³*.

После того как распределение плотности ϱ определено для некоторого интервала глубин, упругие параметры k и μ просто определяются с помощью формул (17) и (18), причем неопределенности будут порядка тех, которые имеются для ϱ. Согласно (19), коэффициент σ определяется только через α и β.

12.8. ПРОЕКТ МОХОЛ

Из сказанного выше совершенно ясно, что, несмотря на исключительно большие усилия, затраченные на проведение сейсмических исследований земной коры, многие неопределенности в этом вопросе будут сохраняться еще много лет. В последние несколько лет был предложен проект, который позволит получить дополнительную информацию путем прямых наблюдений. В 1957 г. на съезде в Торонто Международная ассоциация сейсмологии и физики земных недр выдвинула идею бурения земной коры до границы М и несколько глубже и отбора образцов на всем пути бурения для лабораторных исследований. Последующая работа по реализации этой идеи известна под названием «Проект Мохол».

При поисках нефти на суше бурение уже успешно осуществлялось до глубин порядка 10 *км*. Однако проект Мохол не сможет быть осуществлен на суше, так как

здесь глубина границы М превышает 30 *км*. Но он может быть осуществлен в океанических областях, если будут решены технические проблемы, связанные с бурением дна океана под большой толщей воды. Эти проблемы включают такие вопросы, как управление бурением с судна, находящегося на большом расстоянии от океанического дна.

Можно надеяться, что технические проблемы, связанные с проектом Мохол, будут решены в недалеком будущем. В таком случае мы получим много надежной информации о плотности, упругих свойствах и составе пород в окрестности пробуренной скважины на протяжении всего ее пути. В частности, мы получим определенные сведения о природе вещества, залегающего непосредственно под границей М. Это приведет к подтверждению или видоизменению значения плотности 3,32 $г/см^3$, приписываемого этой области Земли. Точное определение ρ' имеет исключительно большое значение для всей научной проблемы верхней мантии. Сведения о температурном градиенте, теплопроводности и распределении радиоактивных элементов с глубиной, которые надеются получить при бурении, также будут очень важны [1]).

---

[1]) В отечественной геофизической литературе область между корой и ядром Земли называется оболочкой или оболочкой Земли. Геологи называют эту область *мантией*. Последний термин получил особенно большое распространение после того, как В. В. Белоусов от имени советских ученых предложил международный проект «Верхней мантии».

Сверхглубокое бурение проектируется не только на океанах, но и на континентах. Естественно, что в последнем случае на первых порах вряд ли удастся достигнуть границы М. Однако бурение до промежуточного (или базальтового) слоя — до границы Конрада — также имеет большое значение.

Поскольку сейчас уже надежно установлено, что наружные слои Земли заметно отклоняются от сферической симметрии, то основная проблема, которая возникнет при интерпретации результатов проекта Мохол,— это вопрос о репрезентативности полученных данных. Этот момент недостаточно подчеркнут автором книги.— *Прим. перев.*

13

СЕЙСМОЛОГИЯ И ГЛУБОКИЕ НЕДРА ЗЕМЛИ

Рассмотрим теперь области Земли, расположенные под корой. Информацию об этих областях мы можем получить только методами сейсмологии. Действительно, сейсмические волны, возникающие при землетрясениях, проникают во все области земных недр и, выходя на поверхность, приносят с собой информацию о свойствах этих недр. Поэтому почти все количественные исследования по конкретным проблемам недр Земли прямо или косвенно основываются на сейсмологических результатах.

13.1. ПОВЕРХНОСТИ РАЗРЫВА ВНУТРИ ЗЕМЛИ [1])

Мы уже упоминали границу Мохоровичича, отделяющую земную кору от оболочки Земли. В гл. 12 мы видели, что на основании изучения времен пробега волн от близких землетрясений можно сделать вывод, что земная кора весьма неоднородна. И наоборот, времена пробега *P*- и *S*-волн указывают на значительно бо́льшую однородность свойств вещества Земли на большом протяжении под земной корой.

---

[1]) Поверхности, на которых претерпевают разрыв ϱ, k, μ и, таким образом, α и β, называются поверхностями разрыва первого рода, а если разрыв терпят производные этих величин, то границы называются поверхностями разрыва второго рода.— *Прим. перев.*

13.1.1. Существование ядра Земли

Предположение о существовании ядра Земли со свойствами, существенно отличными от свойств окружающей его оболочки, высказал Вихерт в 1897 г. Сейсмологические данные, подтверждающие это предположение, дал Олдгем в 1906 г., а в 1913 г. Гутенберг определил глубину границы ядра от внешней поверхности Земли — она оказалась равной 2900 *км*. Позднее более точные исследования Джеффриса указали для этой глубины значение, равное 2898 $\pm$ 4 *км* (эти цифры относятся к модели Земли, определенной в разд. 10.6.3).

Прямое указание на существование у Земли ядра связано с «зоной тени» для P-волн, выходящих на эпицентральных расстояниях примерно от 105 до 142°; в этой зоне тени амплитуды P-волн сильно уменьшены, а вблизи $\Delta = 142°$ снова наблюдаются большие амплитуды. Такая зона тени должна соответствовать наличию поверхности разрыва, при переходе через которую сверху вниз скорость P-волн резко уменьшается; волны, выходящие на эпицентральном расстоянии $\Delta = 142°$, соответствуют фазе PKP. Основные результаты наблюдений соответствуют случаю, описанному в разд. 7.3.8 (см. рис. 28), и ясно обнаруживают две ветви на годографе фазы PKP при $\Delta > 142°$.

Точное определение глубины, выполненное Джеффрисом, основывалось на данных наблюдений Гутенбергом и Рихтером, Скразом, Стехшульте и Тиллотсоном времен пробега фаз ScS и PcP. Наличие четких фаз ScS на многих записях землетрясений, полученных на небольших расстояниях от эпицентра, свидетельствовало о резкости этой границы разрыва. И действительно, эта граница определяется более четко, чем какая-либо другая граница в недрах Земли.

Область Земли, расположенная вне ядра, называется *оболочкой* [1]). Через оболочку проходят как P-, так и S-волны, а через ядро наблюдениями обнаружены только P-волны.

---

[1]) Как уже отмечалось (см. примечание на стр. 277), геологи вместо слова «оболочка» употребляют термин «мантия».— *Прим. перев.*

13.1.2. Поверхности разрыва в оболочке

Обозначим через α и β скорости P- и S-волн на расстоянии r от центра Земли, или на глубине z от ее поверхности. Пусть R — радиус Земли без земной коры (т. е. радиус кровли оболочки). Ниже границы М оболочка характеризуется значительно более плавным изменением α и β в функции z, чем в земной коре, расположенной над этой границей. Но все-таки здесь имеется заметная аномальная область во внешнем 1000-километровом слое, или в так называемой верхней мантии.

Ранние работы Байерли по изучению Монтанского землетрясения 28 июня 1925 г. и Леман по Исландскому и Азорскому землетрясениям 13 июля 1929 г. и 20 мая 1931 г. обнаружили резкое изменение градиента на кривой T (Δ) (годографе) P-волн на эпицентральном расстоянии вблизи 20°. Дальнейшее изучение Джеффрисом и Булленом восьми других хорошо записанных землетрясений подтвердило этот результат как для P-, так и для S-волн, а само явление было названо «20-градусной поверхностью разрыва». По данным, имевшимся к 1939 г., Джеффрис установил распределение скоростей P- и S-волн. Оказалось, что α и β равномерно возрастают по мере уменьшения r от 1,00 R до 0,94 R (где $z = 413$ *км*), а градиенты $\frac{d\alpha}{dz}$ и $\frac{d\beta}{dz}$ скачком увеличивались при $r = 0{,}94\ R$, после чего равномерно уменьшались до $r = 0{,}85\ R$ ($z \approx \approx 1000$ *км*), где принимали свои прежние значения; в этом решении α и β оставались непрерывными во всей рассматриваемой области глубин.

Данный случай соответствует картине, описанной в разд. 7.3.3, включая утроение кривых T (Δ) в некоторой области эпицентральных расстояний Δ. Чтобы точно вывести какое-либо распределение скорости, необходимо знать все детали соответствующей кривой T (Δ), включая детальное поведение верхних ветвей и изломы. На практике же в случае утроения кривой очень трудно определить и измерить с помощью сейсмографов с достаточной точностью все необходимые времена пробега вступлений после первого. Как подчеркивал Джеффрис, это вносит заметную неопределенность в получаемые значе-

ния скоростей, соответствующих 20°-границе. В расчетах 1939 г. он нашел, например, что имеющиеся данные лишь в весьма слабой степени отдают предпочтение варианту с непрерывными α и β при $r = 0{,}94\ R$. Все еще остается заметная неопределенность в значении глубины, на которой претерпевают разрыв производные $\frac{d\alpha}{dz}$ и $\frac{d\beta}{dz}$, так что термин «20°-поверхность разрыва» следует понимать скорее как общее описание явления, чем как законченную формулировку конкретных изменений скорости на какой-то определенной глубине.

В 1938 г. автор обратил внимание на то, что в районе 20°-границы (на глубине нескольких сотен километров от земной поверхности) происходит также резкое изменение электропроводности оболочки, как это следует из работы Прайса и Лахири.

На протяжении ряда лет начиная с 1939 г. Гутенберг использовал данные об амплитудах сейсмических волн для поиска указаний на отрицательные градиенты скоростей P- и S-волн на глубинах порядка 100—150 *км*. Если такие отрицательные градиенты скоростей действительно существуют и имеют такие значения, что нарушается условие $\frac{dv}{dz} > \frac{v}{r}$ (см. разд. 7.2.3), то проблема определения скоростей α и β в верхней мантии сильно усложнится.

В более поздних работах Джеффриса (1953, 1958) получена плавная кривая времен пробега P-волн (для Земли без коры) для эпицентральных расстояний от 0 до 15° с заметным изменением $\frac{dT}{d\Delta}$ между 15 и 16° и более слабым изменением этой производной на больших эпицентральных расстояниях. Расчеты Леман, Джеффриса и Буллена, основывающиеся на такого типа данных, показывают, что главное возрастание величины $\frac{d\alpha}{dz}$ может происходить скорее вблизи $z = 200$ *км*, чем 400 *км*, и что, возможно, имеются дополнительные более слабые аномалии между глубинами 200 и 1000 *км*. В работе 1962 г. Джеффрис указывает, что наличие 20°-границы в области Тихого океана представляется несомненным.

Другие сведения о структуре верхней мантии получаются из анализа сейсмических волн с периодами 3 *мин* и больше. Работа Дормана и др. согласуется с гипотезой Гутенберга о существовании области с отрицательными градиентами скоростей (см. разд. 14.4). Однако следует указать, что прежде чем делать окончательное заключение по этому вопросу, следует более тщательно изучить вопросы устойчивости и единственности решения.

Ценные дополнительные данные доставляют ядерные взрывы. В сейсмических записях ядерных взрывов, произведенных в 1961 г. по программе Гном (см. разд. 16.1), Ромни и другие исследователи обнаружили примечательные изменения времен пробега с азимутом. В направлении на северо-восток наблюдения согласовались с практически линейным годографом P-волн и значением скорости, равным 8,4 *км/сек*. В направлении на северо-запад времена пробега были больше на величину, достигавшую 10 *сек* и более вблизи $\Delta = 15°$, а затем уменьшались. Отсюда можно сделать вывод, что 20°-граница имеется в ряде районов, но не во всех.

Окончательное решение вопроса о распределении скоростей P- и S-волн в верхней мантии все еще остается одной из важнейших проблем физики земных недр. Берч указывал, что, когда будет изучена природа верхней мантии, мы сможем существенно продвинуться в понимании динамики земных недр.

В нижних областях оболочки, т. е. при $1000 < z < 2900$ *км*, изменение с глубиной скоростей P- и S-волн представляется менее сложным. Большинство работ по изучению времен пробега дает для градиентов скоростей P- и S-волн примерно одинаковые и нормальные значения вплоть до глубины 2700 *км*. Имеются указания на то, что в интервале глубин от 2700 до 2900 *км* происходит непрерывное уменьшение градиентов скоростей до значений, равных нулю.

13.1.3. Поверхности разрыва в ядре Земли

В зоне тени, находящейся в области расстояний $105 < \Delta < 142°$, все же наблюдаются некоторые фазы, которые принимали за P и PKP. В течение ряда лет эти наблюдения объясняли дифракцией волн на границе

ядра Земли, а также изломом на годографе при $\Delta = 142°$, т. е. явлениями, которые в действительности имеют отношение к многим наблюдаемым волнам. В 1936 г. Леман указала, что при наблюдениях некоторых волн, прослеживающихся на эпицентральных расстояниях меньше 142°, амплитуды достаточно велики, так что можно предположить существование *внутреннего ядра*, в котором скорости P-волн, значительно больше, чем в окружающей его области *внешнего ядра*. В 1938 г. Гутенберг и Рихтер, используя более полные данные, нашли веские подтверждения гипотезы Леман и дополнили ее описанием количественных деталей. Позднее Джеффрис применил теорию Эйри для дифракции вблизи каустики и ясно показал, что наблюдение импульсов PKP на расстояниях $\Delta < 142°$ не может быть удовлетворительно объяснено дифракцией. Наконец, совсем недавно Берк-Гаффни и Буллен, изучая сейсмограммы некоторых ядерных взрывов 1954 г., определили волны Леман и волны, соответствующие дифрагированным волнам,— они были раздельно записаны на одних сейсмограммах. В настоящее время существование внутреннего ядра твердо установлено. Область ядра Земли, расположенная над внутренним ядром, стала называться *внешним ядром*.

Наблюдения волн от землетрясений на Соломоновых о-вах и Целебесском море 9 января 1932 г. и 29 июня 1934 г. привели Джеффриса к заключению о существовании переходной зоны толщиной примерно 150 *км*, занимающей область $0{,}36\ R_1 < r < 0{,}40\ R_1$ между внутренним и внешним ядром (R_1 — радиус всего ядра Земли). Значение $0{,}36\ R_1$, соответствующее радиусу внутреннего ядра, равному 1250 *км*, по данным Джеффриса, возможно, нужно уменьшить примерно на 50 *км*. Те же данные привели Джеффриса к заключению, что переходная зона ядра характеризуется отрицательными значениями градиента $\frac{d\alpha}{dz}$. Он постулировал, что в этой зоне α пропорционально r (это соответствует условию $\frac{d\alpha}{dr} = \frac{\alpha}{r}$; см. разд. 7.2.3), и показал, что это предположение совместимо с таблицами Д.-Б., но не является единственным, удовлетворяющим этим таблицам. В формальном реше-

нии Джеффриса α возрастает скачком на 20% при переходе через границу переходной области и внутреннего ядра ($r = 0{,}36\ R_1$). Анализ 24 других землетрясений, независимо проведенный Болтом, подтверждает эти заключения (см. также разд. 13.8.3).

В противоположность выводам Джеффриса распределение скоростей в переходной зоне ядра, данное Гутенбергом, характеризуется резким возрастанием градиента $\frac{d\alpha}{dz}$ у подошвы внешнего ядра и постепенным уменьшением его с приближением к границе внутреннего ядра; в результате во всей переходной зоне α возрастает примерно на 10 %, а ход скоростей P-волн во всем ядре непрерывен.

Совсем недавно Калои (1961) сообщил, что он нашел на сейсмограммах фазу $PKiKP$, зарегистрированную на эпицентральном расстоянии 20° и соответствующую волне, отраженной вверх на границе внутреннего ядра. Калои рассматривает свой результат как веский аргумент в пользу распределения скоростей типа Джеффриса по сравнению с распределением скоростей типа Гутенберга.

Общим для всех распределений скоростей, предложенных для этой зоны, включая и первоначальные результаты Леман, является то, что α резко возрастает с глубиной вблизи границы внутреннего ядра. Это — важнейшая особенность рассматриваемой области Земли.

Изменение величины $\frac{d\alpha}{dz}$ во внешнем ядре плавное и нормальное, а во внутреннем ядре плавное, но аномально малое (хотя и положительное).

13.1.4. Разделение недр Земли на зоны

В 1940—1942 гг. автор, работая над проблемой распределения плотности (см. разд. 13.4.2—13.5), пришел к заключению, что удобно разделить недра Земли по глубине на зоны, и для обозначения этих зон использовал буквы A, B, . . ., G. Деление на зоны показано в приводимой ниже таблице. Оно основано на распределениях скоростей, которые следуют из таблиц Д.-Б. времен пробега. Для удобства вычислений в третьем столбце приведены глубины в километрах. Однако, как следует из пре-

Таблица 1

Зона	Уровень	Глубина, *км*	Характерные особенности зоны
----------	Внешняя поверхность	—	----------
A			Слои земной коры
----------	Подошва коры (расстояние R от центра Земли)	33	----------
B			Градиенты скоростей P- и S-олн постоянны и положигельны
----------	$0,94R$	413	----------
C			Переходная зона
----------	$0,85R$	984	----------
D			Градиенты скоростей P- и S-волн постоянны и положительны
----------	$0,548R=R_1$	2898	----------
E			Градиент скорости P-волн постоянный и положительный
----------	$0,40R_1$	4982	----------
F			Градиент скорости P-волн отрицательный
----------	$0,36R_1$	5121	----------
G			Градиент скорости P-волн малый и положительный
----------	Центр Земли	6371	----------

дыдущих обсуждений, в действительности положение большинства границ между зонами определено с меньшей точностью. Градиенты, указанные в последнем столбце, берутся по возрастающей глубине.

В 1950 г. автор подразделил зону D на D' (от 984 до 2700 *км*) и D'' (от 2700 до 2900 *км*) в соответствии с указа-

ниями (см. разд. 13.6.1 и 13.8.2) на уменьшение градиентов скоростей в зоне D'', имеющими существенное значение для физических свойств этой зоны.

Это разделение на зоны получило широкое распространение, и несмотря на остающиеся неопределенности оно служит полезной основой для рассмотрения различных областей земных недр. Весьма вероятно, что в дальнейшем определение зон B и C потребует существенных изменений; тем не менее представляется разумным сохранить обе буквы, B и C, для этой части Земли, введя, если потребуется на последующих стадиях исследований, индексы со штрихами, как это было необходимо для зоны D. Зона F представляет собой пример другой области внутри Земли, где в будущем возможны небольшие изменения в определениях (см. разд. 13.8.3).

13.2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ P- И S-ВОЛН

Как указывалось в разд. 10.4.4, данные по временам пробега показывают, что недра Земли весьма близки к сферической симметрии. Исключая те места, где это оговорено особо, мы можем пренебрегать отклонениями от сферической симметрии и применять методы, описанные в гл. 7, для выяснения распределений скоростей.

Табл. 2 и рис. 39 иллюстрируют распределения скоростей P- и S-волн, полученные Джеффрисом в 1939 г. на основе таблиц Д.-Б. времен пробега. Эти скорости относятся к стандартной модели Земли, определенной в разд. 10.6.3, и в общем согласуются с аналогичными данными других сейсмологов, которые также использовали весьма обширный наблюдательный материал, в особенности с результатами Гутенберга и Рихтера.

Табл. 2 не содержит значений скоростей S-волн для ядра Земли. Причины этого обсуждаются в разд. 13.3.

Из таблиц следует, что фазам P_n и S_n соответствуют скорости, равные 7,76 и 4,36 *км/сек*. Данные, полученные после 1939 г., показывают, что в то время как скорости порядка 7,8 и 4,4 *км/сек* для фаз P_n и S_n могут быть сопоставлены некоторым географическим районам, во многих других районах эти скорости могут достигать значе-

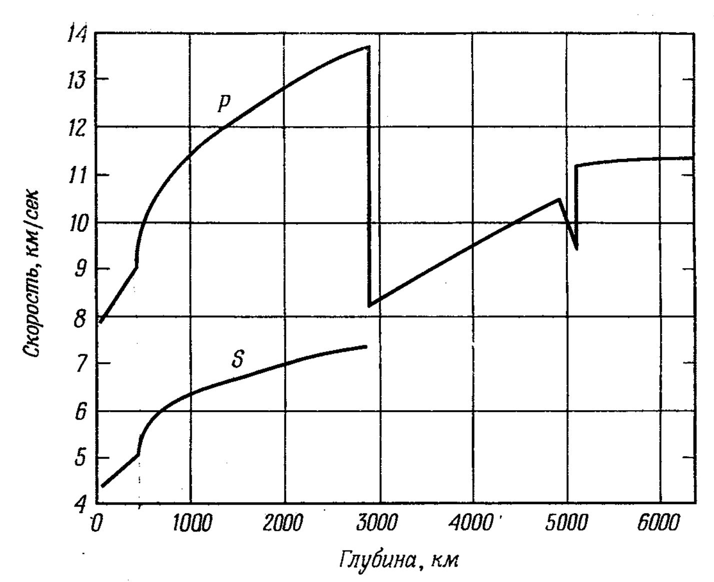


Рис. 39. Распределение скоростей P- и S-волн в недрах Земли.

Таблица 2

Зона	Глубина, км	Скорость P-волн, км/сек	Скорость S-волн, км/сек	Зона	Глубина, км	Скорость P-волн, км/сек
----------	33	7,76	4,36	----------	2898	8,10
	100	7,95	4,45		3000	8,22
B	200	8,26	4,60		3200	8,47
	300	8,58	4,76		3400	8,76
----------	413	8,97	4,96		3600	9,04
	600	10,25	5,66		3800	9,28
C	800	11,00	6,13	*E*	4000	9,51
(----------)	1000	11,42	6,36		4200	9,70
	1200	11,71	6,50		4400	9,88
	1400	11,99	6,62		4600	10,06
	1600	12,26	6,73	----------	4800	10,25
	1800	12,53	6,83	*F*	4982	10,44
D	2000	12,79	6,93		5121	(9,40)
	2200	13,03	7,02	----------	5121	11,16
	2400	13,27	7,12	*G*	5700	11,26
	2600	13,50	7,21	----------	6371	11,31
	2800	13,64	7,30			
----------	2898	13,64	7,30			

ний порядка 8,2 и 4,7 *км/сек.* Таким образом, эти таблицы нуждаются в поправках для значений скоростей непосредственно под корой. В то же время, начиная с глубины в несколько десятков километров под корой, основные неопределенности в верхней части оболочки касаются градиентов скоростей, а не самих скоростей. Имеются и другие заметные неопределенности, в особенности это касается зоны F.

Несмотря на то что остались различные неопределенности и после 1939 г. получено много важных новых данных, использование обсуждаемых таблиц для многих модельных задач имеет ряд преимуществ. Во-первых, эти таблицы имеют то преимущество, что они основаны на точном статистическом анализе весьма большого числа данных о временах пробега, и, кроме того, с их помощью уже получена большая информация о физическом строении земных недр. Во-вторых, указания на необходимость поправок еще часто противоречат друг другу в некоторых отношениях, и для общих целей лучше не вводить поправок, так как когда-нибудь может оказаться, что поправка сама нуждается в изменении на величину такого порядка. Тем не менее, как и в любой математической модели, весьма важно иметь представление о неопределенностях имеющихся в значениях скоростей, когда их распределения используют для других задач. Более детальное обсуждение этих неопределенностей дано в четвертом издании книги Джеффриса «Земля» [1]).

Заметим также, что для модели Земли без земной коры времена пробега в таблицах Д.-Б. описываются формулами

$$T = 490{,}5 \sin \frac{5\Delta}{3}, \qquad T = 933{,}7 \sin (1{,}56\Delta) \qquad (1)$$

для P- и S-лучей соответственно с точностью порядка 0,1 *сек.* С помощью 7(22) находим, что (1) приводит к следующим распределениям скоростей P- и S-волн:

$$v = ar^{-7/3}, \qquad v = br^{-2,12}, \qquad (2)$$

где a и b — постоянные.

---

[1]) Г. Джеффрис, Земля, ее происхождение, история и строение, М., ИЛ, 1960.— *Прим. перев.*

13.3. ФИЗИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ ОБОЛОЧКИ И ЯДРА ЗЕМЛИ

Поскольку через всю оболочку могут проходить как *P*-, так и *S*-волны, то это показывает, что она находится в твердом состоянии. Оболочка обладает заметной жесткостью (μ) вплоть до глубин порядка 2900 *км*.

Из данных сейсмограмм следует, что через ядро Земли могут проходить только *P*-, но не *S*-волны. Согласно уравнению 4(5), это указывает на то, что в целом жесткость земного ядра весьма незначительна и что бóльшая часть земного ядра, по крайней мере зона *E*, должна находиться по существу в жидком состоянии. (Имеются причины, которые заставляют предполагать, что *внутреннее* ядро может находиться в твердом состоянии; см. разд. 13.8.5.) Изучение амплитуд фазы *SKS* подкрепляет последнее заключение. Эти амплитуды намного больше, чем они были бы если бы жесткость μ в зоне *E* была порядка модуля сжатия *k*.

Однако существенно то, что указания на малость или даже равенство нулю жесткости в большей части ядра исходят не только из данных сейсмологии. Данные астрономических наблюдений о движении земных полюсов совместно с наблюдениями приливов в теле Земли дают информацию о жесткости Земли в целом. Жесткость оболочки Земли известна с хорошей точностью (см. разд. 13.5) из наблюдений над сейсмическими *S*-волнами и распределения плотности. Теоретически этих данных оказывается достаточно для оценки средней жесткости земного ядра. Вычисления, проделанные таким путем Такеучи в 1951 г. и Молоденским в 1955 г., непосредственно показывают, что жесткость внешнего ядра составляет не больше малой доли от его модуля сжатия или вообще равна нулю. (Строго говоря, этот вывод относится к поведению ядра под действием напряжений с периодами до 12 *час.*)

13.4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ В ЗЕМЛЕ

Начиная со знаменитого эксперимента Кавендиша в 1799 г., который использовал модификацию аппаратуры,

изобретенной Мичеллом, было известно, что средняя плотность Земли порядка 5,5 *г/см³*. Эта цифра указывала на то, что материал глубоких недр Земли должен быть значительно более плотным, чем типичные поверхностные горные породы. Недавно Джеффрис получил для средней плотности Земли значение 5,517 *г/см³* — он использовал значение гравитационной постоянной $G = 6{,}670 \cdot 10^{-8}$ СГС по данным Бойса и Хейла. Соответствующая величина массы Земли оказывается равной $5{,}977 \cdot 10^{27}$ *г*. Ошибка каждого из этих значений порядка $^{1}/_{1300}$.

Вторая получаемая из наблюдений постоянная, которой должно удовлетворять любое предлагаемое распределение плотности внутри Земли,— это значение момента инерции Земли относительно полярной оси I. Оказалось, что $I = 0{,}3335\, Ma^2$, где M и a — масса и средний радиус Земли. Эта величина определена с точностью до $^{1}/_{300}$ Джеффрисом при изучении им фигуры Земли и данных, связанных с ее влиянием на движение Луны.

13.4.1. Ранние модели распределения плотности

Обозначим через ϱ, p, k и μ соответственно плотность, давление, адиабатический модуль сжатия и жесткость на глубине z, отсчитываемой от внешней поверхности Земли (или на расстоянии r от центра Земли).

Ранние определения хода плотности в недрах Земли представлялись формальными математическими соотношениями, которые были в значительной мере произвольными и выводились для того, чтобы помочь в изучении крупномасштабных явлений на Земле и других планетах. Так, например, Лаплас выбрал химически однородную модель Земли, для которой положил $\frac{dk}{dp} = 2$. Это уравнение дает для плотности закон

$$\varrho = Ar^{-1} \sin Br. \qquad (3)$$

Рош выбрал еще более простой закон для плотности:

$$\varrho = A - Br^2. \qquad (4)$$

Если известны M и I, то в (3) и (4) могут быть определены постоянные A и B, и, следовательно, ϱ может быть рас-

считано численно как функция r. Закон Лапласа дает для плотности на поверхности и в центре рассматриваемой модели значение 2,6 и 11,2 *г/см³* соответственно, а закон Роша — 2,4 и 10,3 *г/см³*.

Вихерт принял во внимание наличие ядра Земли, но, чтобы получить определенный результат, положил плотности ϱ_0 и ϱ_1 в оболочке и ядре постоянными. Он получил $\varrho_0 = 3{,}4$ и $\varrho_1 = 8{,}4$ *г/см³*. Эти значения были в 1929 г. улучшены Джеффрисом до 4,27 и 12,04 *г/см³* соответственно.

13.4.2. Уравнения для градиента плотности

Огромная роль распределений скоростей P- и S-волн состоит в том, что они позволяют с помощью 4(4) и 4(5) надежно определить значения k/ϱ и μ/ϱ для большей части недр Земли. Если бы мы располагали численной информацией о какой-либо третьей явной функции любой из величин ϱ, k и μ, то значения всех трех этих величин можно было бы сразу же вычислить. В действительности же методика определения ϱ, k и μ является более сложной и основывается на множестве различных данных.

С помощью 4(4) и 4(5) мы можем написать

$$\frac{k}{\varrho} = \alpha^2 - \frac{4\beta^2}{3} = \varphi \tag{5}$$

и

$$\frac{\mu}{\varrho} = \beta^2, \tag{6}$$

где α и β — скорости P- и S-волн. Ниже с достаточной точностью мы можем положить $\mu = 0$ во всем внешнем ядре (см. разд. 13.4), так что k/ϱ, μ/ϱ и весьма важная величина φ могут считаться определенными из наблюдений с достаточно большой точностью от границы Мохоровичича до подошвы зоны E.

В рассматриваемой задаче мы можем считать, что напряжение в недрах Земли выражено через давление $(-p)$, равное среднему из главных напряжений (см. разд. 4.7). В строгой постановке вопроса ϱ должно считаться функцией давления p, температуры T и неопределенного числа параметров, определяющих химический состав. Для удобства временно выберем за аргумент

вместо температуры T энтропию S. Тогда для изменения ϱ с z в химически однородной области Земли можно написать

$$\frac{d\varrho}{dz}=\left(\frac{\partial\varrho}{\partial p}\right)_S\frac{dp}{dz}+\left(\frac{\partial\varrho}{\partial S}\right)_p\frac{dS}{dz}. \qquad (7)$$

Согласно 2(36), мы имеем при адиабатических изменениях в химически однородной среде

$$k\,d\varrho=\varrho\,dp. \qquad (8)$$

Пусть g обозначает ускорение силы тяжести на расстоянии r от центра Земли, а m — массу, заключенную внутри сферы радиуса r. Тогда по элементарной гидростатической теории и элементарной теории тяготения имеем

$$dp=g\varrho\,dz, \qquad (9)$$

где

$$g=\frac{Gm}{r^2}. \qquad (10)$$

Из (5), (9) и (10) следует, что первый член в правой части (7) равен $Gm\varrho/r^2\varphi$.

Далее, обозначим через α_p коэффициент теплового расширения при постоянном давлении, а через τ — нададиабатический температурный градиент на глубине z. С помощью известных термодинамических соотношений

$$\alpha_p=-\varrho^{-1}\left(\frac{\partial\varrho}{\partial T}\right)_p, \qquad (11)$$

$$\tau=\frac{dT}{dz}-\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S\frac{dp}{dz}=\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_p\frac{dS}{dz}$$

находим

$$\tau=-\frac{1}{\varrho\alpha_p}\left(\frac{\partial\varrho}{\partial S}\right)_p\frac{dS}{dz}. \qquad (12)$$

Из (12) находим, что второй член в правой части (7) равен $-\alpha_p\tau\varrho$.

Следовательно, (7) принимает вид

$$\frac{d\varrho}{dz}=\frac{Gm\varrho}{r^2\varphi}-\alpha_p\tau\varrho. \qquad (13)$$

Формула (13), в которой пренебрегалось членом с τ, была использована в 1923 г. Адамсом и Вильямсоном.

В 1936 г. ее использовал автор при выяснении распределения плотности во всей Земле. Член с τ введен в (13) Берчем, хотя и был получен им несколько другим способом.

Используя совместно теоретические и экспериментальные данные, Берч нашел, что отклонение от адиабатического температурного градиента на 1 *град/км* будет изменять правую часть (13) приблизительно на 10%. Исследования Аффеном (1952) и Ферхугеном (1954) распределения температур в недрах Земли показали, что реальные отклонения температур от адиабатических для большинства глубин должно быть значительно меньше чем 1 *град/км*. В 1956 г. автор показал, что, если при вычислении распределения плотности с помощью метода, изложенного в разд. 13.4.3, опустить член с τ в (13), что может давать ошибку порядка 10 %, ошибка в распределении плотности в оболочке Земли нигде не будет превышать 0,07 *г/см*^{3}. Следовательно, ниже при расчете плотности мы можем использовать упрощенную формулу

$$\frac{d\varrho}{dz}=\frac{g\varrho}{\varphi}=\frac{Gm\varrho}{r^2\varphi} \tag{14}$$

с достаточно хорошим приближением для тех областей Земли, которые химически однородны и не обнаруживают фазовых переходов.

13.4.3. Метод определения детального распределения плотности

При помощи (14) и соотношения

$$dm=4\pi r^2\varrho\,dr \tag{15}$$

мы можем формально определить распределение плотности для любой области значений r, для которой известно φ, а также начальные значения m и ϱ для некоторой точки этой области.

Обозначим через m' и ϱ' значения величин m и ϱ, которые они принимают непосредственно под границей М. Имеются указания, что ϱ' имеет значения порядка 3,3 *г/см*^{3}. Эти указания (см. разд. 12.7) следующие: 1) данные об общем увеличении (с глубиной) основности горных пород в наружных частях Земли и общей корреляции

между основностью, плотностью и скоростями сейсмических волн; 2) результаты лабораторных экспериментов с горными породами при давлениях до $2\cdot10^4$ *атм*; 3) возможность того, что средняя плотность Луны (3,34 *г/см³*) представляет верхний предел для ϱ'.

В 1936 г. автор использовал соотношения (14) и (15) для вывода пробного распределения плотности в оболочке между глубинами 33 и 2900 *км*, при этом принималось $\varrho' = 3{,}32$ *г/см³*, а m' равнялось массе Земли с вычетом поправки на земную кору. Поскольку, вообще говоря, значение ϱ' точно не известно, оценивалось влияние ошибки на точность расчета. Оказалось, что ошибка в значении 3,32 *г/см³* на 0,1 *г/см³* будет изменять массу глубже 400 *км* лишь на $^1/_{200}$. Влияние неопределенности в значении m', вероятно, также мало.

Для проверки пробного распределения плотности был вычислен соответствующий момент инерции оболочки и затем определена разность между известной величиной I для всей Земли и вычисленным значением; в результате получилась величина $I_1 = yM_1R_1^2$, где $y = 0{,}57$, а I_1, M_1 и R_1 — момент инерции, масса и радиус ядра Земли. Следовательно, y превышает значение 0,40 для однородной сферы. Это означает, что плотность в ядре должна заметно уменьшаться с глубиной,— заключение, которое не может быть принято из соображений устойчивости распределения плотности в ядре. Отсюда следует, что необходимо более строго рассмотреть предположения, которые делались при выводе пробного распределения плотности.

Главные предположения были следующими: а) принятое значение для ϱ'; б) пренебрежение членом с τ; в) пренебрежение возможными изменениями химического состава или фазовыми переходами В отношении предположения (а) вычисления показали, что для того чтобы уменьшить y от 0,57 до 0,40, ϱ' нужно было бы поднять по крайней мере до значения 3,7 *г/см³*. Но все имеющиеся факты свидетельствуют против столь большого значения ϱ'. В отношении предположения (б) было показано, что заметный температурный эффект может привести только к увеличению значения y. Таким образом, с боль-

шой вероятностью получается, что неверным было предположение (в), и, следовательно, где-то в оболочке, между корой и ядром Земли, должно происходить заметное изменение химического состава (или должны иметь место фазовые изменения). Дальнейшее изучение этого вопроса показало, что по крайней мере бóльшая часть этих изменений должна происходить высоко в оболочке, и наиболее вероятно в верхней мантии.

Следовательно, упрощенное уравнение (14) неприменимо во всех без исключения зонах B, C и D оболочки Земли. В результате методика поиска пробного распределения плотности была изменена. Мы отказались от использования уравнения (14) для зоны C. Вследствие аномальных значений градиентов скоростей в этой зоне было естественно предположить, что именно в ней имеют место основные неоднородности оболочки Земли. В связи с этим сразу же возникла неопределенность из-за отсутствия уравнения для $\frac{d\varrho}{dz}$ в слое C и, следовательно, также отсутствия начальных значений ϱ и m для какой-либо точки в зоне D. Однако простая зависимость α и β от ϱ согласно 4(4) и 4(5) указывает, что разрывы непрерывности в величинах α, β, $\frac{d\alpha}{dz}$ и $\frac{d\beta}{dz}$ должны, по-видимому, сопровождаться соответствующими разрывами в ϱ и $\frac{d\varrho}{dz}$. Таким образом, исходя из распределения скоростей в разд. 13.2, представлялось разумным предположить, что ход плотности ϱ непрерывен во всех зонах B, C и D, градиент плотности $\frac{d\varrho}{dz}$ претерпевает разрыв на границе между зонами B и C, а на протяжении всей зоны C он непрерывен. Для изменения хода плотности с глубиной в слое C был выбран квадратичный закон, постоянные в котором определялись с помощью только что установленных условий. Тогда можно определить единственное распределение плотности в оболочке при условии, что нам достаточно хорошо известна плотность в ядре Земли.

В своих исследованиях в период с 1936 по 1942 гг. автор применил уравнение (14) также к ядру Земли. Здесь начальные значения m и ϱ ограничены условием,

согласно которому $m = 0$ при $r = 0$, и неопределенность связана с тем, что не известно значение плотности ϱ'' в центре Земли. Однако оказалось, что имеется мощное средство контроля допустимых значений плотности на протяжении всех областей B, C, D и E. Этим средством оказалось значение момента инерции. В результате расчетов было получено значение 12,3 *г/см* в качестве нижнего предела ϱ''. Увеличение этого значения на 5 *г/см*^{3} влияло на формально вычисленные плотности не больше чем на 0,03 *г/см*^{3} в оболочке и на 0,4 *г/см*^{3} во внешнем ядре.

Таким образом, удалось с довольно хорошей точностью рассчитать распределение плотности во всей Земле, кроме зон F и G, т. е. примерно для 99% объема Земли. Вопрос о плотности внутреннего ядра будет рассмотрен в разд. 13.6.2 и 13.8.4.

13.5. МОДЕЛЬ А БУЛЛЕНА

В 1940—1942 гг. были произведены вычисления на основе идей, описанных в разд. 13.4.3. В них использовались данные о распределении скоростей, приведенные в разд. 13.2. Расчеты проводились при следующих двух крайних предположениях: 1) $\varrho'' = 12{,}3$, 2) $\varrho'' = 22{,}3$ *г/см*^{3} (последнее значение было выбрано весьма произвольно). Полученные распределения показаны в табл. 3.

Модель со значениями плотности, равными средним значениям распределений (1) и (2), была названа моделью А. Строго говоря, из-за нелинейности уравнений (14) и (15) это среднее значение не имеет простого физического смысла, что подтвердилось при расчете модели A; однако расчеты Болта показали, что эффект нелинейности не приводит ни к каким особым осложнениям в нашем случае. На рис. 40 показано распределение плотности для модели А Буллена от земной коры до подошвы зоны E.

Согласно 4(4) и 4(5) определение плотности фиксирует также упругие параметры k и μ, а с помощью 2(35), 2(39) и 2(40) параметр Лямэ λ, модуль Юнга E и коэффициент Пуассона σ. В табл. 4 и на рис. 41 приведены значения этих параметров в модели А в единицах 10^{12} *дин/см*^{2} (или 10^6 *бар*).

Таблица 3

Зона	Глубина, *км*	Плотность, *г/см*^{3}	
--------	33	3,32	
	100	3,38	
B	200	3,47	
	300	3,55	
	413	3,64	
--------		*Гипотеза 1*	*Гипотеза 2*
	500	3,88	3,90
C	600	4,11	4,14
	800	4,46	4,52
(--------)	1000	4,65	4,71
	1400	4,88	4,95
	1800	5,10	5,17
D	2200	5,31	5,37
	2600	5,51	5,57
	2898	5,66	5,72
--------	2898	9,7	9,1
	3000	9,9	9,2
E	3500	10,5	9,8
	4000	11,1	10,3
	4500	11,6	10,8
--------	4982	11,9	11,1
F			
--------	5121	12,0	
G			
--------	6371	12,3	22,3

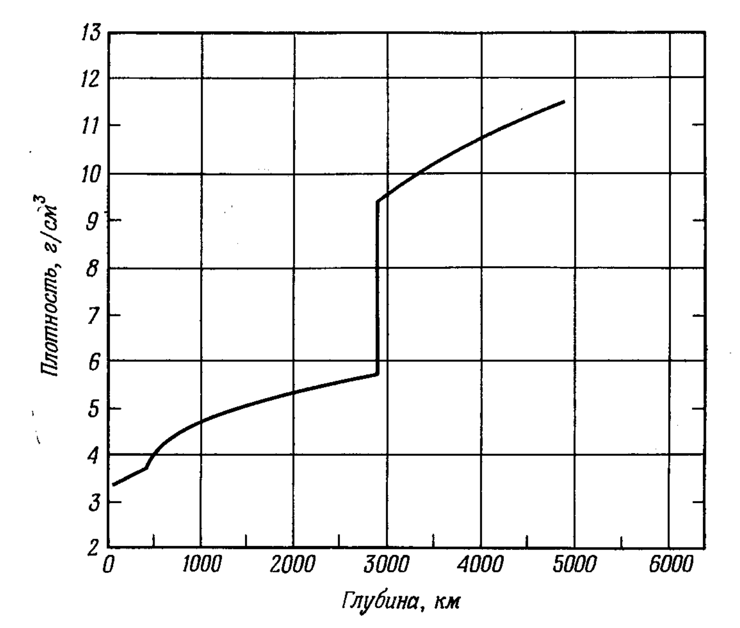


Рис. 40. Распределение плотности в модели А Буллена.

Таблица 4

Зона	Глубина, км	λ	μ	k	E	σ
----------	33	0,74	0,63	1,16	1,60	0,269
	100	0,80	0,67	1,24	1,70	0,272
B	200	0,90	0,74	1,38	1,89	0,275
	300	1,01	0,81	1,54	2,07	0,277
----------	413	1,14	0,90	1,73	2,30	0,280
	500	1,42	1,10	2,15	2,82	0,283
C	600	1,69	1,32	2,57	3,38	0,281
	800	2,06	1,69	3,19	4,31	0,275
(----------)	1000	2,33	1,89	3,59	4,82	0,276
	1400	2,76	2,15	4,20	5,51	0,281
	1800	3,27	2,39	4,87	6,16	0,288
D	2200	3,81	2,63	5,57	6,81	0,295
	2600	4,32	2,88	6,23	7,49	0,300

Зона	Глубина, км	λ	μ	k	E	σ
	2898	4,49	3,03	6,51	7,87	0,300
	2898	6,2		6,2		0,5
	3000	6,5		6,5		0,5
E	3500	8,1		8,1		0,5
	4000	9,7		9,7		0,5
	4500	11,1		11,1		0,5
	4982	12,6		12,6		0,5

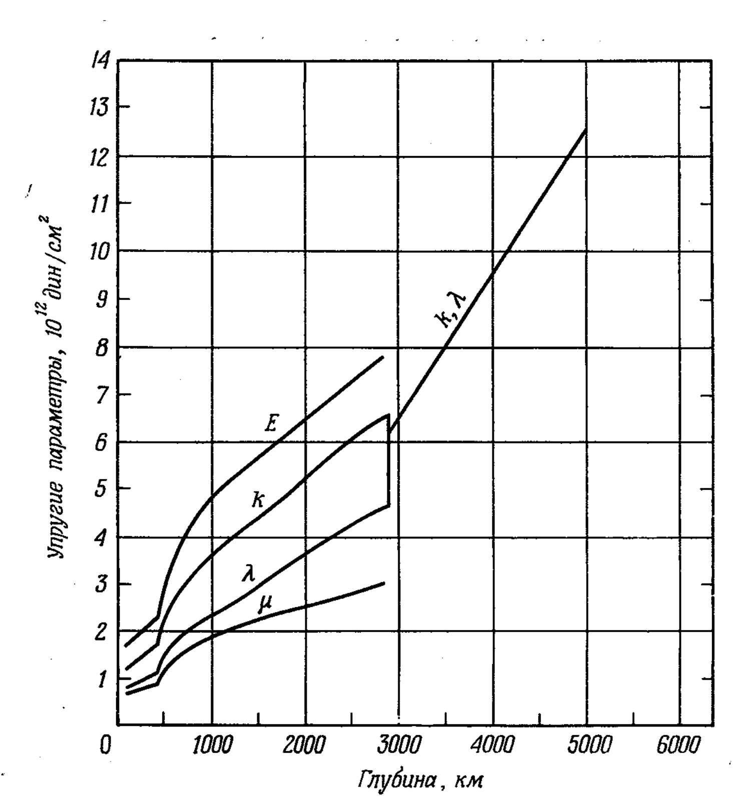


Рис. 41. Распределение упругих параметров в недрах Земли.

Зная распределение плотности, мы можем с помощью (10) вычислить распределение ускорения силы тяжести g. Ниже приводятся эти результаты для оболочки Земли:

Глубина, *км*	g, *см/сек*^{2}	Глубина, *км*	g, *см/сек*^{2}	Глубина, *км*	g, *см/сек*^{2}
0	982	600	1001	1800	985
33	985	800	999	2000	986
100	989	1000	995	2200	990
200	992	1200	991	2400	998
300	995	1400	988	2600	1009
413	998	1600	986	2898	1037

Можно заметить, что вплоть до глубины 2400 *км* $g = 990$ *см/сек*^{2} с точностью до 1%. Для многих задач с хорошим приближением g можно считать постоянной до этой глубины. Максимальное значение величина g принимает на границе оболочка — ядро. Внутри ядра g монотонно убывает от своего максимального значения

Таблица 5

Зона	Глубина, *км*	Давление, 10^{12} *дин/см*^{2}	Зона	Глубина, *км*	Давление, 10^{12} *дин/см*^{2}
----------	33	0,009		3000	1,47
	100	0,031		3200	1,67
B	200	0,065		3400	1,85
	300	0,100		3600	2,04
----------	413	0,141	*E*	3800	2,22
C	600	0,213		4000	2,40
	800	0,300		4200	2,57
(----------)	1000	0,392		4400	2,73
	1400	0,58		4600	2,88
	1800	0,78	----------	4800	3,03
D	2200	0,99	*F*	4982	3,17
	2600	1,20	----------	5121	3,27
	2800	1,32	*G*	5700	3,71
----------	2898	1,37	----------	6371	3,89

до нуля в центре Земли. Модель А Буллена дает для g на глубине 4000 *км* значение 800 *см/сек*^{2}, которое может отличаться от истинного на 4%. При еще больших глубинах

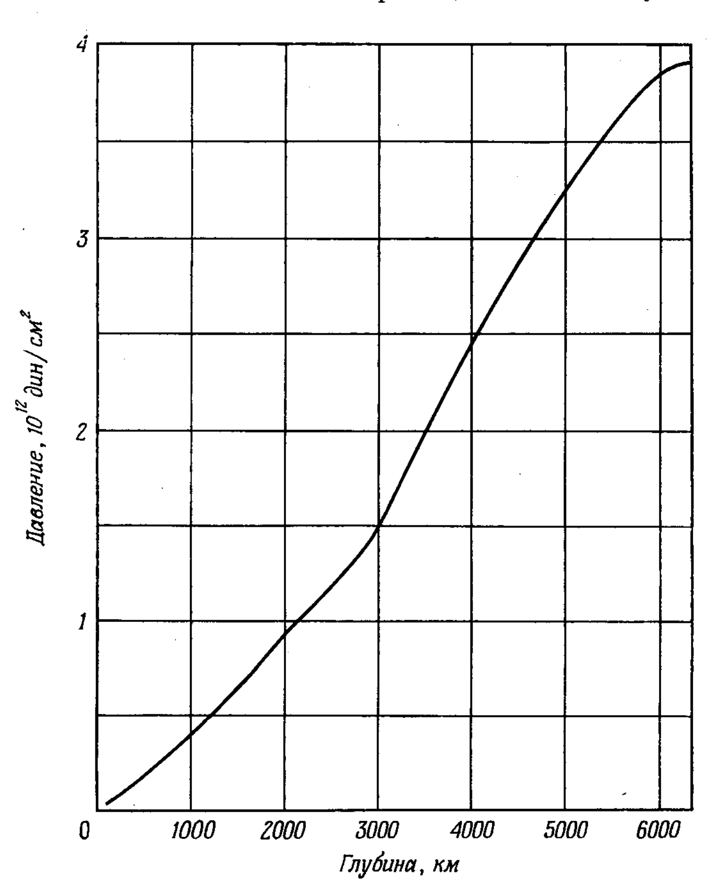


Рис. 42. Распределение давления в недрах Земли.

неопределенности в величине g возрастают из-за существенной неопределенности величины ϱ''.

Наконец, распределение давления получается численным интегрированием формулы (9). Давления для модели А приведены в табл. 5 и на рис. 42. Реальные значения

давлений в Земле вряд ли отклоняются от этих значений больше чем на 8% в зонах F и G и больше чем на 3 % в остальных зонах.

Другие модели Земли строили многие авторы, в частности Болт и Буллард. Их расчеты обычно основываются на модели А Буллена или содержат искусственные предположения с целью исследовать их влияния на возможные отклонения от модели А. Вторая модель автора, весьма близкая к модели А, рассматривается в разд. 13.6.

Бот (1954) изучал скачок плотности $\Delta\varrho$ на границе оболочка — ядро по изменению амплитуды и фазы волны при отражении сейсмических волн от этой границы. По наблюдению фазы PcP он пришел к заключению, что $\Delta\varrho > 0$.

Модель, соответствующая гипотезе (1) в табл. 3, называется моделью А′ Буллена [1]).

13.6. МОДЕЛЬ Б БУЛЛЕНА

13.6.1. Гипотеза о соотношении сжимаемость — давление

Модуль сжатия k, плотность ϱ и модуль сдвига μ являются теми тремя параметрами, значения которых определяют важнейшие физические характеристики материала в любой точке земных недр. Замечательной особенностью является то, что на границе оболочка — ядро величина k испытывает изменение всего на 5% (уменьшается), в то время как изменения ϱ и μ весьма велики. Неопределенности в исходных гипотезах, на которых основана эта модель, позволяют принять изменение k равным нулю.

Вторая замечательная особенность этой модели выявилась при изучении автором (1949) поведения величины $\frac{dk}{dp}$. Для химически однородной области, в которой можно пренебречь членом с τ, из соотношений (5), (8) и (9) мы

[1]) Важнейшей моделью Земли является модель А′ Буллена (и примыкающие к ней современные модели). Это еще раз было подтверждено в детальных расчетах В. Л. Панькова и В. Н. Жаркова. Модель А Буллена «испорчена» гипотезой 2.— *Прим. перев.*

имеем

$$\frac{dp}{d\varrho}=\varphi,$$

и, следовательно,

$$\frac{dk}{dp}=\frac{d(\varphi\varrho)}{\varphi\, d\varrho}=1+\frac{\varrho\, d\varphi}{\varphi\, d\varrho}=1+g^{-1}\frac{d\varphi}{dz}. \qquad (16)$$

Значения $\frac{dk}{dz}$ можно определить непосредственно с помощью сейсмических данных о скоростях, и для глубин от 2500 до 2700 *км* (т. е. для нижних 200 *км* слоя D') эта величина равна $2{,}2\cdot10^3$ *см/сек*^{2}; для внешних 200 *км* зоны E она равна $2{,}1\cdot10^3$ *см/сек*^{2}. Величина g на этих глубинах равна примерно 1000 *см/сек*^{2}. По мнению Берча, зоны D' и E характеризуются примерно однородным химическим составом, так что к ним применимо уравнение (16). В результате мы получаем $\frac{dk}{dp}=3{,}2$ и 3,1 для основания зоны D' и верхней части зоны E соответственно. Таким образом, возникает предположение, что $\frac{dk}{dp}$ так же, как и k, примерно непрерывно на границе между оболочкой и ядром Земли.

Необходимо отметить, что внутри зоны D'' значение $\frac{d\varphi}{dz}$ постепенно спадает до нуля, так что формальное применение (16) будет приводить к величинам $\frac{dk}{dp}$, уменьшающимся в зоне D'' до единицы. Однако такое уменьшение, будучи непрерывным, указывает на заметное постепенное изменение химического состава, что делает неприменимым уравнение (16) к слою D''. Таким образом, рассматриваемый метод не может быть применим для определения величины $\frac{dk}{dp}$ в слое D'', и, следовательно, тем самым снимается возражение против непрерывности величины $\frac{dk}{dp}$ между оболочкой и ядром Земли. Вопрос о неоднородности слоя D'' будет еще раз рассмотрен в разд. 13.8.2.

Резкое различие в поведении на границе оболочка — ядро между k и $\frac{dk}{dp}$, с одной стороны, и ϱ и μ — с другой (первые изменяются очень слабо, а вторые — очень силь-

но), привело автора к гипотезе об изменении сжимаемости с глубиной. В первоначальном своем виде (1946) гипотеза утверждала, что при давлениях выше миллиона атмосфер величина k для обычных материалов зависит в основном от давления и не зависит от состава. Однако, познакомившись с вычислениями Фейнмана и других, которые указывали на небольшую, но существенную зависимость k от среднего атомного номера Z, автор в 1949 г. видоизменил свою гипотезу. Теперь гипотеза сжимаемость — давление утверждает, что с хорошим приближением для материалов, слагающих недра Земли глубже 1000 *км*, k является непрерывной функцией p.

В работе автора 1952 г., связанной с этой проблемой, приведены аргументы в пользу того, что средний атомный номер вещества, слагающего зону E, не превышает 28 (значение для никеля) и может доходить до 23. В дальнейшем Кнопов и Мак-Дональд (1960) привели доводы в пользу значения 23, в то время как Берч (1961) считает наиболее вероятным значение 25.

13.6.2. Построение модели Б Буллена [1])

В 1950 г. автор предложил вторую модель Земли — модель Б. Она основана на гипотезе, по которой глубже 1000 *км* k и $\frac{dk}{dp}$ являются непрерывными функциями давления p.

При выводе распределения плотности в модели Б Буллена применялось приближенное уравнение (14) для зон D' и E, которые согласно имеющимся данным наиболее близки к химической однородности. В этом уравнении

---

[1]) Следует обратить внимание на то, что гипотеза сжимаемость — давление Буллена, вообще говоря, не верна и, таким образом, не может служить сколько-нибудь надежным обоснованием при разработке моделей Земли. Это уже следует из цитированной работы Фейнмана и других, где рассмотрены свойства веществ при сверхвысоких давлениях (больше 10^8 *атм*), когда электронные оболочки атомов и ионов раздавлены и индивидуальные свойства веществ в значительной степени нивелированы. При меньших давлениях [$(1—3)\cdot 10^6$ *атм*], которые господствуют в недрах Земли, атомные оболочки еще сохранены и поэтому сохраняются еще индивидуальные свойства веществ. Тем самым гипотеза сжимаемость — давление не имеет под собой физической почвы.— *Прим. перев.*

величина φ выражалась через скорости α и β, определенные методами сейсмологии. Для зон D'', F и G также использовались значения скоростей α и β, но только в соединении с $k - p$-гипотезой. Для областей, расположенных над зоной D', значения сейсмических скоростей α и β не использовались из-за неопределенности этих значений в верхней мантии.

Применение методики, изложенной в предыдущем абзаце, совместно с известными значениями массы и момента инерции Земли позволило установить довольно узкие пределы распределения плотности в верхней мантии. В частности, на глубинах приблизительно между 200 и 1000 *км* по условиям этой модели не получалось заметного уменьшения ϱ с уменьшением глубины в отличие от модели А. По этой причине было постулировано, что распределение плотности на значительном протяжении глубин выше зоны D' определяется плавной экстраполяцией этого распределения от зоны D до уровня, скажем, $z = b$. Далее было постулировано, что выше глубины $z = b$ справедливо распределение плотности, которое получается по модели А Буллена. В результате оказалось, что на глубине $z = b$ имеет место скачок плотности ϱ на величину 0,5 *г/см*^{3}, а $b = 80$ *км*. Эти дополнительные постулаты не имеют какого-либо глубокого смысла, а введены лишь с целью сделать модель определенной и согласованной с уже сделанными ранее гипотезами. В связи с этим рассматриваемая модель дает довольно произвольные значения плотности для наружного слоя толщиной примерно 200 *км*. Скачку плотности вблизи $z = 80$ *км* не следует придавать какого-либо значения, так как он в модели Б получился чисто формально.

Разд. 13.8 содержит общие указания для метода определения плотности по модели Б Буллена в областях ее аномального изменения.

Зная распределение плотности в модели Б, мы можем определить величины p, k, μ, E, σ и g так же, как это делалось для модели А. В табл. 6 приводятся результаты для модели Б в тех же единицах, которые использовались для представления данных модели А. При определении упругих параметров необходимо использовать зна-

Таблица 6

Свойства модели Б Буллена

Зона	Глубина	ρ	p	k	μ	g
-------	33	3,32	0,009	1,16	0,63	985
	80	3,36	0,025	1,22	0,66	986
	80	3,87	0,025	(1,40)	(0,76)	986
$(B,\ C)$	200	3,94	0,071	(1,58)	(0,83)	985
	400	4,06	0,150	(1,92)	(0,99)	983
	600	4,18	0,231	(2,61)	(1,34)	980
-------	1000	4,41	0,400	3,37	1,78	976
	1400	4,63	0,58	3,96	2,03	976
D'	1800	4,84	0,76	4,58	2,25	982
	2200	5,03	0,96	5,26	2,48	997
	2600	5,22	1,16	5,89	2,71	1010
-------	2700	5,27	1,22	6,13	2,81	1042
D''	2898	5,57	1,33	6,40	2,97	1069
-------	2898	9,74	1,33	6,4	0,0	1069
	3500	10,60	1,95	8,2	0,0	937
E	4000	11,16	2,42	10,1	0,0	815
	4500	11,63	2,85	11,6	0,0	647
-------	4982	12,00	3,22	12,1	0,0	607
F -------	5121	15,4	3,33	13,6	(3,2)	573
G -------	6371	18,1	3,95	16,4	(5,0)	0

чения скоростей сейсмических волн α и β. В области верхней мантии это приводит к осложнениям, так как изменения α и β, приведенные в разд. 13.2, не согласуются с изменениями ϱ в модели Б (в то время как в модели А они согласовались). По этим причинам значения величин k и μ между 80 и 1000 *км* заключены в скобки и приведены только для общей картины. Значения μ во внутреннем ядре также заключены в скобки; они формально получены при помощи (5) и (6) и приведенных данных для α, ϱ, k и могут оказаться сильно завышенными. Некоторые из цифр в таблице содержат малые поправки и еще не публиковались в предыдущих работах.

13.7. ЭЛЛИПТИЧНОСТЬ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПОСТОЯННОЙ ПЛОТНОСТИ В НЕДРАХ ЗЕМЛИ

С помощью известного распределения плотности мы можем рассчитать величину эллиптичности, о которой говорилось в разд. 10.9.2. Пусть момент инерции (относительно диаметра) вещества, заключенного внутри сферы радиуса r модели Земли, равен zmr^2, где m обозначает, как и раньше, массу рассматриваемой сферы. По известному распределению плотности легко может быть рассчитано значение коэффициента z. Величина η, определяемая соотношением 10(31) для соответствующей уровенной поверхности внутри реальной Земли, затем легко может быть найдена с помощью приближенного выражения

$$1-\frac{3}{2}z=\frac{2}{5}(1+\eta)^{1/2}, \qquad (17)$$

полученного Радо и Дарвином при их исследованиях фигуры Земли. Справедливость последнего уравнения зависит от вида распределения плотности внутри Земли и была подтверждена для модели А Буллена.

Тот факт, что значения η и ε, приведенные в разд. 10.9.2, рассчитывались с помощью распределения плотности, которое само определялось с использованием скоростей P- и S-волн, полученных по данным таблиц времен пробега без поправки на эллиптичность, не имеет большого значения, так как поправки на эллиптичность (см. разд. 10.9.2) малы. В гл. 10 уже указывалось, что количественное исследование строения глубоких недр Земли в основном проводится методом последовательных приближений. Только после достаточного числа последовательных приближений можно получить искомые численные результаты с точностью, указанной для этих результатов в гл. 10 и настоящей главе.

13.8. ДАЛЬНЕЙШИЕ СЛЕДСТВИЯ ИЗ $k-p$-ГИПОТЕЗЫ

13.8.1. Связь между градиентами ϱ и φ

Рассмотрим некоторую область Земли, не обязательно однородную, в которой k и ϱ являются непрерывными функциями z. Будем пренебрегать температурными эффектами,

которые могут быть учтены так же, как и в разд. 13.4.2. Поскольку $k = \varphi\varrho$, то

$$\frac{dk}{dp}\frac{dp}{dz} = \varrho\frac{d\varphi}{dz} + \varphi\frac{d\varrho}{dz}$$

и согласно (9)

$$\frac{d\varrho}{dz} = \frac{g\varrho}{\varphi}\frac{dk}{dp} - \frac{\varrho}{\varphi}\frac{d\varphi}{dz} = \frac{\eta g\varrho}{\varphi}, \tag{18}$$

где

$$\eta = \frac{dk}{dp} - g^{-1}\frac{d\varphi}{dz}. \tag{19}$$

Сравнение (14) и (18) показывает, что коэффициент η является показателем отклонения среды от химической однородности; он равен единице для химически однородных областей и больше единицы при отклонениях от однородности. Выражение (19) для η служит важным обобщением (16).

Согласно (9) и (18), η также дает отношение k к $\varrho\frac{dp}{d\varrho}$, что было использовано Болтом при рассмотрении им моделей Земли.

13.8.2. Градиент плотности в области D''

Анализ, проведенный в разд. 13.6.1, показал, что формула (16) неприменима в зоне D''. Вместо нее для определения $\frac{d\varrho}{dz}$ мы используем обобщенное соотношение (19) совместно с $k-p$-гипотезой. Согласно $k-p$-гипотезе, внутри зоны D'' должно быть $\frac{dk}{dp} \approx 3$, т. е. $\frac{dk}{dp}$ равно значению, которое оно принимает непосредственно выше и ниже D''. По данным разд. 13.2 внутри D'' $\frac{d\varphi}{dz} \approx 0$, что дает $\eta \approx 3$ для этой зоны. Таким образом, особенностью зоны D'' является то, что градиент плотности в ней примерно в три раза больше того значения, которое он имел бы, если бы эта область была химически однородной. Отсюда мы приходим к важному выводу, что или в нижних 200 *км* оболочки произошло накопление более плотного материала или же на протяжении этого слоя происходят непрерывные фазовые переходы.

Величина g определена в D'' достаточно надежно для наших целей, поэтому (19) показывает, что последнее заключение существенно зависит от предполагаемых значений $\frac{dk}{dp}$ и $\frac{d\varphi}{dz}$. Даже если k — p-гипотеза нуждается в некотором видоизменении, то все равно из физических соображений вытекает, что в этой области Земли $\frac{dk}{dp}$ должно быть существенно больше единицы. Следовательно, заключение о существенной неоднородности внутри зоны D'' может быть устранено, только если окажется, что нужно поднять градиенты скоростей в этой зоне до значений, приблизительно равных градиентам нижней части зоны D'.

13.8.3. Градиент плотности в зоне F

Результаты расчетов для модели Б Буллена (разд. 13.6.2) содержат весьма большое возрастание плотности (на 3,4 *г/см*³) на протяжении узкого интервала глубин (140 *км*), занимаемого слоем F. С помощью уравнений (18) и (19) совместно с k — p-гипотезой и распределением скоростей Джеффриса легко определить последствия столь большого градиента плотности. Значения скоростей дают

$$\frac{d\varphi}{dz} \approx -15 \cdot 10^3 \text{ см/сек}^2$$

для зоны F. Полагая в (19) $g \approx 600$ *см/сек*² и $\frac{dk}{dp} \approx 5$, получаем для зоны F $\eta \approx 30$. Градиент плотности, соответствующий такому значению η, значительно превышает аналогичную величину для слоя D'', а также градиент плотности в любой другой области Земли (исключая места реальных разрывов плотности).

Аномально высокая величина η для зоны F очень сильно зависит от того, какой градиент скоростей P-волн предполагался для этой зоны, и неопределенна в той же степени, в какой неопределенно $\frac{d\varphi}{dz}$ (см. разд. 13.8.2). Одна из важнейших задач сейсмологии как раз и заключается в уменьшении последней неопределенности или, по крайней мере, в определении реальных пределов средней величины $\frac{d\alpha}{dz}$ в зоне F.

Недавно Болт (1962) вывел новое распределение скоростей P-волн от глубины 4560 *км* до центра Земли. Его предварительные результаты следующие: $\frac{d\alpha}{dz}$ уменьшается до нуля в интервале $4560 < z < 4710$ *км*; при $z = 4710$ *км* α скачком возрастает от 10,03 до 10,31 *км/сек*; $\frac{d\alpha}{dz}$ близко к нулю в слое $4710 < z < 5160$ *км*; при $z = 5160$ *км* α снова скачком возрастает от 10,31 до 11,23 *км/сек*; в интервале $5160 < z < 6370$ *км* $\frac{d\alpha}{dz}$ снова близко к нулю. Эта модель совместима с данными, которые использовал Джеффрис при получении отрицательного градиента скорости в зоне F. Большой отрицательный градиент скорости, предложенный Джеффрисом для зоны F, заменяется в модели Болта градиентами, близкими к нулю, но распространенными на значительно бóльшую область глубин, чем слой F. Новая модель не является простой альтернативой модели Джеффриса. Наличие двух скачков скорости α в ядре Земли требует, чтобы кривая $T(\Delta)$ для волн, проходящих через ядро, имела две раздельные ветви типа $B''C''D''$ на рис. 25, *в* (см. разд. 7.3.3); Болт выбрал распределение скоростей так, чтобы вторая ветвь описывала ранние вступления P-волн (предшествующие фазе *PKIKP*) для $\Delta < 142°$, которые были найдены на сейсмограммах Гутенбергом (1958), а также Берк-Гаффни и автором.

Новая модель, так же как и предыдущие, не является единственно возможной, а скорее представляет простейшую возможность, которая позволяет согласовать все имеющиеся данные. Она дает лучшую основу для рассмотрения свойств переходной зоны между внешним и внутренним ядром. С помощью (19) при устранении отрицательных градиентов $\frac{d\alpha}{dz}$ новая модель дает значения плотности, согласующиеся с заметно уменьшенным значением плотности в центре Земли.

13.8.4. Плотность во внутреннем ядре (в зоне G)

Как следует из распределений скоростей и Джеффриса и Гутенберга, величина $\frac{d\varphi}{dz}$ на протяжении внутреннего

ядра положительна, но аномально мала. С помощью k—p-гипотезы, так же как в разд. 13.8.2 и 13.8.3, из (19) получаем для внутреннего ядра $\eta \approx 4$. Это указывает, что степень неоднородности состава внутреннего ядра сравнима по величине с неоднородностью зоны D''. Исходя из предположений модели Б Буллена, в зоне G плотность возрастает на 2,7 *г/см*³ и в центре Земли достигает значения 18,1 *г/см*³. Автор показал, что если использовать распределение скоростей Болта, то плотность в центре может быть понижена до 15 *г/см*³; при этом не исключены и бóльшие значения.

13.8.5. Твердость внутреннего ядра

Важнейшим результатом наблюдений для ядра Земли является существование (разд. 13.1.3) резкого увеличения скорости α при переходе из внешнего ядра во внутреннее. Переписав 4(4) в виде

$$k + \frac{4\mu}{3} = \varrho\alpha^2, \tag{20}$$

мы замечаем, что такое увеличение α должно быть обусловлено резким увеличением k или μ (или обеих этих величин), так как ϱ — возрастающая функция глубины. Если бы внутреннее ядро было жидким, то, конечно, модуль μ не возрастал бы и тогда потребовалось бы такое большое возрастание k, при котором серьезно нарушаются условия k — p-гипотезы. По этой причине автор в 1946 г. пришел к выводу, что внутреннее ядро находится в твердом состоянии (для напряжений с периодами порядка тех, которые имеются в сейсмических волнах). На основании экспериментальных и теоретических данных об изменении k с изменением атомного номера Буллен оценил, что увеличение k вблизи границы внутреннего ядра вряд ли превосходит одну пятую от того роста k, который необходим для жидкой модели внутреннего ядра, и что жесткость внутреннего ядра, вероятно, находится в пределах $(2—5)\cdot 10^{12}$ *дин/см*².

Через твердое внутреннее ядро могут проходить S-волны. Это позволяет проверить гипотезу экспериментально путем поиска фазы *PKJKP* на сейсмограммах (буква J относится к S-волне во внутреннем ядре). Были

рассчитаны теоретические таблицы времен пробега для фазы *PKJKP*, но энергетические оценки показали, что даже при наиболее благоприятных предположениях о природе разрыва на границе внутреннего ядра интенсивность этой фазы столь мала, что находится на пределе возможностей приборов в интервале $205° < \Delta < 230°$ и ниже этого предела на других эпицентральных расстояниях Δ. Некоторые исследователи считают, что они иногда отождествляли фазу *PKJKP*. Однако строгий статистический подход указывает на необходимость иметь значительно большее число данных, прежде чем можно будет сделать какой-либо определенный вывод. В то же время неудача в поиске на сейсмограммах фазы *PKJKP* еще не опровергает гипотезы о твердом состоянии внутреннего ядра, так как истинная природа его границы может приводить к образованию фазы *PKJKP* такой малой интенсивности, что ее нельзя наблюдать.

Проверить указанную гипотезу можно также с помощью фазы *PKiKP*. Калои считает, что он наблюдал эту фазу (разд. 13.1.3), и это является веским аргументом в пользу твердого внутреннего ядра.

Идея о твердом внутреннем ядре может быть рассмотрена и с других позиций. На основе экспериментальных исследований свойств твердых тел при высоких давлениях Берч в 1940 г. высказал предположение, что внутреннее ядро может обладать не равной нулю жесткостью. В 1953 г. Саймон отметил, что при давлении, отвечающем границе внутреннего ядра, температура плавления (затвердевания) железа равна 3600° С, что хорошо согласуется с оценками температуры в этой области. В 1954 г. Джекобс показал, что если первоначально все ядро Земли было в расплавленном состоянии, то оно должно было начать кристаллизоваться от центра к периферии. Этот процесс должен был происходить до тех пор, пока кривая адиабатических температур, проведенная от границы оболочка — ядро (на этой границе температуры оболочки и ядра равны), не пересечет кривую плавления. Точка пересечения будет отделять твердое внутреннее ядро от жидкого внешнего. Любимова (1956) выполнила расчеты температур в недрах Земли. Она получила, что температуры для внутреннего ядра лежат ниже температур плавления.

Чандрасекар показал, что граница такого типа, какую дает внутреннее ядро, нужна для поддержания конвективных течений во внешнем ядре, необходимых по теории земного магнетизма Эльзассера — Булларда.

13.8.6. Уравнение состояния глубинных недр Земли

Значения k и p в модели Б Буллена согласуются с простой квадратичной зависимостью

$$k = 2{,}25 + 2{,}86p + 0{,}16p^2, \qquad (21)$$

где величины даны в единицах 10^{12} *дин/см²*, а ошибка формулы не превышает 2% для интервала

$$0{,}4 \cdot 10^{12} < p < 3{,}2 \cdot 10^{12} \text{ дин/см}^2,$$

т. е. между кровлей зоны D и подошвой зоны E. Это уравнение состояния объединяет сейсмические данные и k — p-гипотезу и может служить для модельных целей лучше чем уравнения состояния, полученными независимо от сейсмических данных Берчем, Шимазу и др. [Одно из простейших уравнений Берча приведено в начале книги — 2 (86).] Градиент $\frac{dk}{dp} = 2{,}86 + 0{,}32\,p$ растет с ростом p. Это свойство вряд ли сохранится при заметно бóльших давлениях.

13.9. СОСТАВ ЗЕМНЫХ НЕДР

Вклад сейсмологии в те знания, которые мы имеем о составе земных недр, основывается на детальных численных данных типа приведенных выше. При исследовании этого вопроса используются также результаты экспериментов при высоких давлениях на образцах горных пород и металлов, а также методы термодинамики и геохимии. Ниже кратко рассматриваются некоторые вопросы, связанные с данными и выводами сейсмологии.

О составе земной коры и области, непосредственно примыкающей к коре снизу, говорилось в гл. 12.

13.9.1. Зоны *B* и *C*

В разд. 12.7 приводились аргументы в пользу того, что основной составляющей горных пород, залегающих под земной корой, является оливин $(Mg, Fe)_2SiO_4$. Гра-

диенты плотности и скорости по модели А Буллена (см. разд. 13.4.3 и 13.5), как было сказано, указывают на химическую однородность зоны *B* и неоднородность зоны *C*. Они не противоречат однородно оливиновому составу всей зоны *B*.

В 1936 г. Джеффрис высказал предположение, что изменения, начинающиеся у кровли слоя *C*, могут быть связаны с фазовым переходом обычного оливина в модификацию, устойчивую при высоких давлениях. Бернал, по аналогии с утверждением Гольдшмидта (1931) о переходе германата магния Mg_2GeO_4 при высоких давлениях в более плотные модификации, предположил, что то же самое применимо и к форстериту Mg_2SiO_4, который является основной составляющей оливиновых горных пород, таких, как дунит. Скачок плотности при фазовом переходе форстерита должен быть около 9%.

В 1952 г. Берч сравнил значения $\frac{dk}{dp}$, определенные по формуле (16), со своими экспериментальными результатами на образцах горных пород и пришел к заключению, что данные о скоростях (разд. 13.2) вполне совместимы с предположением о химической однородности зоны *B*. Он приписал изменения в слое *C* в основном фазовым переходам присутствующих там минералов, которые переходят в структуры с более плотной упаковкой. Но в то же время Берч указал, что в слое *C* может происходить также небольшое изменение химического состава, так как иначе трудно объяснить большую протяженность этого переходного слоя по глубине.

К периоду 1958—1960 гг. относятся экспериментальные исследования Рингвуда, который пришел к следующим выводам. По данным изучения под давлением твердого раствора Mg_2SiO_4 в шпинели Ni_2GeO_4, форстерит должен принимать структуру шпинели при давлении $1{,}3 \cdot 10^{11}$ ($\pm 10\%$) *дин/см*^{2} и температуре 600° С или при $1{,}75 \cdot 10^{11}$ ($\pm 30\%$) *дин/см*^{2} и 1500° С. Скачок плотности при этом равен 11 ($\pm$ 3%.) Рингвуд экспериментально определил переход фаялита Fe_2SiO_4 в структуру шпинели при давлении $0{,}38 \cdot 10^{11}$ *дин/см*^{2} и температуре 600°С со скачком плотности 12%. Приведенные выше давления отвечают глубинам 400, 500 и 120 *км* соответственно.

Эти результаты также свидетельствуют в пользу точки зрения, по которой модель А Буллена согласуется с составом зоны B из обычного оливина, а зоны C из оливина со структурой шпинели. Если вычесть поправку на обычное сжатие материала в зоне C за счет давления вышележащих слоев, то остающийся скачок плотности, который связывается с фазовыми переходами, оказывается заметно больше чем 10% — цифры, относящейся к форстериту. Тем самым еще раз подтверждается, что в зоне C должно происходить некоторое изменение химического состава. Простейшей возможностью представляется вариант, что в слое C с глубиной происходит рост отношения Fe/Mg для оливина. По Рингвуду модель А Буллена может в точности подойти для описания областей B и C, если предположить, что они состоят из дунита и перидотита (который близок по составу к дуниту, но содержит, кроме оливина, и другие минералы) с добавкой 10% граната в виде $Mg_3Al_2(SiO_4)_3$.

Согласно модели Б Буллена, заметно бо́льшие изменения плотности в верхней мантии имеют место на небольших глубинах. Весьма вероятно, что эти изменения можно объяснить так же, как и выше, поскольку в настоящее время известно, что многие минералы испытывают полиморфные переходы при тех давлениях, которые существуют на этих глубинах. Пока не будут более определенно разрешены численные различия, имеющиеся между моделями А и Б Буллена, до тех пор будет оставаться существенная неопределенность в вопросе, как именно изменяется состав верхней мантии Земли.

В 1961 г. Берч установил простое эмпирическое соотношение между α, ϱ и средним атомным весом w. Это соотношение обобщает экспериментальные данные для силикатов и окислов с плотностями в диапазоне от 2,6 до 5 *г/см*^{3}. Если α выражать в *км/сек*, а ϱ — в *г/см*^{3}, то это соотношение имеет вид

$$\alpha \approx 3{,}31\varrho - f(w), \tag{22}$$

где $f(w) = 2{,}55$ и $5{,}7$ для $w = 21$ и 25 соответственно; при $w = 21$ стандартная ошибка в α, вычисляемому по (22), равна 0,28 *км/сек*. Для ряда пород, включающего граниты, изверженные породы, дуниты, перидотиты и эклогиты, Берч приводит значения w от 20,9 до 22,1. Для сред-

него дунита $w = 21{,}5$; при $\varrho = 3{,}32$ *г/см*^{3} формула (22) дает $\alpha = 8{,}05 \pm 0{,}28$ *км/сек*, тем самым подтверждая согласие плотности 3,32 с наблюдаемыми скоростями фазы P_n.

Берч установил, что вид кристаллической структуры оказывает малое влияние на формулу (22), так что соотношение между α и ϱ для конкретных областей Земли можно сравнить с (22) как с целью проверки, имеются ли отклонения (как за счет фазовых переходов, так и без них) от химической однородности, а также и для оценки среднего атомного веса. Если α выбрать равным 8,0 *км/сек* для области, расположенной непосредственно под корой, то $\frac{\partial\alpha}{\partial\varrho}$ для зоны B будет близко к 3,3 в модели А Буллена, что согласуется с химической однородностью. Для зоны C $\frac{\partial\alpha}{\partial\varrho} \approx 2{,}4$, что указывает на наличие слабой химической неоднородности, при этом w изменяется от 21,5 до 22,5. Берч установил, что наиболее существенной неопределенностью при применении (22) является то, что эта формула не учитывает влияние температуры.

13.9.2. Зона D

Берч применил (16) к зоне D'. Результаты оказались совместимыми с предположением о химической однородности этой зоны, в то время как формула (22) указывает на слабое возрастание содержания железа с ростом глубины, а средний атомный вес меняется от 22,5 до 23 для модели А Буллена. Значения k/ϱ и μ/ϱ в зоне D' не могут быть получены простой экстраполяцией данных по любым силикатным породам, встречающимся на поверхности Земли, но их можно согласовать с предполагаемыми свойствами шпинельной модификации оливина. Берч предположил, что зона D', вероятно, состоит из плотно упакованных окислов магния, кремния и железа, что по химическому составу эквивалентно оливину; Рингвуд предполагает для D' «однородную шпинелевую фазу, состоящую из неупорядоченного твердого раствора металлических ионов».

Берч поддерживает вывод, сделанный в разд. 13.8.2, об увеличении градиента плотности в зоне D'' и полагает, что в ней происходит увеличение содержания железа с ростом глубины. По оценкам Рингвуда в зоне D'' содер-

жится около 5—10% металлического железа в смеси с силикатами.

Далее Берч констатирует, что если учесть температурный эффект, то тогда возможно «согласовать все данные с оболочкой, примерно однородной в отношении среднего атомного веса, который близок к среднему атомному весу хондритов».

13.9.3. Ядро

До 1948 г. было широко распространено мнение, что ядро состоит в основном из железа или железа и никеля; в качестве доказательств приводили большое значение плотности ядра и ранние определения состава метеоритов. В 1937 г. Джеффрис и автор независимо друг от друга показали, что если оболочки планет земной группы имеют одинаковый химический состав и если аналогично этому их ядра имеют также одинаковый состав, но отличный от состава оболочек, то состав всех этих планет в целом будет заметно различным; отношения масс оболочки и ядра для Земли, Венеры и Марса будут 2,1; 3,6 и 5,4.

В 1948 г. Рамзей и в 1949 г. автор сделали в корне отличное предположение о составе ядра: ядро не отличается от оболочки по химическому составу, а состоит из высокоплотностной модификации металлизированных силикатов (т. е. вещества оболочки)[1]. (Рамзей считал, что эта гипотеза применима ко всему ядру, а автор относил ее только к внешнему ядру.) По этой теории плотность ρ была бы в основном функцией только давления p от кровли слоя B по крайней мере до подошвы зоны E. В доказательство приводился тот факт, что теперь все три планеты могут иметь одинаковый состав. Это хорошо согласовывалось с данными наблюдений о массах, средних плотностях и значениях моментов инерции этих планет. (Для Меркурия предполагался состав со значительно большим средним атомным весом: это обусловлено близостью Меркурия к Солнцу.) По вычислениям автора согласие будет наилучшим, если внутреннее ядро Земли по составу отличается как от оболочки, так и от внешнего ядра Земли. Эта

[1]) Гипотезу о том, что ядро состоит из того же вещества, что и мантия, но находящегося в ином фазовом состоянии, выдвинул в 1939 г. В. Н. Лодочников.— *Прим. ред.*

теория встречается с трудностью, так как она предполагает скачок плотности с отношением плотностей на границе ядро — оболочка порядка 1,6—1,7, что с геохимической точки зрения представляется неправдоподобно большим. Однако контрольный эксперимент еще не проведен.

Как показал Рамэей, из рассматриваемой теории также вытекает, что при некоторых условиях планеты, имеющие малое ядро, будут гравитационно неустойчивы. Автор и Датта путем расчета установили, что с помощью последнего механизма можно получить мгновенное выделение гравитационной энергии, достаточное для образования Луны из первичной системы Земля — Луна [1]).

В разд. 13.6.1 отмечалось, что по имеющимся данным средний атомный вес вещества, слагающего зону E, заметно меньше, чем для железа (26) и никеля (28). В 1952 г. Берч получил оценку, согласно которой плотность зоны E превышает плотность железа при тех же давлениях на 10—20%. Он предположил, что внешнее ядро может состоять из сплава железа с легкими элементами, в основном с металлическим водородом. (При давлениях порядка $0{,}7\cdot10^{12}$ *дин/см*^{2} — давление на глубине 1600 *км* — согласно расчетам водород испытывает фазовый переход в металлическую фазу со скачком плотности от 0,4 до 0,8 *г/см*^{3}.) Мак-Дональд и Кнопов, а также Рингвуд в 1958—1959 гг. независимо предположили, что кремний наряду с железом является основной составляющей земного ядра; Рингвуд, исходя из состава хондритов, предположил, что ядро содержит 20% кремния и 7% никеля.

При таких предположениях оболочка и ядро не будут находиться в химическом равновесии. Рингвуд полагает, что кремний и никель диффундируют из ядра в оболочку и ускоряют выделение металлического железа в области, расположенной над ядром Земли. Этот эффект будет приводить к механически неустойчивой контактной зоне с последующим малым различием в содержании железа по горизонтали, что могло бы объяснить некоторые странности в наблюдаемых P-фазах на эпицентральных расстояниях чуть больше 105°, на которые обратила внимание Леман.

---

[1]) В настоящее время эта гипотеза о происхождении Луны, исследовавшаяся Дарвиным, считается неверной.— *Прим. перев.*

Приведенные в разд. 13.8.4 аргументы показывают, что градиент скоростей P-волн во внутреннем ядре заставляет предполагать в нем небольшую степень химической неоднородности. Следовательно, внутреннее ядро должно несколько отличаться по составу от внешнего. Другие вычисления автора приводят к выводу, что среднее значение атомного веса для внутреннего ядра больше, чем для внешнего, но не превышает значения для сплава никеля и железа. Можно считать с большой определенностью, что, какие бы ни были отклонения от железо-никелевого состава в зоне E, они вряд ли особенно заметны для зоны G.

Весьма вероятно, что зона F служит переходной областью между внешним и внутренним ядром. Однако до тех пор, пока распределение скоростей в этой зоне не будет установлено более определенно, вряд ли имеет смысл заниматься обсуждением ее состава.

Литлтон [1]) недавно выдвинул новую теорию горообразования, которая использует значения давления-сжимаемости-плотности в глубоких недрах Земли. Теория исходит из холодного состояния первичной Земли, находившейся в твердом состоянии. Предполагается, что имела место контракция (сжатие) Земли при ее разогреве за счет образования расплавленного ядра с большей плотностью, чем плотность первичного твердого материала. Эта теория представляет некоторый интерес в связи с изложенным выше, так как она снова привлекает внимание к гипотезе, согласно которой внешнее ядро состоит из фазы высокой плотности вещества, слагающего оболочку Земли [2]).

---

[1]) Устное выступление в Сиднее в январе 1963 г.

[2]) Обсуждение многих вопросов физики земного ядра, затронутых в этой главе, но несколько с других позиций, дано в работе В. Н. Жаркова «Физика ядра Земли», Труды Ин-та физики Земли АН СССР, 3—50, № 20 (187), 1962.

В настоящее время подавляющее большинство исследователей отвергает гипотезу ядра из металлизированных силикатов как не выдержавшую экспериментальной проверки. В экспериментах по ударному сжатию большого числа важнейших горных пород давление $1{,}4 \cdot 10^6$ *бар* и температуры $(4—5) \cdot 10^3$ °K, соответствующие границе оболочка — ядро, были заметно перекрыты. При этом никаких указаний на ожидаемый переход не обнаружено. Несмотря на кратковременность сжатия, имеются веские основания, что такой переход не будет иметь места и при статических сжатиях при больших экспозициях.— *Прим. перев.*

ДЛИННОПЕРИОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЗЕМЛИ[1])

Недавно область периодов, которые могут быть зарегистрированы приборами, значительно расширилась. В результате оказался заполненным весь спектральный интервал от периодов обычных поверхностных волн со значениями порядка минут до периодов порядка часов, которые соответствуют приливам в теле Земли. В частности, стало возможным регистрировать собственные колебания Земли, что дает важную дополнительную информацию о ее внутреннем строении.

В теории сейсмических волн, изложенной в первых главах, источник энергии обычно рассматривается как очаг, из которого испускаются P- и S-волны, а также обычные поверхностные волны. Основное внимание уделялось волновому движению распространяющегося возмущения, которое захватывало только относительно малую часть Земли в какой-либо данный момент времени, а не тому, что происходит под действием этого возмущения со всей Землей в целом. Однако все изученные нами ранее волновые движения можно рассмотреть с более общей точки зрения; можно считать, что они принадлежат к некоторым частотам собственных колебаний Земли как целого, хотя для периодов в несколько минут или меньше эти колебания будут весьма высокого порядка. В разд. 3.2.5 уже упоминались некоторые случаи, в которых полезен более общий подход. Для собственных колебаний Земли

[1]) Вопросы, рассматриваемые в этой главе, подробнее освещены в книге «Собственные колебания Земли», Изд-во «Мир», М., 1964 г. — *Прим. перев.*

с периодами, превышающими несколько минут, более общая теория просто необходима.

Оказывается, что собственные колебания Земли имеют периоды, достигающие часа. Математическая теория этих колебаний весьма сложна и требует длинных вычислений. В этой главе будут рассмотрены только общие черты этой теории, а также ее применение к проблеме внутреннего строения Земли в свете собранных до сих пор наблюдательных данных.

14.1. ОБЩИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Колебания идеально упругой твердой сферы впервые рассмотрел Пуассон в 1829 г. Позднее Кельвин и Дж. Дарвин разработали очень важную теорию деформации упругой сферы со специальным ее применением к проблеме приливов в теле Земли.

В 1882 г. Лэмб детально исследовал простейшие типы собственных колебаний однородной сферы и показал, что возможны колебания двух различных классов. Стоунли (1961) в известной обзорной статье обозначил эти классы как C_1 и C_2. В случае колебаний класса C_1 дилатация и радиальная компонента смещения равны нулю для области всей сферы, а при колебаниях класса C_2 во всей области равна нулю радиальная компонента ротора вектора смещения. Эта классификация сохраняется и для сфер более сложного строения, например таких, которыми моделируют Землю.

Ляв в своей выдающейся работе 1911 г. исследовал статические деформации и малые колебания однородной гравитирующей сжимаемой сферы. В книге Джеффриса «Земля» (1959) кратко изложен статический случай и обращается внимание на дефект модели однородной сжимаемой Земли, который заключается в уменьшении плотности с глубиной в такой модели. Для модели однородной сжимаемой Земли и наинизшего тона колебаний класса C_2 Ляв получил значение периода, равное 60 *мин*.

После Камчатского землетрясения 4 ноября 1952 г. Беньофф на своем стрейн-сейсмографе (разд. 9.9.2) зарегистрировал смещение почвы с периодом 57 *мин* и тем самым

стимулировал дальнейшее развитие теории длиннопериодных колебаний Земли в наше время.

Пекерис, Ярош и Альтерман (1956, 1959) существенно упростили анализ Лява, произведя вывод основных уравнений в сферических полярных координатах. Они снова получили ряд результатов Лява и обобщили их для многих неоднородных сферических моделей Земли. Наиболее сложные случаи колебаний сфероидального класса требуют решения системы из шести дифференциальных уравнений первого порядка со свободными граничными условиями на поверхности Земли. Решение такой задачи связано с применением электронных вычислительных машин и, естественно, было невозможно во времена Лява. В ходе своих расчетов Пекерис использовал наряду с прямым численным интегрированием вариационные методы. Расчет неоднородных моделей дал возможность производить детальное сравнение теоретических результатов с данными наблюдений.

Существенные результаты по расчету основных периодов собственных колебаний Земли для реальных моделей со времени 1954 г. получили также Матумото и Сато, Жобер, Такеучи, а также Гильберт и Мак-Дональд.

14.1.1. Основные уравнения

Обозначим через r, θ, φ сферические полярные координаты с началом в центре Земли, принятой за сферу с радиусом a. Пусть u, v, w будут компоненты смещения, отсчитываемые от исходного невозмущенного состояния в направлении возрастания r, θ, φ соответственно. Пусть λ и μ обозначают постоянные Лямэ, а ϱ и k — плотность и модуль сжатия. Индексом 0 будем обозначать невозмущенное состояние. Далее необходимо учесть наличие начального напряжения, за которое, как обычно, примем гидростатическое давление p_0, так что $\frac{dp_0}{dr} = -g_0\varrho_0$. Обозначим через p_{rr}, $p_{r\theta}$ и т. д. и e_{rr}, $e_{r\theta}$ и т. д. дополнительные компоненты тензоров напряжений и деформации, которые появляются при колебаниях.

Компоненты тензора деформации и дилатация Δ связаны с компонентами смещений u, v, w известными соотно-

шениями

$$\left.\begin{aligned}
&e_{rr}=\frac{\partial u}{\partial r}, \quad e_{\theta\theta}=\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}+\frac{u}{r},\\
&e_{\varphi\varphi}=\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial w}{\partial \varphi}+\frac{v}{r}\operatorname{ctg}\theta+\frac{u}{r},\\
&2e_{r\theta}=\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{v}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta},\\
&2e_{r\varphi}=\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial u}{\partial \varphi}+\frac{\partial w}{\partial r}-\frac{w}{r},\\
&2e_{\theta\varphi}=\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \theta}-\frac{w}{r}\operatorname{ctg}\theta+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial v}{\partial \varphi},
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\Delta=\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{2u}{r}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(v\sin\theta)+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial w}{\partial\varphi}. \quad (2)$$

Соотношения напряжения — деформации имеют вид

$$\left.\begin{aligned}
&p_{rr}=p_1+2\mu e_{rr}, \qquad p_{\theta\theta}=p_1+2\mu e_{\theta\theta},\\
&p_{\varphi\varphi}=p_1+2\mu e_{\varphi\varphi},\\
&p_{r\theta}=2\mu e_{r\theta}, \quad p_{r\varphi}=2\mu e_{r\varphi}, \quad p_{\theta\varphi}=2\mu e_{\varphi\theta},
\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

где.

$$p_1=-(p_0+ug_0\varrho_0)+\lambda\Delta.$$

Мы рассмотрим только свободные колебания, так что сила тяжести будет единственной внешней силой, которая входит в уравнения. Обозначим через ψ добавочный гравитационный потенциал, связанный с возмущением поля плотности $\varrho-\varrho_0$ при собственных колебаниях и соответствующими смещениями границ (как внешней, так и внутренних). Тогда компоненты внешней силы, отнесенной к единице массы, будут

$$g_0-\frac{\partial\psi}{\partial r}, \quad -r^{-1}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}, \quad -(r\sin\theta)^{-1}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}.$$

Полагая $f_i = \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}$ (см. разд. 2.3.2), мы получим уравнения движения 2(9) в виде

$$\left.\begin{aligned}
\varrho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \varrho g_0 - \varrho \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial p_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial p_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial p_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \\
&\qquad + r^{-1}(2p_{rr} - p_{\theta\theta} - p_{\varphi\varphi} + p_{r\theta}\operatorname{ctg}\varphi), \\
\varrho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= -\frac{\varrho}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \frac{\partial p_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial p_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial p_{\theta\varphi}}{\partial \varphi} + \\
&\qquad + r^{-1}[(p_{\theta\theta} - p_{\varphi\varphi})\operatorname{ctg}\theta + 3p_{r\theta}], \\
\varrho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= -\frac{\varrho}{r\sin\theta}\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} + \frac{\partial p_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial p_{\theta\varphi}}{\partial \theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial p_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi} + \\
&\qquad + r^{-1}(3p_{r\varphi} + 2p_{\theta\varphi}\operatorname{ctg}\theta).
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Уравнение непрерывности приводит к соотношению

$$\varrho - \varrho_0 = -\left(\varrho_0 \Delta + u\frac{d\varrho_0}{dr}\right) \tag{5}$$

[ср. 4(13)], и, наконец, 4(12) дает

$$\nabla^2 \psi = -4\pi G\left(\varrho_0 \Delta + u\frac{d\varrho_0}{dr}\right). \tag{6}$$

Подставляя (1) — (3) в (4) и (6), получим систему сложных дифференциальных уравнений второго порядка для четырех функций u, v, w и ψ. Эти уравнения в принципе могут быть решены, если заданы зависимости λ, μ и ϱ_0 от r и граничные условия, отвечающие рассматриваемой задаче.

Граничные условия требуют регулярности всех функций в начале координат; на деформированной поверхности для всех моментов времени должны обращаться в нуль компоненты напряжений, а внутренний и внешний гравитационные потенциалы и их градиенты должны быть равны. Другие граничные условия могут относиться к границам внутри Земли, на которых претерпевают разрыв величины λ, μ и ϱ_0 как функции r.

В следующем разделе будут указаны конкретные типы собственных колебаний, для которых производились расчеты.

14.2. ТИПЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

14.2.1. Радиальные колебания однородной Земли

Рассмотрим модель Земли с постоянными значениями ϱ_0, k и μ. Пусть α и β обозначают скорости P- и S-волн. Радиальные колебания могут быть представлены в виде

$$u = U(r)\exp(i\gamma t), \quad v = w = 0. \tag{7}$$

После подстановки в уравнения разд. 14.1.1 и упрощений получим искомое уравнение для U:

$$\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dU}{dr} - \frac{2U}{r^2} + h^2U = 0, \tag{8}$$

где

$$3h^2\alpha^2 = 3\gamma^2 + 16\pi G\varrho_0. \tag{9}$$

Далее мы находим, что соответствующее решение уравнения (8) имеет вид

$$U = (hr)^{-2}\sin(hr) - (hr)^{-1}\cos(hr). \tag{10}$$

Граничное условие, согласно которому p_{rr} должно обращаться в нуль при $r = a + u$, дает

$$2\lambda Ur^{-1} + (\lambda + 2\mu)\frac{dU}{dr} = 0 \quad \text{при} \quad r = a. \tag{11}$$

Из (10) и (11) определяем уравнение для собственных частот

$$(ha)^{-1}\operatorname{tg} ha = \left(1 - \frac{h^2a^2\alpha^2}{4\beta^2}\right)^{-1}. \tag{12}$$

Для заданного значения α/β формула (12) определяет корни ha, по которым могут быть подсчитаны соответствующие периоды $2\pi/\gamma$ при помощи (9) и известных значений α и ϱ_0.

Результаты этого раздела принадлежат Пекерису и отличаются от более ранних результатов Лява поправочным членом в формуле (9). Пекерис указал, что наличие в (9) члена, содержащего G, иллюстрирует дестабилизирующее влияние гравитации при колебаниях больших тел.

14.2.2. Радиальные колебания сферически симметричной Земли

В случае, когда ϱ_0, λ и μ — переменные функции r, уравнение (8) заменяется более общим уравнением

$$\frac{d}{dr}\left(\varrho_0\alpha^2\frac{dU}{dr}\right)+\frac{2\varrho_0\alpha^2}{r}\frac{dU}{dr}+$$
$$+\left(\frac{2}{r}\frac{d\lambda}{dr}-\frac{2\varrho_0\alpha^2}{r^2}\right)U+\varrho_0\left(\gamma^2+\frac{4g_0}{r}\right)U=0. \quad (13)$$

Задавая реальную модель Земли, мы с помощью (11) и (13) можем определить путем численного интегрирования на электронных вычислительных машинах периоды радиальных колебаний.

14.2.3. Сфероидальные колебания

Более общий класс колебаний представляется соотношениями

$$u=U(r)\,S_n\exp(i\gamma t),\qquad v=V(r)\left(\frac{\partial S_n}{\partial\theta}\right)\exp(i\gamma t),$$
$$w=(\sin\theta)^{-1}V(r)\left(\frac{\partial S_n}{\partial\varphi}\right)\exp(i\gamma t), \quad (14)$$

где $S_n(\theta,\ \varphi)$ — сферическая функция порядка n. Эти колебания называются сфероидальными, а радиальные колебания (7) соответствуют их частному случаю $n=0$. Легко видеть, что радиальная компонента ротора смещения (14) равна нулю, так что сфероидальные колебания образуют класс C_2.

За исключением случая $n=1$ (который требует наличия внешней силы, удерживающей центр сферической Земли в покое), решения могут быть получены для любого целого n. Для каждого n существует колебание, принадлежащие основному тону, и колебания, принадлежащие обертонам.

Для определения периодов снова нужно подставить в уравнения разд. 14.1.1 выражения (14) для смещений. Но в результате получаются слишком сложные уравнения, чтобы имело смысл приводить их здесь. Для подробного ознакомления см. работу Альтермана, Яроша и Пекериса (1959).

14.2.4. Крутильные (или тороидальные) колебания

Другой класс колебаний описывается соотношениями

$$u = 0, \quad v = (\sin\theta)^{-1} V(r) \frac{\partial S_n}{\partial \varphi} \exp(i\gamma t); \qquad w = -V(r) \frac{\partial S_n}{\partial \theta} \exp(i\gamma t). \tag{15}$$

Легко проверить, что, как следует из (15), дилатация Δ и радиальная компонента смещения u везде равны нулю. Таким образом, это колебания класса C_1. Эти колебания иногда называют тороидальными, так как в них движение частиц происходит по сферическим поверхностям, концентрическим с внешней поверхностью Земли, а иногда крутильными, так как для них $\Delta = 0$.

Поскольку $\Delta = 0$, то при этих колебаниях не происходит изменения плотности, и соответственно гравитационное поле не испытывает возмущений. Это свойство играет большую роль для экспериментального разделения колебаний классов C_1 и C_2. Приборы, записывающие изменение гравитационного поля, будут регистрировать колебания (14) и не «заметят» колебаний (15). Колебания типа (15) были впервые рассмотрены Матумото и Сато, а также Жобер.

Поскольку при крутильных колебаниях плотность не изменяется, то из этого следует, что при них действуют лишь упругие силы. Для моделей Земли с твердой оболочкой и жидким ядром движение при крутильных колебаниях локализовано в оболочке.

14.2.5. Ядерные колебания

В противоположность случаю разд. 14.2.4 возможны такие сфероидальные колебания, которые в основном затрагивают лишь жидкое ядро Земли. Вычисления Пекериса показали, что когда отношение плотностей ядра и оболочки превышает определенное число (лежащее между 3 и 4), то периоды таких ядерных колебаний могут превосходить периоды всех обычных собственных колебаний. (Численные результаты приведены в разд. 14.3.) Чтобы оценить, в какой мере участвует оболочка в движениях при ядерных колебаниях, Пекерис рассмотрел возбуждение собственных колебаний точечным источником сжатия, распо-

ложенным на поверхности Земли и на глубине 200 *км* соответственно для моделей, которые обнаруживают длиннопериодные ядерные колебания. Он нашел, что на поверхности оболочки Земли амплитуды ядерных колебаний для $n = 2$ были бы порядка 10^{-4}—10^{-3} от амплитуд соответствующих обычных сфероидальных колебаний; для $n > 2$ амплитуды ядерных колебаний были бы еще меньше.

14.2.6. Вынужденные колебания

Пекерис обобщил теорию, изложенную в предыдущих разделах, на вынужденные колебания, возбуждаемые периодическим потенциалом приливообразующих сил. Основной интерес для сейсмологии здесь состоит в том, что эта теория иллюстрирует, как новейшие достижения привели к заполнению пробела в спектре колебаний между периодами обычных волн от землетрясений и значительно более длинными периодами приливных движений.

14.3. НЕКОТОРЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для расчета собственных колебаний необходимо задать ϱ, α и β или ϱ, k и μ как функции r, что определяет модель Земли. Вычисления были проведены для ряда моделей, включая модель А Буллена (разд. 13.5), модель Б Буллена (разд. 13.6), модели, в которых распределение плотности моделей А и Б Буллена сочетались с различными распределениями скоростей α и β, и модели со среднемассовыми параметрами этих моделей для всей Земли и для оболочки и ядра по отдельности. В некоторых случаях значения ϱ комбинировались со значениями α и β, разрывы которых не соответствовали положению разрывов в ϱ (см. разд. 13.4.3); такое несоответствие обычно имело место для верхней мантии, и при интерпретации соответствующих результатов необходимо соблюдать осторожность.

Модель, состоящая из однородной твердой оболочки и однородного жидкого ядра, среднемассовые свойства которых определены на основе модели Б Буллена, была названа моделью Б′; полностью однородная модель твердой Земли со среднемассовыми свойствами, определенными

по модели Б Буллена, названа моделью Б″. Наличием внутреннего ядра пренебрагалось во всех случаях [1]).

В случае крутильных колебаний Пекерис получил следующие значения периодов для модели Б Буллена (F обозначает основной тон, а I, II, . . . — первый, второй,. . . обертоны):

	$n=2$ *мин*	$n=3$ *мин*	$n=4$ *мин*
F	44,1	28,6	21,9
I	12,7	11,6	10,5
II	7,3	7,1	6,9

Повторяя результаты Матумото, Сато и Жобер, Пекерис вычислил для модели Б семь периодов из девяти приведенных в табличке. Оказалось, что периоды, рассчитанные для средней модели Земли (Б″), отличаются от периодов для реальной модели (Б), приведенных в табличке, не более чем на 0,5 *мин.* Столь малое различие указывает на ограниченные возможности метода крутильных колебаний для выбора наилучшей модели Земли из нескольких допустимых моделей.

В случае сфероидальных колебаний Пекерис получил:

Таблица 7

Порядок колебания	Обычные колебания			Ядерные колебания
	модель Б *мин*	модель Б′ *мин*	модель Б″ *мин*	модель Б *мин*
$n=0$, F	20,65	—	26,7	—
I	10,2	—	10,6	—
$n=2$, F	53,7	56,0	44,3	100,9
I	24,7	25,2	—	—
II	15,5	16,3	—	—
III	9,8	10,4	—	—
IV	8,0	7,9	—	—

[1]) Последнее утверждение не точно. Ядерное колебание было теоретически обнаружено Пекерисом на модели с плотностью внутреннего ядра, заметно превосходящей плотность внешнего ядра.— *Прим. перев.*

Продолжение таблицы 7

Порядок колебания	Обычные колебания			Ядерные колебания
	модель Б *мин*	модель Б′ *мин*	модель Б″ *мин*	модель Б *мин*
$n=3$, *F*	35,5	—	—	85,5
I	17,9	—	—	—
II	13,6	—	—	—
$n=4$, *F*	25,7	—	—	76,9
I	14,4	—	—	—

Хотя имеется лишь ограниченное число вычисленных данных для моделей Б′ и Б″, их заметное отличие от аналогичных данных для модели Б Буллена показывает, что сфероидальные колебания могут быть использованы для выявления весьма малых различий среди ряда моделей Земли.

Первые вычисления Пекериса включали также результаты для двух моделей Земли Булларда, одна из которых по своим свойствам близка к модели А Буллена (разд. 13.5). Результаты расчетов показали, что периоды (и для основного тона и для обертонов) для моделей А и Б Буллена при $n = 2$ согласуются с точностью до 0,5%. В дальнейшем Пекерис включил в рассмотрение модель с распределением скоростей *P*- и *S*-волн по Гутенбергу и распространил вычисления периодов основных тонов для этой модели и модели Б Буллена до $n = 60$. Другие расчеты были выполнены Гильбертом и Мак-Дональдом, Болтом и Дорманом, которые рассчитывали периоды сфероидальных колебаний с n, доходящим до 140 и даже большим.

14.4. СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЗЕМЛИ И ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ

Численные результаты, приведенные в разд. 14.3, относятся к довольно малым значениям n. По мере роста n соответствующие периоды собственных колебаний равно-

мерно уменьшаются. Для модели Земли, построенной с помощью модели А Буллена и распределения *P*- и *S*-скоростей Джеффриса, Болт и Дорман определили следующие значения периодов основных сфероидальных колебаний: $n = 20$, — 5,8 *мин*; $n = 30$, — 4,3 *мин*; $n = 40$, — 3,5 *мин*; $n = 50$, — 2,9 *мин*; $n = 75$, — 123 *сек*; $n = 100$, — 95 *сек*; $n = 140$, — 70 *сек*.

Таким образом, эти значения периодов для больших *n* сливаются с периодами обычных поверхностных волн, а теория собственных колебаний Земли высших порядков в действительности оказывается тесно связанной с теорией распространения поверхностных волн. Эту связь можно видеть на примере распространения простой релеевской волны вокруг поверхности однородной Земли, что эквивалентно суперпозиции двух стоячих волн (собственных колебаний) с одинаковыми амплитудами и периодами. Более того, бóльшая часть первоначальной работы Лява по поверхностным волнам тесно связана с теорией собственных колебаний Земли, и изучение его работы непосредственно выявляет эту связь.

По мере роста *n* все большее влияние на собственные колебания начинают оказывать наружные области Земли. Сфероидальные колебания, для которых *n* меньше примерно 10, существенно зависят от свойств Земли как целого. Для *n* между 10 и 100 (приближенно), т. е. для периодов примерно между 10 *мин* и 100 *сек* собственные колебания заметным образом зависят от строения оболочки Земли. При периодах меньше 100 *сек* собственные колебания определяются в основном структурой внешнего 50-километрового слоя Земли.

В 1937 г. Стоунли показал, каким образом наблюдения длиннопериодных поверхностных волн могут быть использованы для исследования строения подкоровых областей Земли. Начиная с 1950 г. большое число теоретических работ по этому вопросу было выполнено Юингом, Прессом, Жардецки, Оливером и др.

Юинг и Пресс (1958) наблюдали релеевские волны до порядка R_{18} от Монгольского землетрясения 14 декабря 1957 г. и определили периоды вплоть до 10 *мин*. (Обозначение R_1, R_2, R_3, . . . относится к длиннопериодным релеевским волнам, которые прошли расстояния Δ,

$2\pi - \Delta$, $2\pi + \Delta$, $4\pi - \Delta$, $4\pi + \Delta$, ... от эпицентра, где $\Delta \leqslant \pi$. В случае волн Лява используют соответственно обозначения G_1, G_2, G_3, ...)

Юинг и Пресс и их последователи использовали эти и им подобные наблюдения для исследования строения оболочки Земли, обобщив методы, описанные в гл. 5.

Дорман, Юинг и Оливер (1960) построили дисперсионные кривые релеевских волн для одиннадцати модельных разрезов наружного 600-километрового слоя Земли и области периодов до 250 *сек.* Они пришли к выводу, что как 20°-граница, так и явно выраженный слой пониженных скоростей (для S-волн) необходимы, чтобы получить хорошее решение для волн Релея с периодами больше 75 *сек.* Для глубины нижней границы слоя пониженных скоростей они приводят значение порядка 200 *км*, а для верхней — порядка 100 *км* под континентами и только 60 *км* под океанами. Эти определения весьма близки к данным Гутенберга и Леман. Альтерман, Ярош и Пекерис по данным релеевских волн также получили подтверждение существования в верхней мантии слоя пониженных скоростей. Лэндисмен и Сато по данным дисперсии волн Лява нашли указание на слой пониженных скоростей, но значительно менее ярко выраженный, чем по данным для волн Релея. Однако Кнопов (1961) подчеркнул значительные трудности получения надежных однозначных результатов, когда данные поверхностных волн применяются для выяснения детального строения Земли.

Пекерис обратил внимание на другую важную связь между сфероидальными колебаниями и релевскими волнами, указание на которую восходит к работам Джинса. Так, если λ — длина волны Релея и n — соответствующий порядок основного тона сфероидального колебания, то имеет место приближенное соотношение

$$2\pi R \approx \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda, \tag{16}$$

где $2\pi R$ — длина большого круга на поверхности Земли. Брун, Нейф и Олсоп подтвердили соотношение (16) по наблюдениям для $n > 20$. Брун, Юинг и Куо также подтвердили, что анализы сейсмограмм поверхностных волн

в терминах стоячих и бегущих волн дают сравнимые результаты.

Большие возможности метода поверхностных волн для исследования проблем оболочки Земли и его непосредственная связь с собственными колебаниями высших порядков указывают на то, что наблюдение последних, вероятно, прольет новый свет на проблему строения оболочки Земли. Подробнее об этом см. разд. 14.5.3 и 14.6.

14.5. НАБЛЮДЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ЗЕМЛИ

14.5.1. История вопроса

После Камчатского землетрясения 4 ноября 1952 г. Беньофф на записях своего стрейн-сейсмографа (разд. 9.9.2) обнаружил два «неожиданных» периода длинных волн величиной примерно 57 и 100 *мин.* Он решил, что эти периоды относятся к собственным колебаниям Земли, возбужденным Камчатским землетрясением. По почину Беньоффа Пекерис и др. начали теоретические расчеты собственных колебаний, результаты которых частично излагались выше.

На протяжении последующих семи лет не было сообщений об аналогичных длиннопериодных волнах от землетрясений, и многие сейсмологи приписывали найденные Беньоффом периоды некоторому случайному аппаратурному эффекту. Однако в 1960 г. в Хельсинки во время съезда Международной ассоциации сейсмологии и физики земных недр состоялось одно из наиболее драматических научных заседаний, на котором автор когда-либо присутствовал.

Пресс выступил с сообщением о том, что Беньофф снова записал длиннопериодные волны, на этот раз от Чилийского землетрясения 22 мая 1960 г. Вслед за этим выступил Слихтер, который заявил, что его группа записала аналогичные длиннопериодные волны, но не с помощью сейсмографа, а с помощью приливного гравиметра Ла Коста — Ромберга. Сравнение доложенных результатов показало, что ряд периодов, наблюдавшихся обеими груп-

пами исследователей, находится в хорошем согласии, в особенности это касается периодов около 54; 35,5; 25,8; 20; 13,5; 11,8 и 8,4 *мин*, но некоторые периоды группы Беньоффа были пропущены на записях группы Слихтера. Пекерис, который также присутствовал на заседании, ознакомившись с пропущенными периодами, заявил, что эти периоды, по его вычислениям, соответствуют крутильным колебаниям (см. разд. 14.2.4) и не должны регистрироваться гравиметрами. Таким образом, обе группы наблюдений оказались в замечательном согласии друг с другом, и все сомнения относительно истинности записи собственных длиннопериодных колебаний отпали.

Но это еще не было концом драматических событий. Еще до окончания съезда было получено сообщение, что длиннопериодные колебания также зарегистрировали Богерт с помощью ламонтского длиннопериодного сейсмографа в лаборатории Белл, группа Юинга с помощью стрейн-сейсмографа и маятникового сейсмографов и Пресс с помощью ламонтского сейсмографа. Каждая группа независимо и быстро приготовила предварительный доклад для съезда в Хельсинки, и оказалось, что все результаты находятся в хорошем соответствии друг с другом. В следующем (1961) году были опубликованы детальные сообщения об этих работах.

14.5.2. Периоды выше 13 *мин*

В табл. 8 приведены все наблюдаемые периоды выше 13 *мин*, исключая четыре периода (61,2; 59,8; 41,3 и 29,9 *мин*), которые наблюдатели приписывают атмосферным колебаниям. В таблице использованы обозначения: (а) группа Беньоффа — Пресса, (б) группа Слихтера, (в) группа Юинга, (г) Богерт. Табличные данные (в) представляют усредненные результаты этих авторов для различных приборов и различных компонент смещений почвы.

Идентификация наблюдаемых периодов совпадает с предложенной самими наблюдателями, за исключением шести периодов, приведенных как «неидентифицированные»; эти шесть периодов [два из группы (а) и четыре из группы (г)] были помещены в те места таблицы, которым они лучше всего удовлетворяют. Все значения указаны в минутах.

Таблица 8

Тип колебания	Теоретический расчет (модель Б Буллена)	Наблюдения (а)	(б)	(в)	(г)
		Крутильные колебания			
$n=2$, F	44,1	42,3 (?)	—	44,7	—
$n=3$, F	28,6	28,6	—	28,5	28,8
$n=4$, F	21,9	21,8	—	21,8	{ 22,5 21,5
$n=5$, F	18,1	17,9	—	17,8	—
$n=6$, F	15,5	15,5	—	15,1	—
$n=7$, F	13,7	13,5	—	13,5	—
		Сфероидальные колебания			
$n=0$, F	20,65	—	20,5	—	20,4
$n=2$, F	53,7	{ 54,5 53,1	55,0 52,8	53,4	54,4
I	24,75	24,5	24,65	24,7	—
II	15,5	15,1	15,0	15,5	15,0
$n=3$, F	35,5	{ 35,9 35,2	35,9 35,2	36,0	35,4
I	17,9	17,6	{ 17,9 17,7	18,0	17,7
II	13,6	—	13,5	—	—
$n=4$, F	25,7	25,8	25,85	25,8	25,5
I	14,4	—	14,3	—	14,2
$n=5$, F	19,85	19,8	19,8	19,7	19,6
$n=6$, F	16,1	16,0	16,1	16,1	15,9
$n=7$, F	13,6	13,5	13,4	—	13,4

Для сравнения в табл. 8 приведены теоретические результаты для модели Б Буллена.

Внимательное рассмотрение таблицы показывает, что результаты наблюдений находятся в хорошем согласии друг с другом и с теоретическими результатами для модели Б Буллена. Эти данные для той области значений n, которые даны в таблице, почти так же хорошо согласуются с теоретическими результатами для модели А Буллена, но согла-

сие менее удовлетворительно для моделей, которые заметно отклоняются от этих двух.

В дальнейшем Слихтер (1961) наблюдал спектральную линию с периодом 86 *мин* на своей гравиметрической записи Чилийских землетрясений. Однако период 100 *мин*, обнаруженный Беньоффом в 1952 г., по-видимому, не повторился на записях Чилийского землетрясения.

Из табл. 8 мы видим, что в нескольких случаях наблюдения включают два близких периода, в то время как соответствующее вычисление дает только одно значение. Такие наблюдения можно попытаться объяснить отклонениями реальной Земли от сферической симметрии и ее вращением. Пекерис, а также Бакус и Гильберт показали, что вращение Земли должно приводить к расщеплению собственных периодов того же порядка величины. Однако существование расщепленных собственных частот усугубляет сложность интерпретации результатов наблюдений.

Длиннопериодные колебания после Чилийских землетрясений наблюдались не только на американском континенте. Например, Болт и Марусси (1962) опубликовали результаты наблюдений основных крутильных тонов для $2 \leqslant n \leqslant 24$, записанных чувствительным наклономером в Триесте, а также сообщили о некоторых указаниях на первые четыре основных сфероидальных тона.

14.5.3. Периоды от 3 до 13 *мин*

Кроме периодов, приведенных в табл. 8, все четыре группы наблюдателей записали периоды сфероидальных колебаний при значениях n от 8 по крайней мере до 38 [группа (в) до $n = 42$]. Группа (а) сообщила о крутильных колебаниях с $n \leqslant 11$, а группа (в) — с $n \leqslant 9$. Наиболее короткий из сообщенных периодов принадлежит сфероидальному колебанию с $n = 42$ и равен 3,4 *мин*.

В области меньше 13 *мин* интервалы между соседними основными тонами сфероидальных колебаний уменьшаются от 75 *сек* ($n = 8$, 9) до 15 *сек* ($n = 20$, 21) и далее до 4 *сек* ($n = 40$, 41). Таким образом, для больших n, вероятно, трудно произвести идентификацию отдельных тонов. Идентификация также затрудняется присутствием обертонов и крутильных колебаний (хотя с помощью гравиметров последние могут быть исключены). Для разделе-

ния собственных частот разные группы исследователей прибегали к анализу спектра мощности с помощью методов статистической теории связи и, в частности, методов, изложенных в работе Блекмана и Туки (1958). Несмотря на малость интервалов между периодами для больших n, все четыре группы наблюдателей получили значения, согласующиеся между собой довольно близко, что позволяет считать надежной произведенную идентификацию во всей области значений n. Однако подтверждение этих результатов с помощью данных от последующих землетрясений было бы очень желательным.

Для $7 \leqslant n \leqslant 23$ и $35 \leqslant n \leqslant 38$ наблюдаемые периоды совпадают наилучшим образом с рассчитанными периодами для комбинации модели А Буллена для плотности и распределения скоростей по Гутенбергу; для $24 \leqslant n \leqslant 32$ и $40 \leqslant n \leqslant 42$ согласие несколько лучше для модели Б Буллена. Наибольшее расхождение (15 *сек*) между результатами наблюдений и теоретическими данными для модели Б относится к $n = 12$ при наблюдаемом периоде, равном 8,36 *мин*.

14.6. ПРИМЕНЕНИЕ К ПРОБЛЕМАМ ВНУТРЕННЕГО СТРОЕНИЯ ЗЕМЛИ

Приведенные выше численные результаты показывают, что, используя данные наблюдений долгопериодных колебаний Земли, мы можем выявить достаточно малые различия среди моделей Земли. Чтобы применять такие данные наблюдений для совершенствования наших знаний о внутреннем строении Земли, желательно теоретически рассчитать как можно большее число моделей Земли до значений периодов порядка 3 *мин* и сравнить рассчитанные периоды с экспериментальными данными. В результате бóльшая часть моделей сможет быть исключена (как не удовлетворяющая наблюдениям), и останется лишь ограниченное число вариантов. Однако практически работают с уже существующими моделями, пытаясь улучшить их методом последовательных приближений до тех пор, пока не будет достигнуто согласие в пределах ошибок наблюдений. Естественно, что вопрос

об однозначности отождествления с наилучшей моделью Земли остается открытым.

Согласие модели Б Буллена с наблюдаемыми значениями собственных периодов выше 13 *мин* показывает, что не требуется каких-либо улучшений распределения плотности в этой модели по крайней мере для области внешнего ядра Земли. Этот результат не могут изменить наблюдения собственных периодов от Чилийских землетрясений для больших значений n. Сравнение теоретических и наблюдаемых периодов для малых n (колебаний, затрагивающих ядро Земли) отдает некоторое предпочтение модели Б Буллена по сравнению с моделью А.

Однако такое сравнение для периодов, лежащих между 5 и 13 *мин*, показывает, что модель Б нуждается в некотором улучшении, вероятнее всего для областей верхней мантии. В разд. 13.6 указывалось, что построение модели Б для наружного слоя толщиной в несколько сотен километров производится в известной степени произвольно. Мы теперь видим, что подгонка модели Б в наружных слоях, выполненная при ее построении, оказывается недостаточной и требуются дальнейшие улучшения. Модель Б содержит две основные неопределенности: 1) неопределенность в зоне F, 2) предположение о непрерывности k при переходе от оболочки к ядру. (Предположение о непрерывности $\frac{dk}{dp}$ вряд ли сказывается заметным образом на распределении плотности в оболочке.) Предположение (2) является определяющим для модели Б и приводит к заметному превышению плотности в зонах B и C по сравнению с моделью А и соответственно несколько меньшей плотности в зоне D'. Наблюдаемые значения периодов в области $7 \leqslant n \leqslant 23$ заставляют предполагать, что модель Б следовало бы несколько изменить в сторону ее сближения с моделью А Буллена в отношении оболочки Земли. Это означает, что модуль сжатия должен испытывать небольшой разрыв (уменьшаться) на границе оболочка — ядро, но это уменьшение не обязательно должно быть столь большим, как $0{,}3 \cdot 10^{12}$ *дин/см*^{2}, что имеет место в модели А.

Другой интересный момент связан с наблюдением

Беньоффом в 1952 г. периодов 57—100 *мин*, которые с точностью до ошибок измерений согласуются с теоретическими периодами (разд. 14.3) для ядерных сфероидальных колебаний по модели Б в случае $n = 2$. Конечно, имеется вероятность, что период 57 *мин* связан с атмосферными колебаниями, возбужденными Камчатским землетрясением. Особенностью же периода, равного 100 *мин*, является то, что из всех моделей, рассчитанных Пекерисом, только модель Б Буллена приводит к ядерным колебаниям с периодом порядка 100 *мин*. Пекерис объясняет это тем, что плотность внутреннего ядра в этой модели заметно больше, чем во всех других моделях. Однако остается та трудность, что амплитуды ядерных колебаний на поверхности Земли должны быть исключительно малыми, в связи с чем достоверность наблюдения колебаний с периодом 100 *мин* все еще находится под вопросом. Если же, быть может, они подтвердятся, то это приведет к наиболее существенным данным относительно плотности вблизи центра Земли.

Мы уже знаем, что модель А Буллена нуждается в некоторых улучшениях относительно значений k/ϱ и μ/ϱ в зоне B, из-за того что необходимо несколько поднять значения скоростей, приведенных в разд. 13.2. Весьма вероятно, что неопределенности в распределениях скоростей P- и S-волн во всей верхней части оболочки ответственны за главные расхождения при $n > 7$. Таким образом, исходя из моделей А и Б Буллена и данных по долгопериодным колебаниям и действуя методом последовательных приближений, мы можем прийти к улучшенной модели Земли. Если подтвердятся заключения Дормана и др., приведенные на стр. 332 и основанные на данных по длиннопериодным колебаниям, то тогда необходимо будет допустить уменьшение μ/ϱ и, возможно, k/ϱ с глубиной в верхних 200 *км* зоны B. Имеется и другая возможность, согласно которой отклонения от сферической симметрии существенны и в этой области глубин.

Сообщение о периоде 86 *мин*, сделанное Слихтером (разд. 14.5.2), может представлять интерес в связи с проблемой ядра Земли. Это значение согласуется с ожидаемым периодом ядерных колебаний для $n = 3$ и модели Б

Буллена, но снова возникает вопрос об очень малой амплитуде этого колебания, как это следует из теории. Слихтер сделал предположение, что тон с таким периодом может возникнуть при колебаниях внутреннего ядра как твердого тела в окружающем его жидком внешнем ядре. Таким образом, имеется возможность использовать долгопериодные колебания для получения решающих доказательств о твердом состоянии внутреннего ядра.

Стоунли и др. обратили внимание еще на то, что долгопериодные колебания от землетрясений и крупных искусственных взрывов могут быть использованы для получения новых сведений о механизме очага землетрясений.

Все изложенное делает понятным, что наблюдение долгопериодных колебаний Земли является новым ценным средством исследования внутреннего строения Земли.

15

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

Информация, которую дает сейсмология, в основном состоит из измерений поверхностных эффектов сейсмических волн и записей этих волн, сделанных на земной поверхности. В предыдущих трех главах было показано, что по этим данным мы можем судить об особенностях земных недр, через которые проходят сейсмические волны. Если же в своем исследовании мы будем продвигаться еще дальше назад по ходу процесса, то сможем сделать кое-какие заключения об условиях возникновения землетрясения и, в частности, об условиях вблизи очага землетрясения.

15.1. ЭНЕРГИЯ, ВЫДЕЛЯЮЩАЯСЯ ПРИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯХ

Очевидно, что землетрясение связано с довольно внезапным высвобождением энергии где-то внутри Земли, и мы прежде всего рассмотрим величину этой энергии.

Предположим, что для данного землетрясения возможно оценить движения почвы в достаточном числе точек на внешней поверхности Земли. Тогда с помощью формул, основанных на соотношениях 8(19) и 8(20) [причем постоянные коэффициенты пропорциональности выводятся из формул, подобных 8(10)], удалось бы оценить с высокой точностью полную энергию, освобожденную при землетрясении.

Но на практике при попытке получить точные оценки этой энергии мы встречаемся с рядом трудностей. Например, сложно определить соответствующий фактор прохождения энергии для каждого преломления волны на внутренних поверхностях разрыва (см. разд. 8.5.2). Далее, мы видели в гл. 9, что вычисление точного движения почвы в каком-либо месте по данным сейсмограмм, записанных в одной из обсерваторий,— далеко не легкая задача. Поэтому на практике применяют приближенные методы, которые позволяют оценить высвобожденную энергию с точностью до порядка величины.

Здесь можно также упомянуть о широко применяемых упрощениях. Вообще следует ожидать, что по крайней мере небольшая доля полной энергии землетрясения выделится из очага в виде волн типа SH. Далее, мы знаем, что (по теории, которая изложена в гл. 6) волны SH, отражаясь и преломляясь, переходят только в SH и, наоборот, отраженные и преломленные SH-волны образовались только от падающих SH-волн. Джеффрис в соответствии с этим указывал, что логично оценивать порядок величины полной энергии многих землетрясений по наблюдениям только горизонтальных движений почвы при прохождении S-волн.

Рассмотрим теперь соответствующие формулы, которые использовались для оценки энергии землетрясения различных типов.

15.1.1. Случай близких землетрясений

При землетрясении в Джерси 30 июля 1926 г. Джеффрис обнаружил, что на записях, сделанных сейсмическими станциями на расстояниях не более 500 *км* от эпицентра, наблюдаются сравнительно интенсивные волны S_g и что бо́льшая часть наблюдаемых горизонтальных движений в этих волнах происходила перпендикулярно линии, соединяющей станцию с эпицентром. Поэтому энергию вычисляли по одним этим волнам. Джеффрис предположил, что энергия распространяется симметрично, с цилиндрическим волновым фронтом в гранитном слое (имеющем плотность ϱ *г/см*^{3} и толщину H *см*).

Пусть Δ° будет эпицентральным расстоянием данной станции (находящейся не далее 500 *км* от эпицентра).

Предполагая, что волны представляют собой группу простых гармонических колебаний, из формулы 8(10) получим энергию, переносимую с волнами S_g:

$$(2\pi H r_0 \sin\Delta)(2\pi^2 \varrho L C^2 \tau^{-2}), \tag{1}$$

где r_0 — радиус Земли, L — длина волновой группы, C — амплитуда смещения почвы и τ — период. Это выражение легко приводится к

$$\pi \varrho H L v_m^2 r_0 \sin\Delta, \tag{2}$$

где v_m — максимальная скорость смещения грунта в данной группе волн.

Джеффрис использовал формулу, аналогичную (2), для оценки энергии упомянутого выше землетрясения в Джерси по наблюдениям ряда одиночных станций. Значения ϱ и H были приняты условно, а Δ было известно с достаточной точностью. Оценки, сделанные независимо по данным различных станций, находились в хорошем согласии. Полная энергия, выделившаяся при землетрясении (в том числе в виде волн P и SV), конечно, должна быть, возможно, в несколько раз больше величины (примерно 10^{19} *эрг*), полученной путем этих расчетов.

Понятно, что подобный метод может быть применен ко всем близким землетрясениям.

Заметим, что объемные волны при землетрясениях обычно не состоят из простой группы гармонических волн, и более общей формулой, чем (1), служит выражение

$$4\pi^3 \varrho r_0 \sin\Delta \int H c C^2 \tau^{-2}\, dt, \tag{3}$$

где c — скорость волны и интегрирование ведется по временно́му интервалу, занимаемому рассматриваемым волновым пакетом на данной сейсмической станции. [В формуле (3) H принимается постоянной, но стоит под интегралом, чтобы облегчить проведение сравнения в разд. 15.1.3.] На практике формула (1) [или (2)], в которой $\sin\Delta$ заменяется на Δ, дает порядок величины рассматриваемой энергии с точностью, достаточной для многих целей.

15.1.2. Использование предположения о сферической симметрии очага

Голицын получил формулу для оценки порядка величины выделившейся энергии по наблюдениям однойединственной станции. При этом предполагалось, что возмущение распространяется из очага симметрично по всем направлениям. Эта формула, впоследствии модифицированная Джеффрисом, эквивалентна выражению

$$4\pi^3\varrho\left(2r_0\sin\frac{\Delta}{2}\right)^2\int cC^2\tau^{-2}\,dt. \qquad (4)$$

[Иногда в формулы, подобные (4), включается множитель в форме $e^{k\Delta}$ для учета возможного поглощения энергии в процессе распространения (см. разд. 4.5.1).] При выводе выражения (4) глубиной очага пренебрегали и принимали, что возмущение (по предположению сферическое) распространяется в областях, расположенных ниже очага. В (4) C также обозначает амплитуду в падающих волнах, но предполагается, что эта амплитуда имеет тот же порядок величины, что и наблюдаемое смещение почвы. Можно заметить, что в случае волн SH амплитуда падающих волн равна половине поверхностного движения грунта. Для других видов падающих волн соответствующее отношение амплитуд изменяется в зависимости от угла выхода и, следовательно, от Δ (см. разд. 8.3).

Предположение о сферической симметрии очага, конечно, не выполняется в реальных землетрясениях. Но использование выражения (4), очевидно, позволяет приближенно оценить энергию, распространяющуюся в форме объемных волн P или S, по записям станций, для которых $\Delta \leqslant 90°$. При практических расчетах множителем $e^{k\Delta}$ часто пренебрегают, в связи с тем что наблюдаемое поглощение сейсмических волн довольно мало́. Выражение (4) с предположениями, о которых только что говорилось, выводится легко, и мы представляем сделать это читателю.

Для землетрясения, глубиной очага h которого пренебрегать нельзя, ф-лу (4) нужно заменить выражением

$$8\pi^3\varrho\left[h^2+4r_0(r_0-h)\sin^2\frac{\Delta}{2}\right]\int cC^2\tau^{-2}\,dt. \tag{5}$$

Коэффициент 4 в выражении (4) заменен коэффициентом 8 в (5), чтобы учесть энергию, распространяющуюся

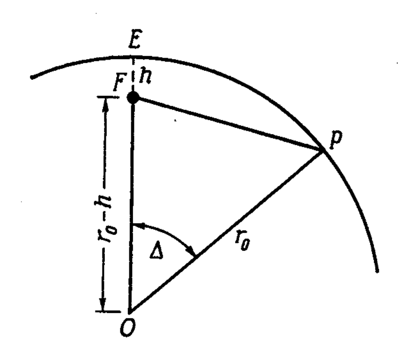


Рис. 43.

как вниз, так и вверх от очага; множитель в квадратных скобках, как видно из рис. 43, соответствует квадрату длины отрезка FP (где F — фокус, а P — точка на земной поверхности).

Если точка P совпадает с эпицентром E, то (5) упрощается и принимает вид

$$8\pi^3\varrho h^2\int cC^2\tau^{-2}\,dt. \tag{6}$$

Формула, эквивалентная (6), служила основой для оценки энергии землетрясений в методе Гутенберга и Рихтера. Наблюдательных данных о величинах C и τ в эпицентре землетрясения, конечно, нет. Поэтому Гутенберг и Рихтер вывели эмпирические формулы, посредством которых порядок величины интеграла в (6) можно оценить по наблюдениям на станциях, находящихся на некотором расстоянии от эпицентра. В действительности эти последние формулы дают изменение C и τ в функции гипоцентрального расстояния FP для отдельных районов.

15.1.3. Использование наблюдений поверхностных волн

В случае землетрясений, при которых бóльшая часть выделившейся энергии идет на образование поверхностных волн (а следовательно, при многих мелкофокусных землетрясениях), формула (4) не позволяет получить удовлетворительные оценки полной освободившейся энергии. Для таких землетрясений Джеффрис использовал формулы 5(18), полученные для релеевских волн. Условия, для которых строилась упрощенная теория релеевских волн в разд. 5.2, не выполняются в реальной Земле (см. гл. 12), но тем не менее предположение о справедливости этих условий приводит, очевидно, к результату, имеющему правильный порядок величины.

На основании 5(18), компоненты скорости смещения почвы при прохождении группы релеевских волн можно определить по формулам

$$\dot{u}_1 = a\varkappa c\,[-\exp(0{,}85\varkappa x_3) + 0{,}58\exp(0{,}39\varkappa x_3)]\cos[k(x_1 - ct)],$$

$$\dot{u}_3 = a\varkappa c\,[-0{,}85\exp(0{,}85\varkappa x_3) + 1{,}47\exp(0{,}39\varkappa x_3)]\sin[\varkappa(x_1 - ct)],$$

где индексы 1 и 3 обозначают компоненту, параллельную направлению распространения волн, и компоненту, направленную вертикально вверх соответственно; a — постоянная, определяющая амплитуду, $2\pi/\varkappa$ — длина волны, c — скорость волны и $x_3 = 0$ принимается в качестве уравнения внешней поверхности Земли. Отсюда мы выводим, что среднее значение $(\dot{u}_1^2 + \dot{u}_3^2)$ на длине волны равно

$$a^2\varkappa^2c^2\,[0{,}86\exp(1{,}70\varkappa x_3) - 1{,}82\exp(1{,}24\varkappa x_3) + 1{,}24\exp(0{,}78\varkappa x_3)]. \quad (7)$$

Средняя величина кинетической энергии на единицу объема равна произведению $^1/_2\varrho$ на выражение (7), а полная средняя энергия на единицу объема (см. разд. 3.3.6) вдвое больше. Интегрируя полученный результат по области $0 \geqslant x_3 \geqslant -\infty$, находим, что полная энергия, выделившаяся на единичной площадке земной поверхности, равна $0{,}63\,\varrho a^2\varkappa c^2$, т. е. $1{,}26\pi\varrho a^2\lambda\tau^{-2}$ согласно 3(40),

где τ — период и $\lambda = 2\pi/\varkappa$ — длина волны. Отсюда следует, что по порядку величины энергия релеевских волн по наблюдениям на сейсмической станции с эпицентральным расстоянием Δ определяется выражением

$$2{,}5\pi^2\varrho r_0 \sin\Delta \int c a^2 \lambda \tau^{-2}\, dt. \tag{8}$$

Далее, амплитуда горизонтальной компоненты поверхностного движения в релеевских волнах, как видно из 5(19), составляет 0,42a и, скажем, равна C. Тогда формулы (3) и (8) становятся формально идентичными, если положить $2{,}5\cdot(0{,}42)^{-2}\lambda = 4\pi H$, т. е. $H = 1{,}1\lambda$. Таким образом, энергию, заключенную в релеевских волнах, можно оценить по наблюдениям горизонтальной компоненты поверхностных движений на какой-нибудь одной станции. Для этого нужно использовать формулу (3) и рассматривать H как толщину некоторого «эквивалентного слоя», примерно совпадающую по величине с длиной волны проходящих релеевских волн. Впервые формулу (3) использовал таким образом Джеффрис при оценке энергии Памирского землетрясения 18 февраля 1911 г.

15.2 МАГНИТУДА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

В 1935 г. Рихтер установил «шкалу магнитуд» землетрясений, в которой магнитуда землетрясения определяется как десятичный логарифм максимальной амплитуды (измеряемой в микронах), записанной на сейсмограмме стандартным короткопериодным сейсмографом [собственный период 0,8 *сек*, статическое увеличение 2800, коэффициент затухания $\lambda = 0{,}8$ (см. разд. 9.4)] на расстоянии 100 *км* от эпицентра. Приведение амплитуд, наблюдаемых на разных расстояниях, к ожидаемым амплитудам на стандартном расстоянии 100 *км* производится при помощи эмпирических таблиц. Последние построены в предположении, что отношение максимальных амплитуд на двух данных расстояниях одинаково для всех рассматриваемых землетрясений и не зависит от азимута. Эти предположения приводят к результатам, имеющим практическую ценность, поскольку диа-

пазон энергии, выделяющейся при различных землетрясениях, очень велик. Данная шкала магнитуд применима непосредственно только к землетрясениям с нормальной глубиной очага.

Рихтер впервые применил шкалу магнитуд к землетрясениям, записанным в районе Калифорнии в пределах эпицентрального расстояния 600 *км*. Позднее Гутенберг и Рихтер составили дальнейшие эмпирические таблицы, с помощью которых данные наблюдений, полученные на удаленных станциях и с сейсмографами нестандартного типа, можно было бы привести в соответствие со стандартными условиями, принятыми Рихтером. Эмпирические таблицы были продолжены на землетрясения со значительной глубиной очага, а также приспособлены для независимых определений магнитуд по наблюдениям объемных и поверхностных волн.

Различные обобщения шкалы вносят некоторый произвол в определение универсальной магнитуды, и для практического использования было введено несколько шкал магнитуд. Предпринимаются шаги для выбора шкалы, которую можно было бы использовать в разных странах. В нашем изложении символ M будет обозначать магнитуду по рихтеровской шкале (1958 г.), в которой наибольшее из известных землетрясений имеет $M = 8{,}9$. Для некоторых теоретических целей Гутенберг и Рихтер использовали, кроме того, «унифицированную магнитуду» m, связанную с M соотношением

$$m = 2{,}5 + 0{,}63M.$$

(При $M = 8{,}9$; 6,75 и 0,0 получим соответственно $m = 8{,}1$; 6,75 и 2,5.)

15.2.1. Магнитуда, энергия и повторяемость

Гутенберг и Рихтер искали зависимость между магнитудой M и энергией E землетрясения в форме

$$aM = \lg \frac{E}{E_0} \qquad (9)$$

и после многих проверок и исправлений в 1956 г. пришли к окончательному результату: $a = 1{,}5$, $E_0 = 2{,}5 \cdot 10^{11}$ *эрг*. Бот, работавший независимо, получил результат, близ-

кий к этому. Шебалин и Бунэ пытались модифицировать формулу (9), включив подробное выражение для члена, зависящего от глубины очага, и для проверки использовали данные сильных взрывов с известной энергией.

По формуле Гутенберга — Рихтера получается $E = 2{,}5 \cdot 10^{11}$ и $5{,}6 \cdot 10^{24}$ для землетрясений с магнитудой, равной соответственно 0 и 8,9. Следовательно, увеличение M на единицу соответствует возрастанию энергии в 30 раз. Нулевая магнитуда приписывается самому слабому землетрясению, которое можно зарегистрировать сейсмографом; магнитуда 1,5 — наименьшему ощутимому землетрясению; 3 — землетрясению, которое ощущается людьми на расстояниях до 20 *км*; землетрясение магнитуды 4,5 вызывает небольшие разрушения вблизи эпицентра; при магнитуде 6 разрушения происходят в области ограниченных размеров; с магнитуды 7,5 начинаются сильные разрушительные землетрясения (т. е. землетрясения, хорошо регистрируемые на расстояниях вплоть до 80°).

Для периода 1904—1957 гг. Рихтер приводит магнитуды восьми сильнейших землетрясений: Гансю, 23 июля 1905 г.—8,7; Колумбия — Эквадор, 31 января 1906 г.—8,9; Тянь-Шань, 3 января 1911 г.—8,7; Самоа, 26 июня 1917 г.—8,7; Санрику (Япония) 2 марта 1933 г.—8,9; Камчатка 10 ноября 1938 г.—8,7; Андаманские о-ва, 26 июня 1941 г.—8,7; Ассам 15 августа 1950 г.—8,7. Еще восьми землетрясениям, происшедшим за этот период, приписана магнитуда 8,6.

Гутенберг и Рихтер вывели также эмпирические соотношения для частоты повторяемости землетрясений различных магнитуд. Пусть N будет средним числом толчков в год, значения магнитуды которых лежат в интервале между M и $M + 0{,}1$. Они получили, что в большом диапазоне значений M формулы вида

$$\lg N = A - BM$$

хорошо удовлетворяют данным как для земного шара в целом, так и для отдельных регионов. Например, для всего земного шара они дают: $A = 8{,}2$ и $B = 1{,}1$ при $M > 7{,}3$; $A = 4{,}6$ и $B = 0{,}6$ при $5{,}8 < M \leqslant 7{,}3$. Таким образом, при уменьшении магнитуды на одну единицу

частота повторяемости этих землетрясений возрастает на множитель, изменяющийся от 12 до 4. Но это увеличение частоты повторяемости с уменьшением M все же не настолько велико, чтобы скомпенсировать уменьшение энергии E. Таким образом, наибольшее количество полной выделившейся сейсмической энергии приходится на сильные землетрясения. Для $M < 5{,}8$ не имеется надежных данных о числе землетрясений N, но Гутенберг и Рихтер оценили, что число землетрясений в год, которые могут ощущаться людьми, порядка 10^5, а общее число толчков, которые удается зарегистрировать, может доходить в год до 10^6.

Гутенберг и Рихтер оценили, что полная энергия, выделяемая в год всеми землетрясениями, примерно равна 10^{25} *эрг*, что соответствует мощности между 10 и 100 млн. *квт*. Это составляет примерно 0,001 годового количества тепла, выделяемого из недр Земли. 80% всей энергии землетрясений приходится на толчки с магнитудами 7,9 и более, т. е. с энергией 10^{23} *эрг* и более.

15.3 ПРИЧИНЫ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Мы уже отмечали, что землетрясение возникает при достаточно внезапном освобождении энергии в пределах некоторой ограниченной области внутри Земли. Эта энергия обусловлена гравитационной потенциальной, кинетической, химической энергией или энергией упругой деформации. Высвобождение такой энергии можно считать непосредственной причиной землетрясения. Гораздо труднее ответить на предыдущий вопрос, касающийся процессов, которые приводят к накоплению этой энергии.

15.3.1. Тектонические землетрясения

Множество данных свидетельствует о том, что из перечисленных выше четырех типов энергии только энергия упругой деформации может выделиться в достаточном количестве, чтобы вызвать сильные разрушительные землетрясения. Землетрясения, вызванные освобождением упругой энергии деформации, называют *тектоническими*.

Прямые доказательства медленного накопления и последующего выделения такой энергии мы получаем при полевых исследованиях явлений, сопровождающих землетрясение. Подробное и внимательное исследование Рейдом землетрясения 18 апреля 1906 г. в Сан-Франциско помогло ему выдвинуть в 1911 г. «теорию упругой отдачи». В последней уделяется основное внимание роли упругой энергии деформации в связи с землетрясениями. Тектоническое землетрясение происходит, когда сумма напряжений, накопившихся в некоторой области внутри Земли, превысит предел прочности вещества, что быстро приводит к разрыву сплошности среды. При некоторых землетрясениях наблюдается серия разрывов, образующихся при следующих друг за другом колебаниях, причем все эти разрывы имеют одно и то же направление и простираются на огромные расстояния. При землетрясении 1906 г. в Сан-Франциско происходило скольжение пород вдоль плоскости разрыва (разлом Сан-Андреас), который можно было проследить на расстоянии более 400 *км*.

15.3.2. Вулканические землетрясения

В каждой вулканически активной зоне на Земле наблюдается связь между землетрясениями и извержениями вулканов. В этом случае выделяемая энергия может быть химического происхождения или же может являться кинетической энергией, если магмы при своем движении резко тормозятся (останавливаются) под вулканом; в других случаях непосредственной причиной может быть чрезмерное давление накопившихся газов.

Вулканическая деятельность может также явиться вторичной причиной землетрясения, если благодаря ей возникают и накапливаются напряжения и деформации в соседних районах, что может привести к возникновению в данном районе тектонических землетрясений.

Все землетрясения, возникающие по существу вследствие вулканической деятельности, слабые и могут быть обнаружены сейсмографом только вблизи эпицентра. Вообще известны и сильные землетрясения, происшедшие вблизи вулканов, но детальные полевые исследования (например, Вуда) указывают на то, что они не связаны непосредственно с данным местным вулканом (разд. 15.6.3).

15.3.3. Другие типы землетрясений

Другие естественные землетрясения (все с относительно низкой энергией) включают толчки, вызванные освобождением гравитационной потенциальной энергии. Это, например, сотрясения, связанные с обрушением карстовых пустот вблизи земной поверхности, а также с оползнями. Кроме того, сейсмические волны возникают при химических и ядерных взрывах (см. гл. 12 и 16).

15.4. РАЗМЕРЫ ГИПОЦЕНТРАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

Раскалывание внешней поверхности Земли, сопровождающее некоторые землетрясения, иногда протягивается на очень большие расстояния. В разд. 15.3.1 мы отмечали протяженность зоны скольжения при землетрясении 1906 г. в Сан-Франциско. Ассамское землетрясение 12 июня 1897 г. полностью разрушило строения на площади 20 000 *км*^{2}.

Однако, несмотря на подчас огромные размеры зоны разрушений, инструментальные записи ясно указывают на то, что основная часть энергии землетрясения выделяется, как правило, в пределах ограниченной области гораздо меньших размеров. Эта область называется *гипоцентральной областью*, и чтобы приблизительно оценить ее размеры для какого-либо землетрясения, можно использовать теорию, изложенную в разд. 4.2. Из формул 4(9) и 4(10) следует, что если линейные размеры гипоцентральной области при данном землетрясении порядка $2a$, то времена пробега (по этой области) первых излученных полупериодов волн P и S, зарегистрированных станцией, находящейся не в непосредственной близости от эпицентра, будут порядка $4a/v$, где v — соответствующая скорость волны. Наблюдения на станциях в пределах нескольких сотен километров от эпицентра показывают, что эти времена, как правило, меньше 1 *сек*. Это свидетельствует о том, что линейные размеры гипоцентральной области, как правило, меньше расстояния, проходимого за $^1/_2$ *сек* волнами P или S вблизи внешней поверхности Земли, т. е. порядка нескольких километров или еще

меньше (в случае слабых землетрясений эти размеры будут, конечно, существенно меньше).

Однако, принимая во внимание, какая степень неопределенности сопровождает интерпретацию данных сейсмографов, в настоящее время было бы преждевременным договариваться о том, как именно точно определять гипоцентральную область. Точно так же существует некоторая неточность и в определении точки, называемой *гипоцентром*, но эта неточность обычно не так важна в связи с формальными неопределенностями практических определений гипоцентра.

Здесь можно заметить, что Байерли и Бриджмен предположили, что «гипоцентр» для первых P-волн иногда может находиться на некотором расстоянии от «гипоцентра» для первых S-волн, возбуждаемых при землетрясении (см. Z-явление, разд. 10.6). Однако серьезных указаний на то, что расстояние между такой парой «гипоцентров» хоть сколько-нибудь значительно, не имеется.

15.5. ГЛУБИНА ОЧАГА

О глубине очагов землетрясений уже упоминалось в гл. 10 в связи с составлением таблиц времен пробега для различных фаз. Мы отмечали (разд. 10.4.1.1), что подавляющее большинство землетрясений возникает в слое глубиной 50 *км* от внешней поверхности Земли — это так называемые нормальные землетрясения. Теперь рассмотрим вопрос о существовании глубокофокусных землетрясений. Известно, что такие землетрясения действительно существуют, и они имеют особое значение для многих геофизических явлений.

15.5.1. Признаки аномально большой глубины очага

Первые попытки измерить глубину очага были сделаны Голицыным и Уолкером. Для этого использовались наблюдения кажущихся углов выхода (см. разд. 8.3) сейсмических лучей на различных эпицентральных расстояниях. Но полученные результаты содержали большой процент неопределенности из-за зависимости углов выхода от свойств верхних слоев Земли.

В 1922 г. Тернер заметил, что при некоторых землетрясениях *P*-волны, по-видимому, приходят на станции, расположенные вблизи антицентра (см. разд. 10.9.1), значительно раньше, чем должно было быть в случае нормального землетрясения. На основании этого Тернер выдвинул гипотезу, что очаги таких землетрясений находятся на глубинах, существенно бóльших глубины очага нормальных землетрясений. Но расчеты Тернера основывались на таблицах Цёппритца — Тернера (см. разд. 10.6.3), цифры в которых были очень неточными. Поэтому было крайне желательно при случае проверить гипотезу Тернера независимым образом.

В 1928 г. Вадати по данным японских землетрясений обнаружил, что разность между временами вступления *P*- и *S*-волн вблизи эпицентра иногда бывает необычно велика. Это также указывает на необычно большую глубину очага. А затем случилось так, что Тернер и Вадати независимо друг от друга получили для некоторых из этих землетрясений приблизительно одинаковую глубину очага.

В 1928 г. Джеффрис указал, что решающей проверкой гипотезы о существовании глубокофокусных землетрясений может быть следующее: нужно исследовать, являются ли поверхностные волны от землетрясений, подозреваемых глубокофокусными, необычно слабыми (см. разд. 3.2.5). В 1931 г. Стоунли заметил, что фазы, которые раньше регистрировались как «*L*» и «*M*», при землетрясениях, предполагаемых глубокофокусными, в большинстве случаев прибывают гораздо раньше, чем эти же фазы при нормальных землетрясениях. И эта разница в некоторых случаях достигала даже 10 *мин*. Стоунли реально показал, что эти *L*- и *M*-фазы в действительности связаны с объемными волнами, амплитуды которых превышают амплитуды поверхностных волн. После этого открытия существование настоящих глубокофокусных землетрясений уже не вызывало сомнений.

Другой важнейшей проверкой явилось изучение Скразом в 1931 г. и Стехшульте в 1932 г. таких фаз, как *pP*, *sP* и т. д. Они оценили глубину очагов по наблюдениям разностей времен вступления фаз *pP* и *P*, *P* и *sP*, *S* и *sS*.

Заметим, что кажущееся позднее время вступления

вблизи антицентра таких фаз, как *PKP*, на сейсмограммах некоторых землетрясений когда-то считали признаком аномально «высокого очага» этих землетрясений. Но Тиллотсон и др. показали, что это объясняется трудностью отождествления на сейсмограмме фаз, в частности в случае землетрясений, при которых основная выделившаяся в очаге энергия распределяется по более длинному интервалу времени, чем обычно. Кроме того, теперь известно, что очаги подавляющего большинства континентальных землетрясений находятся в гранитном слое и средняя их глубина менее 20 *км*.

15.5.2. Вычисление глубины очага

Когда таблицы времен пробега стали достаточно точными, оказалось возможным оценивать глубину очага землетрясения по наблюдениям одной только фазы *P* на ряде станций. Например, для эпицентрального расстояния $\Delta = 50°$ таблицы Д-Б (см. разд. 10.9.1) в случае землетрясения с очагом у подошвы земной коры указывают, что время пробега волн *P* больше, чем при $h = 0{,}01$, на 7 *сек*; при $h = 0{,}02$ — на 13 *сек*; при $h = 0{,}06$ — на 37 *сек*; при $h = 0{,}10$ (т. е. на глубине около 630 *км* под корой) — на 55 *сек*. Для $\Delta = 10°$ соответствующие разности будут 2, 4, 5 и 4 *сек* соответственно. Очевидно, что это позволяет оценивать глубину очага хорошо зарегистрированного землетрясения с неплохой точностью.

Для точных расчетов, как и при решении других сейсмологических задач, необходимо использовать статистическую теорию. Повышения точности часто можно достичь, если учитывать времена пробега других фаз, особенно *PKP* и *pP*, *sP* и т. д.

Неточность в определении глубины очага глубокого землетрясения, как правило, несколько больше, чем неточность в определении эпицентра так же хорошо зарегистрированного нормального землетрясения, но иногда возможно оценить такие глубины очага с ошибкой менее 10 *км*. Как правило, МСС дают оценки глубины очага с точностью до $^1/_{200}$ земного радиуса, т. е. приблизительно до 30 *км*.

Численные результаты для глубокофокусных землетрясений мы рассмотрим в следующем разделе.

15.6. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ НА ЗЕМНОМ ШАРЕ

15.6.1. Географическое распределение нормальных сильных землетрясений

Уже давно известно, что эпицентры сильных разрушительных землетрясений располагаются главным образом вдоль двух поясов. Об этом свидетельствуют и первые каталоги (как, например, каталоги Монтессю де Баллора) и точные работы Тернера и Беллами, основанные на данных МСС. Впоследствии Гутенберг и Рихтер провели полное исследование современной сейсмичности Земли.

Один сейсмический пояс располагается вокруг Тихого океана и захватывает страны, омываемые этим океаном, например Новую Зеландию, Новую Гвинею, Японию, Алеутские о-ва, Аляску, западные районы Северной и Южной Америки. По оценкам Гутенберга и Рихтера 80% энергии, выделяющейся в настоящее время при землетрясениях, приходятся на долю землетрясений, эпицентры которых лежат в этом поясе. Сейсмическая активность в пределах этого пояса не однородна, а местами имеются ответвления от главного пояса.

Второй сейсмический пояс проходит по Средиземному морю на восток через Азию и соединяется с первым поясом в районе Индонезии. Энергия, выделяемая землетрясениями этого пояса, составляет 15% от всей энергии землетрясений.

Имеется ряд менее значительных поясов сейсмичности, в том числе пояса в Арктике, Атлантическом океане, в западной части Индийского океана и на востоке Африки. В большинстве других частей земного шара происходят только эпизодические нормальные землетрясения.

Географическое распределение многих слабых землетрясений определено менее точно, так как получаемые о них сведения зависят от географического распределения станций наблюдения. Но следует ожидать (и все данные подтверждают это), что распределение частоты повторяемости слабых землетрясений близко связано с упоминавшимися выше поясами.

15.6.2. Распределение глубоких землетрясений

Табл. 9, составленная Гутенбергом и Рихтером, иллюстрирует распределение в течение тридцатилетнего периода землетрясений с глубиной очага 80 *км* или более. Значения глубины, указанные в таблице, отсчитываются от внешней поверхности Земли, причем в каждом случае имеется в виду интервал глубины ±25 *км*.

Таблица 9

Глубина, *км* / Область	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
Мексика, Центральная Америка	20	4	2	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—
Южная Америка	46	22	18	7	2	—	—	—	—	1	5	11	—
Новая Зеландия, Тонга, Самоа	11	3	3	1	2	1	4	—	6	9	10	5	1
Новые Гебриды — Новая Гвинея	22	16	9	1	2	3	3	1	—	—	—	—	—
Зондские о-ва	21	12	9	1	—	1	3	—	1	—	10	1	5
Целебес — Минданао	3	6	10	2	4	—	1	—	2	1	3	1	1
Лусон — Кюсю	10	7	4	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Японские о-ва	33	26	12	5	12	27	25	12	14	14	6	1	—
Гиндукуш	1	—	14	25	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Другие	11	13	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Всего	178	109	82	46	23	32	36	13	23	25	34	19	7

Гутенберг и Рихтер различают «промежуточные» глубины очага (примерно от 70 до 300 *км*) и более глубокие очаги. Из всей энергии, выделяемой при землетрясениях,

на долю «промежуточных» толчков приходится 12%, а на долю глубоких — 3%.

Из табл. 9 можно сделать следующие выводы:

1) частота повторяемости землетрясений быстро уменьшается с увеличением глубины очага в диапазоне промежуточных глубин, а ниже этого диапазона распределение по глубине довольно однородно вплоть до наибольшей глубины очага;

2) максимальная глубина очага не превышает приблизительно 700 *км*;

3) для некоторых географических областей, по-видимому, характерны определенные глубины очага;

4) глубокие землетрясения почти целиком приурочены к Тихоокеанскому сейсмическому поясу (единственными известными исключениями являются землетрясение 29 марта 1954 г. в Испании с глубиной очага 650 *км* и магнитудой $7^1/_4$ и землетрясение 17 февраля 1955 г. у берегов Италии с глубиной очага 450 *км* и магнитудой $5^1/_4$.

15.6.3. Распределение землетрясений в связи с другими геофизическими явлениями

Имеется заметная связь между географическим распределением сильных землетрясений и вулканической деятельностью, в частности в странах, расположенных вокруг Тихого океана. Однако Гутенберг и Рихтер обнаружили, что кратеры вулканов обычно располагаются на расстоянии сотен километров от большинства эпицентров сильных нормальных землетрясений. Они также установили, что «промежуточные» землетрясения часто происходят непосредственно под структурами, в которых находятся каналы вулкана, но что прямой причинной связи между этими землетрясениями и вулканической деятельностью не имеется, а и то и другое, вероятнее всего, обусловлено одними и теми же процессами орогенеза, происходящими на некотором расстоянии. Эти выводы согласуются с заключениями, сделанными в разд. 15.3.2. Раньше уже говорилось (разд. 12.6) о связи землетрясений со структурами островных дуг.

15.7. УСЛОВИЯ ВБЛИЗИ ОЧАГА

15.7.1. Энергия упругой деформации перед землетрясением

Имеется связь между энергией, выделяемой при землетрясении, и прочностью материала вблизи очага.

Предположим, что P_{ij} и E_{ij} — тензоры касательных напряжений и деформаций (по определению, данному в разд. 2.5) в точке P, лежащей в той области, в которой имеются значительно упругие деформации. Последние приводят затем к нарушению сплошности среды, которое вызывает землетрясение. Тогда, исходя из 2(70), соответствующая энергия деформации сдвига U определится формулой

$$U=\int\int\int \mu E_{ij}^2\,d\tau, \tag{10}$$

где интегрирование ведется по объему области, о которой говорилось выше. Можно записать

$$P_{ij}^2=(\alpha S)^2, \tag{11}$$

где S^2 — значение, которое приняла бы функция P_{ij}^2, если бы материал в точке P находился как раз на грани разрушения. Таким образом, $0\leqslant\alpha\leqslant1$, и величину S можно принять в качестве меры прочности (см. разд. 2.5.5). Тогда поскольку $P_{ij} = 2\mu E_{ij}$ [формула 2(68)], то, пренебрегая изменением μ и S внутри рассматриваемой области, мы можем получить

$$4\mu U=S^2\int\int\int \alpha^2\,d\tau=S^2Q, \tag{12}$$

где Q было бы объемом напряженной области, если бы повсюду $\alpha = 1$.

Кроме энергии деформации сдвига U, вообще говоря, будет существовать некоторая энергия, связанная с деформацией с изменением объема (скажем, V), соответствующая первому члену в правой части формулы 2(70). Можно ожидать, что она имеет порядок величины энергии U.

Вообще в связи с наличием афтершоков (см. разд. 15.8.1) энергия E, выделяемая с сейсмическими волнами при сильном разрушительном землетрясении, будет заметно меньше, чем $U + V$. Таким образом, порядок величины отношения U/E по крайней мере равен $^1/_2$, а может быть, и существенно больше. Тогда если в соотношении (12) заменить U на yE, где $0{,}5 < y < 5$, то оно будет выражать полезную для приложений зависимость между порядками величины выделяемой энергии, пределом прочности материала среды и размерами напряженной области перед началом землетрясения.

Данные, приведенные в гл. 12 и 13, показывают, что в интервале между верхним слоем земной коры и глубиной 700 *км* модуль сдвига μ изменяется от значения около $0{,}4 \cdot 10^{12}$ до $1{,}5 \cdot 10^{12}$ *дин/см*^{2}. Следовательно, для наибольших землетрясений (если принять, что выделенная энергия E порядка $5 \cdot 10^{24}$ *эрг*) S^2Q имеет значения между 10^{37} и 10^{38} *дин*^{2}*/см*. Отсюда следует, что при этих землетрясениях прочность материала в окрестности очага, а также размеры напряженной области должны быть значительными. Лабораторные определения дают предел прочности порядка 10^9 *дин/см*^{2} для гранита и других пород, преобладающих в земной коре. Принимая $S = 10^9$ *дин/см*^{2}, получим, что значение Q приближается к 10^{20} *см*^{3}, т. е. 10^5 *км*^{3}, в случае одного из сильнейших землетрясений.

В этих расчетах минимальный объем напряженной области непосредственно перед землетрясением будет порядка объема сферы с диаметром 50 *км*. И если бы деформация ограничивалась этой сферой, материал во всем ее объеме находился бы на грани разрушения. На практике главные разрывы бывают приурочены к гипоцентральной области, которая имеет гораздо меньший объем, а вне этой области предел прочности обычно не достигается. Таким образом, истинный объем, внутри которого перед землетрясением накапливаются значительные деформации, должен быть заметно больше 10^5 *км*^{3}.

В связи с тем, что Q едва ли будет превышать такую большую величину более чем на порядок, эти расчеты устанавливают нижний предел прочности материалов в Зем-

ле в местах, где возникают сильнейшие землетрясения, а также верхний предел энергии E, которая может быть выделена при землетрясении. Предел прочности не может быть намного меньше 10^9 *дин/см*^{2}, а E не может быть намного больше 10^{25} *эрг*.

Когда автор впервые проделал эти расчеты (1953), они были единственной причиной, по которой нужно было существенно уменьшить оценку энергии сильнейших землетрясений, принятую в то время (10^{27} *эрг*). Затем к таким же выводам пришел Цубои (1956), который для оценки объема напряженной области привлек данные японских станций по афтершокам сильных землетрясений.

Гутенберг и Рихтер считают, что наибольшая энергия выделяется при землетрясениях с глубиной очага до 150 *км*, а что энергия самых глубоких толчков может приближаться к 0,1 от ее наибольшей величины. Отсюда следует, что прочность материалов в Земле на глубинах до 600—700 *км* сравнима с прочностью коры. Это отвергает прежнюю точку зрения, что вещество под земной корой слабее, чем в коре.

Прочность S, о которой здесь говорится, не обязательно равна «фундаментальной прочности», определенной в разд. 2.5.5, так как разрыву, сопровождающему землетрясение, может непосредственно предшествовать пластическое течение. Например, в Японии непосредственно перед началом некоторых землетрясений наклономеры регистрировали постепенный наклон массивов суши. Однако Джеффрис выдвинул аргументы, основанные на положениях, подробно рассмотренных в разд. 2.5, в пользу того, что значения фундаментальной прочности и S во внешних слоях земного шара, очевидно, одного порядка [1]).

---

[1]) При оценке энергии землетрясения правильнее считать, что снимаются напряжения на какой-то площади и, значит, в объеме с линейными размерами порядка наибольшего размера площадки, по которой происходит разрыв сплошности при землетрясении.

Как показывают эксперименты при высоких давлениях и теоретические соображения, с ростом давления (глубины) прочность и пластичность твердых тел заметно растут.— *Прим. перев.*

15.7.2. Сбросы и трещины

Еще в 1776 г. Кулон постулировал, что под действием напряжений хрупкий материал разрушается вдоль плоскости максимальных тангенциальных напряжений. Пусть p_1, p_2 и p_3, где $p_1 > p_2 > p_3$ — главные напряжения непосредственно перед разрывом. В 1849 г. Гопкинс, основываясь на постулате Кулона, показал, что плоскость разрыва, которая также является плоскостью наибольших сдвиговых напряжений, проходит в направлении p_2 и делит пополам угол между направлениями p_1 и p_2, образуя в результате этого с p_1 угол $\pm{}^1/_4\pi$; величина наибольшего сдвигового напряжения равна ${}^1/_2\,(p_1 - p_3)$.

В 1905 г. Андерсон предположил, что трещина начинает образовываться тогда, когда разность напряжений $p_1 - p_3$ превысит сумму $S + \mu p_n$, где S — мера прочности, p_n — нормальное напряжение на плоскости разрыва и μ — коэффициент трения. Обозначим через θ угол между плоскостью разрыва и направлением p_1. Тогда при $\mu = 0$ получаем результат Гопкинса $\theta = {}^1/_4\pi$, в то время как при $\mu = 1$ получаем $\theta = {}^1/_8\pi$ или ${}^3/_8\pi$ (доказательство см. в книге Джеффриса «Земля» [1]), Приложение А).

Лабораторные эксперименты показывают, что в случае стержня из хрупкого материала при продольном давлении (при растяжении поведение его будет совершенно иным) $\theta = 45°$, т. е. согласуется с результатом Гопкинса. В реальных геологических условиях, когда на материал, находящийся под давлением, накладывается тяжелая нагрузка, имеются признаки, что θ может уменьшиться до 30° или менее, и становится справедливой теория Андерсона. Джеффрис полагает, что теория Кулона — Гопкинса может давать хорошее приближение в начале образования разрыва, а теория Андерсона — после того, как началось скольжение.

Тектонические землетрясения связаны с разрывами под земной поверхностью, и рассмотренные выше теории

---

[1]) Г. Джеффрис, Земля, ее происхождение, история и строение, М., ИЛ, 1960, стр. 43.— *Прим. перев.*

можно использовать для описания процесса образования новых сбросов. Когда количество накопленной энергии деформации станет чрезмерно большим (правда, вблизи уже существующего разрыва), то, вероятно, будет происходить скольжение вдоль плоскости этого разрыва. Это не зависит от того, какой теории мы следуем, так как прочность материала вблизи такого разрыва, очевидно, меньше, чем во всех остальных местах. По теории разд. 15.7.1 представляется вероятным, что при сильнейших землетрясениях образуется много новых нарушений, так как присутствие в гипоцентральной области старых разрывов приведет к понижению S, и поэтому S^2Q уже не будет достигать значения порядка 10^{38} *дин²/см*. Обычно полагают, что наблюдаемые разломы являются местом, где произошло одно или более землетрясений в прошлом, хотя смещения вдоль видимых разрывов часто являются вторичными эффектами. Истинное сбросообразование во время землетрясения может иметь очень сложный характер, и только детальными исследованиями можно установить (см. разд. 15.7.3), действительно ли основная энергия в данном землетрясении происходит от поверхности одного-единственного сброса.

Наблюдая сбросы, иногда можно обнаружить относительные смещения порядка километра, в то время как амплитуды смещений почвы при землетрясении достигают самое большее нескольких сантиметров. По оценке Джеффриса, сброс высотой 100 *м* мог бы образоваться в одну стадию только в том случае, если смещение вдоль этого сброса происходило бы со скоростью, достаточной для создания слоя толщиной 15 *см* раздробленной породы, например псевдотахилита, ставшего аморфным под действием выделившегося тепла. Если псевдотахилит не образуется, указанная максимальная высота сброса будет около 4 *см* при первом смещении и, возможно, несколько больше при последующих вертикальных движениях, так как потом прочность материала вблизи образовавшегося сброса уменьшается. Поскольку в большинстве сбросов обнаружено мало (или совсем не обнаружено) псевдотахилита, Джеффрис делает вывод, что для того, чтобы образовались известные крупные сбросы, должна была произойти длинная последовательность движений.

15.7.3. Механизмы очага и картины начальных движений почвы

Делались попытки выяснить характер образования разрывов в гипоцентральной области землетрясения по наблюдаемому распределению направлений первых смещений в волнах, приходящих на земную поверхность. Эти начальные движения были названы *анасейсмическими* и *катасейсмическими* [1]) в соответствии с их направлением от очага или к очагу.

При некоторых землетрясениях, чаще всего глубокофокусных, характер сил в очаге становится яснее, если нанести на карту направления смещений в волне P. Имеются большие области, в которых первые смещения преимущественно анасейсмические. Они отделены от областей, где наблюдаются преимущественно катасейсмы, нодальными линиями, вблизи которых смещения земной поверхности совсем малы. На существование таких распределений поверхностных смещений указывали Омори, Шида и Ишимото. Интересный обзор ранних японских работ дал Кавасуми (1937).

В 1923 г. Накано теоретически рассмотрел распределения (картины) первых смещений, которые наблюдались бы на поверхности однородной модели Земли, если по-разному представить в модели силы, действующие в очаге землетрясения.

В последнее время чаще всего для характеристики процессов в очаге рассматривают две возможности: а) две силы, образующие пару, и б) систему из четырех равных компланарных сил, образующих две пары с равными и противоположно направленными моментами,— силы одной пары направлены под прямым углом к силам другой пары. В типе (а) рассматривается развитие простой плоскости разрыва в очаге [2]), а силы, составляющие пару,

---

[1]) Анасейсма является волной сжатия и обозначается знаком «+». Катасейсма является волной разрежения и обозначается знаком «—».— *Прим. перев.*

[2]) Термин *плоскость разрыва в очаге* эквивалентен английскому «fault plane at the focus» или просто «fault-plane». Аналогично термин *решение для плоскости разрыва в очаге* соответствует английскому «fault-plane solutions».— *Прим. перев.*

параллельны этой поверхности и действуют на ее противоположных сторонах. Тип (б) эквивалентен системе четырех равных по величине сил, направленных по двум взаимно перпендикулярным прямым, пересекающимся в фокальной точке O, причем две силы, лежащие на одной прямой, направлены к точке O с противоположных сторон, а другие две направлены от точки O.

В 1926 г. Байерли, приняв модель очага типа (а), предпринял попытку использовать картины распределения смещений в волнах P по всему земному шару для того, чтобы определить ориентацию плоскости разрыва в очаге при сильном землетрясении. По механизму (а) получаются две нодальные линии на поверхности Земли. В случае однородной среды одна из них должна лежать в плоскости, содержащей предполагаемый разрыв, а другая — в плоскости (называемой «вспомогательной»), которая проходит через фокус и перпендикулярна силам, составляющим пару. Для реальной Земли нодальные линии смещаются от этих положений из-за кривизны сейсмических лучей на пути от очага до земной поверхности. Но если знать форму лучей, то этот факт можно легко учесть.

Если мы имеем надежную картину распределения первых смещений для волн P и примем модель очага типа (а), то тогда становится возможным определить положение двух плоскостей, в одной из которых содержится разрыв. Если известно, какая из плоскостей главная, а какая вспомогательная, то направление смещения на разрыве будет также указано. К сожалению, наблюдения волн P не дают возможности различить эти две плоскости. Теоретически их можно различить по наблюдениям смещений в волнах S, для которых в случае механизма (а) амплитуды максимальны во вспомогательной плоскости и минимальны в плоскости разрыва. Однако на практике очень трудно определить амплитуды волн S с необходимой точностью.

Если принять механизм (б), то из теории снова получаются две нодальные линии для волн P, в то время как амплитуды волн S максимальны на обеих этих линиях. В принципе на основании этого возможно различить эти два механизма, (а) и (б) если предположить, что один из них достаточно хорошо моделирует условия в очаге

и что имеются достаточно надежные данные наблюдений волн S.

Ходжсон, Ритсема и Кейлис-Борок обобщили метод Байерли с целью получить решения для плоскости разрыва в очаге в предположении механизма (а). Они считают, что данные наблюдений в общем свидетельствуют в пользу этой модели. С другой стороны, Хонда полагает, что механизм (б) более совместим с данными наблюдений японских землетрясений.

Многие авторы подчеркивали, что при интерпретации видимых картин первых смещений необходима большая осторожность. Во-первых, нужно ясно сознавать, что весь этот подход к условиям в очаге — только моделирование и что впоследствии может потребоваться видоизменить используемые модели. Пресс при своих модельных экспериментах подчеркивал особые трудности, связанные с волнами S. Кейлис-Борок и Ритсема уделили некоторое внимание проблеме наилучшего использования наблюдений волн S. Дикс и Кнопов особо подчеркнули, что необходим равнозначный статистический подход, чтобы установить распределение смещений в P-, а также S-волнах. Беньофф полагает, что решения для плоскости разрыва в очаге надежны только для случая сильнейших землетрясений, при которых протяженность нарушения достаточно велика, так что позволяет исключить локальные эффекты. При более слабых землетрясениях могут быть серьезные осложнения, вызванные присутствием старых сбросов. Кейлис-Борок с сотрудниками считают, что вблизи предполагаемой плоскости разрыва в очаге могут играть существенную роль эффекты дифракции.

Ходжсон отмечал, что все исследования, по-видимому, указывают на преобладание в большинстве районов движений по простиранию пород с образованием поперечных сбросов почти по вертикальной плоскости. Исключения, видимо, составляют преобладающие нормальные разрывы на очень больших глубинах в Индонезии и сбросы со смещением по падению, часто встречающиеся в Гиндукуше и в области Памирского горного узла, а иногда и на о-вах Бонин и у берегов Британской Колумбии.

Шейдеггер провел статистический анализ всех определений (около 200) плоскости разрыва в очаге, имевших-

ся до 1959 г. В результате он вывел зависимость между движениями в очаге и направлениями тектонических напряжений, которая, как оказалось, достаточно хорошо согласуется с геологическими данными.

Бот и Беньофф использовали информацию об афтершоках Камчатского землетрясения 4 ноября 1952 г. для того, чтобы разделить два возможных типа решения для плоскости разрыва в очаге, данные Ходжсоном для главного толчка. Впоследствии Беньофф получил обобщение этого решения для зоны, окружающей Тихий океан. Он описывает интенсивную современную тектоническую деятельность в этой зоне как вращение по часовой стрелке окраин континентов, происходящее по касательной к океаническому бассейну, и одновременное радиальное движение их в направлении к океану. Предполагая, что скорость движения постоянна (исходя из данных для разлома Сан-Андреас, разд. 15.3.1), он оценивает время полного оборота приблизительно в $3 \cdot 10^9$ лет. Хонда предполагает, что в исследованном им районе имеется тенденция относительно более быстрого движения тихоокеанской стороны вниз и в сторону азиатского континента, хотя возможна и иная интерпретация.

15.8. ФОРШОКИ, АФТЕРШОКИ И СВЯЗАННЫЕ С НИМИ ЯВЛЕНИЯ

Если внимательно рассмотреть Международную сейсмологическую сводку за любой год, то можно увидеть, что часто за промежуток времени порядка нескольких дней или недель (иногда больше) происходит серия землетрясений, имеющих примерно один и тот же эпицентр.

15.8.1. Афтершоки сильных землетрясений

Обычной ситуацией в таких случаях является сильное разрушительное землетрясение, сопровождающееся множеством более слабых толчков. Этого следовало ожидать, так как нарушение сплошности среды, происходящее при сильном землетрясении, вероятно, не освободит сразу всю накопленную энергию деформации. Затем это нарушение, очевидно, приведет к увеличению напряжения и деформа-

ции в ряде мест в окрестности гипоцентральной области. В результате этого материал среды в некоторых точках станет испытывать напряжение, близкое к тому, при котором происходит разрыв. Такие более слабые толчки, которые следуют за сильным землетрясением, называют *афтершоками*, и в некоторых случаях они могут происходить с частотой порядка ста в день и даже больше в течение некоторого времени.

Иногда случается, что за сильным землетрясением следует другое сильное землетрясение, возникшее приблизительно в том же очаге через несколько часов или дней. Предельным случаем является случай многократных землетрясений (см. разд. 4.3). Но в огромном большинстве случаев первое сильное землетрясение в данной серии гораздо сильнее всех афтершоков.

В общем число афтершоков в день в целом уменьшается с увеличением времени. Из работы Омори, проведенной в начале нашего столетия, следует, что частота афтершоков приблизительно пропорциональна времени t, прошедшему с момента возникновения главного сильного землетрясения данной серии. Впоследствии было установлено, что для некоторых последовательностей афтершоков данным наблюдения частоты повторяемости хорошо удовлетворяют формулы вида $a/(t+b)$, где a и b — постоянные.

Беньофф проводит параллель между движениями вблизи очага при афтершоках и упругим последействием пород в лабораторных условиях.

15.8.2. Форшоки сильных землетрясений

Как правило, перед началом сильного землетрясения не происходит заметных изменений в характере менее интенсивных форшоков, которые можно было бы рассматривать как предупреждение. Поэтому очень сильные землетрясения часто сопровождает огромное количество человеческих жертв.

Однако имеются свидетельства в пользу того, что некоторым сильным разрушительным землетрясениям предшествуют форшоки. Кунитоми установил, что в течение трех недель, предшествовавших землетрясению 1930 г. в Северном Иду, там происходили форшоки, частота которых все время возрастала и достигла 70 ощутимых толч-

ков в канун главного землетрясения. Имамура определил, что тенденция к возникновению форшоков ограничивается некоторыми сейсмическими зонами, и установил, что в Японии форшоки предшествуют не более чем 20% сильных землетрясений.

В других работах Имамуры говорится, что в некоторых районах можно заметить, как за несколько десятков лет до начала разрушительного землетрясения о нем возвещает увеличение частоты повторяемости более слабых землетрясений в данной области. Но и это также относится только к некоторым зонам.

15.8.3. Рои землетрясений

Иногда в каком-нибудь районе в течение периода времени, который может длиться несколько месяцев, происходит большое число слабых землетрясений, а сильное разрушительное землетрясение так и не возникает. Например, в районе Таупо (Новая Зеландия) между маем и декабрем 1922 г. произошло много сотен землетрясений, причем некоторые из них были настолько сильными, что сбросили с крыш несколько дымовых труб, но ни одно из них не достигло интенсивности сильного разрушительного землетрясения. Такие последовательности землетрясений называют роями. Рои землетрясений наблюдались и в других областях, в том числе в Германии, Японии, Калифорнии и Южной Америке.

15.9. ПЕРИОДИЧНОСТЬ, КОРРЕЛЯЦИЯ И ПРЕДСКАЗАНИЕ

15.9.1. Частота афтершоков

Самым заметным систематическим явлением в повторяемости землетрясений можно считать возникновение последовательностей афтершоков вслед за сильными разрушительными землетрясениями. Наиболее общий закон для их частоты дан в разд. 15.8.1. Предположения о периодичности афтершоков делались время от времени, но статистическое исследование Джеффрисом нескольких последовательностей афтершоков не обнаружило каких-либо реальных периодичностей.

15.9.2. Другие предполагаемые периодичности и корреляции

Делались и другие предположения о периодичности землетрясений, например о большей частоте их зимой по сравнению с летом или ночью по сравнению с днем, но реальность таких периодичностей не была доказана.

Предполагали, что моменты возникновения землетрясений можно определять по заметным «спусковым силам». Это сравнительно небольшие силы, не зависящие от главных сил, приводящих к упругим деформациям, в результате которых происходит землетрясение. Они могут включать приливные эффекты, температурные эффекты, аномальные изменения барометрического давления и другие явления. Как предполагалось, эти силы играют роль «последней капли», когда разность напряжений уже очень близка к пределу прочности в некоторой точке гипоцентральной области.

Данное предположение послужило толчком к исследованиям корреляций между возникновением землетрясений и такими эффектами и к поискам связанных с этим периодичностей. Но опять ничего определенного обнаружено не было. Все признаки, которые могли бы указывать на подозреваемые периодичности, подробно рассмотрел Дэвисон.

Совершенно отличное от всех остальных предположение выдвинул Беньофф. Он привел аргументы в пользу того, что землетрясения с магнитудой выше 8 не могут быть абсолютно независимыми явлениями, а должны быть некоторым образом связаны с системой глобальных напряжений.

15.9.3. Длиннопериодные флуктуации повторяемости землетрясений

Иногда возникает вопрос, происходили ли значительные флуктуации повторяемости землетрясений за исторический период времени. Гутенберг и Рихтер составили список случаев, когда наблюдалась повышенная сейсмическая активность в относительно короткие интервалы времени. Сюда вошли, например, необычно большое число очень разрушительных толчков в Палестине и Сирии в течение XI—XII веков, длинная последовательность сильных

землетрясений в Индийском океане между 1925 и 1933 гг.; небольшая последовательность крупных землетрясений в долине р. Миссисипи в 1811 и 1812 г., а также землетрясения, представляющиеся изолированными (например, землетрясение в Баффиновом заливе 20 ноября 1933 г.). Однако в главных областях современной сейсмической активности не имеется признаков каких-либо значительных флуктуаций за исторический период времени.

Наиболее подробной сводкой землетрясений, происходивших за длительный период времени, являются хронологические таблицы записей китайских землетрясений, составленные под руководством Ли историческим и сейсмологическим отделениями Академии наук в Пекине. Ли приводит перечень 1180 сильных, разрушительных землетрясений, происшедших в Китае с 1189 г. до н. э. по 1955 г. н. э.

Из наблюдений геологов можно сделать вывод, что заметные флуктуации в повторяемости землетрясений, вероятно, происходили в течение геологического времени. Однако совершенно очевидно, что сейсмически активные области, в частности Тихоокеанский пояс, были активными на протяжении долгих геологических эпох, хотя могли происходить кое-какие изменения в деталях.

15.9.4. Предсказание землетрясений

Предсказание связано с применением эмпирических формул и принципов, выведенных на основе прошлых наблюдений, для прогноза событий в будущем, и это производится в согласии с положениями теории вероятности.

В случае землетрясений прогноз можно делать исходя из свойств землетрясений, происходивших в прошлом, о которых говорилось в предыдущих разделах. Например, в высшей степени вероятно, что эпицентры сильных разрушительных землетрясений будут в течение некоторого довольно значительного промежутка времени в основном приурочены к поясам, которые описывались в разд. 15.6.1. Можно предсказать (с высокой степенью вероятности, определяемой современными знаниями), что в следующем столетии в Великобритании будут происходить менее серьезные землетрясения, чем в Италии или Японии; что

в Новой Зеландии город Окленд будет менее подвергаться сотрясениям, чем Веллингтон, и т. д.

На основании разд. 15.8.1 можно предсказать, что если в данном районе произойдет сильное землетрясение, то очень вероятно, что затем в этом же районе в течение некоторого времени будет наблюдаться ряд афтершоков. Все эти афтершоки будут иметь меньшую интенсивность, чем первое землетрясение. В то же время вероятность того, что в течение нескольких дней или недель произойдет еще одно равное по силе землетрясение, очевидно, не пренебрежимо мала.

Необходимо подчеркнуть, что при современном уровне знаний о явлениях землетрясения не представляется возможным приписывать какую-либо другую вероятность, кроме самой низкой, предсказаниям, которые делаются без учета сделанных выше замечаний. Строго говоря, эти знания могут включать гораздо более полное понимание условий, существующих под внешней поверхностью Земли, и действующих сил, приводящих к постепенному накоплению энергии упругой деформации. Появление наклономеров и стрейн-сейсмографов и очень большие усилия, которые прилагаются для исследования земной коры с помощью взрывов,— все это шаги в данном направлении. Но пройдет еще много времени, прежде чем удастся делать прогнозы с достаточной точностью и надежностью и тем самым уменьшить губительные последствия катастрофических землетрясений.

Ходжсон в ответ на вопрос о времени возникновения следующего сильнейшего землетрясения в некотором районе цитирует Марка Твена: «Мне было очень приятно, что я мог ответить без промедления, и я ответил. Я сказал, что я не знаю» [1]).

---

[1]) Многие вопросы, рассмотренные в этой главе, имеют исключительно большое практическое значение. В связи со значительной неопределенностью по большинству пунктов происходят весьма острые дискуссии. В особенности это касается вопроса о механизме землетрясения. Отметим также, что в проблеме прогноза, возможно, еще скажут свое слово и методы, отличные от сейсмического, например электромагнитные методы.— *Прим. перев.*

16

СЕЙСМОЛОГИЯ И ЯДЕРНЫЕ ВЗРЫВЫ [1])

Об использовании в сейсмологии взрывов для выяснения структуры земной коры в различных частях земного шара уже говорилось в гл. 12. Благодаря этому мы получили возможность в большей степени управлять сейсмическими исследованиями (см. разд. 12.1.5), так как место и момент взрыва (в противоположность естественным землетрясениям), как правило, известны с большой точностью. Эксперименты со взрывами можно заранее планировать, так что можно постараться расположить регистрирующие станции наилучшим образом и тем самым получить сейсмограммы с большей детальностью. При сейсмических исследованиях земной коры источником энергии обычно служат химические взрывы (при небольших экспериментах энергию иногда получают от механических источников). С возникновением ядерных взрывов появилась возможность использовать взрывную сейсмологию (и все преимущества контролируемого эксперимента, которые с ней связаны) для изучения более глубоких недр Земли.

Хотя до сих пор применение ядерных взрывов в сейсмологии было не основной их целью, но с их помощью уже получено много ценной информации, и успехи следуют один за другим. В этой главе описываются в общих чер-

---

[1]) Автор останавливается в этой главе лишь на технической стороне вопроса о применении ядерных взрывов в сейсмологии. Между тем эта проблема неотделима от важнейших политических вопросов, которые выдвигаются перед человечеством в связи с ядерными испытаниями вообще.— *Прим. ред.*

тах имеющиеся результаты и говорится о задачах будущих исследований, например идентификации ядерных взрывов по сейсмическим записям.

16.1. ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР

Первый атомный взрыв был произведен 16 июля 1945 г. в $12^h29^m21^s$ гринвичского времени в штате Нью-Мексико (в пункте с координатами 33°40′31″ с. ш., 106°28′29″ з. д.,) с башни высотой 30 *м*. Момент начала взрыва в источнике был известен с неопределенностью в 15 *сек*. Время, приведенное выше, приближенно определено Гутенбергом по сейсмическим данным и считается надежным в пределах 2 *сек*. Энергию, выделяющуюся при ядерном взрыве, обычно выражают в эквивалентных килотоннах или мегатоннах взрывчатого вещества тротила (ТНТ) (1 *кт* $= 10^3$ *т*, 1 *Мт* $= 10^6$ *т*). Мощность этого взрыва была 19,3 *кт*. Скорость волн P_n, образовавшихся в результате взрыва, хорошо согласовалась с сейсмическими данными, но этот взрыв имел ограниченное значение для сейсмологии, так как начальный момент его был известен неточно. Статью, посвященную сейсмическим аспектам этого взрыва, опубликовал Лит.

24 июля 1946 г. вблизи атолла Бикини был произведен первый подводный атомный взрыв на глубине 27 *м* от поверхности океана. Это был первый и в течение значительного времени единственный ядерный взрыв, для которого данные об очаге были сделаны общедоступными. Он был очень хорошо зарегистрирован на восьми сейсмических станциях в интервале эпицентральных расстояний 69,0—78,6°. Гутенберг и Рихтер (1946) привели время вступления волн P для этих станций, и по ним автор (1948) определил среднюю невязку в $-1,8 \pm 0,8$ *сек* с таблицами Джеффриса — Буллена для поверхностных очагов. Отрицательные значения полученных разностей объяснялись различиями в строении земной коры между районом Бикини и средней континентальной областью. Хотя записи этого взрыва далеко не полны, все же они дают представление о том, чего может добиться сейсмология с помощью ядерных взрывов.

Затем данные по взрывной сейсмологии в открытой печати не появлялись до 1952 г., когда Гутенберг опубликовал результаты своего сейсмического исследования первых пяти атомных взрывов, произведенных в Неваде; эти испытания проводились между 27 января и 6 февраля 1951 г. на высоте чуть больше 300 *м*. Для данного района Гутенберг получил скорость волн P_n 8,2 *км/сек* и толщину земной коры 35—40 *км*.

В 1953 г. в одной из последующих статей с загадочным названием «Времена пробега продольных волн от поверхностных очагов» Гутенберг приводит значения невязок времен пробега с табличными значениями для 33 наблюдений волн *P*, возбужденных в известных поверхностных источниках в районе Тихого океана. Эти невязки опять получились отрицательными, порядка —2 *сек*.

Первый взрыв водородной бомбы (14 *Мт*) был произведен 31 октября 1952 г. на атолле Эниветок на высоте 6 *м* над уровнем моря. Полученные сейсмические данные опубликовал Ротэ в 1960 г.

В середине марта 1954 г. было объявлено о взрыве водородной бомбы вблизи атолла Бикини, а по сообщениям японских рыбаков этот взрыв произошел незадолго до рассвета 1 марта по местному времени. На основе одной этой информации Берк-Гаффни сумел предварительно отождествить соответствующее данному взрыву вступление волны *P* на обсерватории в Ривервью, и оно подтвердилось, когда из Брисбена были получены обычные рабочие сводки данных. После этого Берк-Гаффни проследил вступления сейсмических волн от четырех таких взрывов по регулярным бюллетеням станций наблюдения из двенадцати стран. Эти данные позволили ему и автору вычислить времена в очаге, которые позднее, когда сведения об источнике уже были опубликованы, подтвердились с точностью 0,0; 0,4; 0,6 и 0,1 *сек* соответственно для четырех рассмотренных взрывов. Первый взрыв, произведенный 28 февраля (по Гринвичу) 1954 г., как было заявлено, был контактным взрывом мощности 15 *Мт*.

По сейсмическим записям этих взрывов Берк-Гаффни и автор снова получили отрицательные невязки для времен волн *P*, а также обнаружили, что времена пробега волн *P* от Бикини до США и Австралии совпадают в пределах

менее 1 *сек.* Неожиданным важным результатом было получение данных о волнах, предшествующих фазе *PKIKP* при $\Delta < 142°$, о чем уже говорилось в разд. 13.1.3. При обсуждении вопроса об обнаружении ядерных взрывов (разд. 16.4) было сделано следующее интересное наблюдение. Случалось, что наблюдатели на большинстве станций, разделенных океаном, бюллетени которых использовались, даже не подозревали, что выделили какие-то другие фазы, кроме фаз слабого землетрясения. (В одном-двух случаях, когда их просили дать дополнительную информацию, они сообщали детали, относящиеся к естественным землетрясениям, зарегистрированным примерно в то же самое время.)

В 1955 г. группа сейсмологов выдвинула предложение о сотрудничестве государств в проведении четырех атомных (не водородных!) взрывов в сейсмически интересных областях. Целью этого эксперимента было использовать ядерную энергию для получения информации о глубоких недрах Земли. Это предложение было несколько преждевременным, но оно привлекло внимание общественности к возможности использовать ядерные взрывы для сейсмологии.

В 1956 г. была произведена серия ядерных взрывов в Маралинье, Центральная Австралия (см. разд. 12.2.5). В результате впервые удалось получить надежные сведения о строении земной коры в этом районе, где прежде не удавалось получить хоть сколько-нибудь ценных результатов по сейсмограммам естественных землетрясений.

После обсуждения обращения ученых об использовании ядерных взрывов в сейсмологии в сентябре 1957 г. в Торонто на съезде Международной ассоциации сейсмологии и физики земных недр, были опубликованы — впервые заранее!— данные об источнике предстоящего ядерного взрыва в Неваде. Речь шла о взрыве Рейниер, который был произведен 19 сентября 1957 г. на глубине 240 *м* от земной поверхности и явился первым подземным ядерным взрывом. Сейсмологи приложили все усилия, чтобы зарегистрировать волны от этого взрыва, и многие покинули съезд в Торонто, чтобы установить на местах специальную полевую аппаратуру. Эффект не был особенно велик, так как заряд был всего 1,7 *кт*, и лишь малая доля

энергии перешла в энергию сейсмических волн. По данным Бейли и Ромни, ценные записи волн P были получены на расстояниях до 9° и времена пробега удовлетворяли формуле

$$8{,}0+\frac{r_0\Delta}{8{,}0}\ \textit{сек}\quad \text{при}\quad r_0\Delta>180\ \textit{км},$$

в то время как менее четкие записи волн P были сделаны вплоть до 17,7° в США и до 33,4° на Аляске. Взрыв Рейниер вызвал такое широкое обсуждение благодаря тому, что он был первым взрывом, имеющим прямое отношение к проблеме обнаружения подземных ядерных взрывов.

Вскоре после этого Кардер и Бейли (1958) опубликовали результаты наиболее подробного исследования сейсмограмм ядерных взрывов, охватившего более тысячи записей. Их анализ показал наличие невязок со значениями в таблицах Джеффриса — Буллена в широком диапазоне расстояний, а также дал некоторую новую информацию о слоях земной коры, некоторые важные сведения о 20°-границе и интересные данные о фазе PcP. В Колледже (Аляска) эта фаза была почти так же интенсивна, как волны P на сейсмограммах взрывов в Бикини (для которых $\Delta \doteq 62{,}16°$), но была едва различима при взрывах на атолле Эниветок ($\Delta = 63{,}23°$); то же самое отмечалось в Мацушира ($\Delta = 34{,}82°$; 32,87°). Эти наблюдения могут иметь существенное значение для выяснения природы границы между оболочкой и ядром Земли.

Начиная с 1958 г. сейсмологам стало известно больше данных об источниках ядерных взрывов и все больше усилий стало направляться на то, чтобы извлечь из них пользу для сейсмологии.

20 августа 1958 г. на Женевском совещании представителей нескольких стран обсуждался вопрос об обнаружении ядерных взрывов, и значительная роль в этом деле отводилась сейсмологии. Эта задача будет рассмотрена в разд. 16.4.

Из последних исследований различных сейсмических задач, связанных с ядерными взрывами, можно упомянуть работу Оливера, Юинга и др., посвященную поверхностным волнам от высотных взрывов; Дж. Т. Вильсона и Виллиса об общем волновом спектре, а также работу Джон-

сона и др. об условиях вблизи источника. Большое значение для сейсмологии имел взрыв Гном мощностью 3 *кт*, произведенный 10 декабря 1961 г. в Нью-Мексико на глубине 350 *м* от поверхности земли (см. разд. 13.1.2).

В 1960 г. С. Д. Коган опубликовала результаты произведенных в СССР анализов сейсмограмм ряда взрывов на Маршалловых о-вах. Она получила для времен пробега волн P по сравнению с таблицами Д.-Б. средние невязки порядка $-1{,}8 \pm 0{,}6$ *сек*, а для волн S — невязки от $+4$ до $+5$ *сек*. В своей работе Коган отметила возможность использования вступлений PcP для оценки отношения плотностей по обе стороны от границы оболочка — ядро.

Согласно данным, представленным Джонсоном в 1960 г. съезду Международной ассоциации сейсмологии и физики земных недр в Хельсинки, к тому времени было произведено 300 известных ядерных взрывов. Сведения об источниках 169 взрывов приведены в статье Григгса и Пресса (1961), в которой дан обзор некоторых наиболее важных сейсмических проблем, связанных с ядерными взрывами.

Еще одним аспектом ядерных взрывов, имеющим некоторые общие проблемы с сейсмологией, является вопрос о возникающих при взрывах воздушных волнах. Теория воздушных волн от крупных взрывов рассматривается в очень интересной и важной статье Ханта, Палмера и Пенни (1960).

16.2. УСЛОВИЯ В ИСТОЧНИКЕ ПРИ ЯДЕРНЫХ ВЗРЫВАХ

Энергия, выделяющаяся при взрыве заряда 1 *кт*, согласно стандартной формуле равна $4 \cdot 10^{19}$ *эрг*. Исходя из этой формулы, наименьшие известные ядерные взрывы дают энергию между 10^{18} и 10^{19} *эрг*, взрывы зарядов 20 *кт* — энергию порядка 10^{21} *эрг*, а взрывы 15 *Мт* (наибольший взрыв водородной бомбы, для которого имеются данные) — $6 \cdot 10^{23}$ *эрг*, около 0,1 энергии сильнейшего землетрясения.

Только малая доля энергии заряда переходит в сейсмические волны. «Сейсмический к. п. д. », определяемый этой долей энергии, имеет наибольшее значение при под-

водных взрывах, существенно меньше он для подземных взрывов, ещё меньше для контактных взрывов и минимален при взрывах над земной поверхностью. К. п. д. сильно зависит также от других условий, кроме расстояния от поверхности,— например, от характера окружающих пород и размеров полости, в которой производится взрыв.

Григгс и Пресс (1961) дали следующие весьма ориентировочные значения сейсмического к. п. д. для взрыва 20 *кт* в различных условиях: $1 \cdot 10^{-5}$ при высоте 10 *км*, $3 \cdot 10^{-5}$ при высоте 1 *км*, $1 \cdot 10^{-4}$ для контактного взрыва, $1 \cdot 10^{-3}$ для подземного взрыва при глубине 300 *м*, $5 \cdot 10^{-3}$ для подводного взрыва при глубине 30 *м*, $2 \cdot 10^{-2}$ при глубине от поверхности воды 100 *м* и $4 \cdot 10^{-2}$ при глубине 500 *м*. Они указывают, что подводный взрыв 25 *кт* по величине выделившейся сейсмической энергии эквивалентен контактному взрыву 10 *Мт*. По их оценкам взрыв 1 *Мт* может быть полностью удержан под землей при глубине 1,5 *км*, а продукты взрыва 10 *Мт* могут быть полностью погребены в глубоководном океаническом желобе. Григгс и Пресс приводят данные, по которым им удалось сделать вывод, что взрыв «чистой» бомбы 1 *Мт* безопасен при проведении его в любом месте океана на глубине более 5 *км*.

Латтер с сотрудниками оценил, что сейсмический к. п. д. подземного взрыва, произведенного внутри большой полости, может составлять лишь 0,003 величины к. п. д. хорошо заделанного взрыва. Они указывают, что для того, чтобы реализовать этот низкий к. п. д., минимальный размер полости при глубине 1 *км* должен быть равен $7 \cdot 10^{10}$ *см*³ на 1 *кт* заряда.

Для взрыва Рейниер (1,7 *кт*) согласно оценкам сейсмический к. п. д. был менее 0,01; по результатам Латтера, если бы полость была сферической формы радиусом 30 *м*, то к. п. д. мог бы быть понижен до значений меньше 10^{-4}.

Благодаря симметрии в очаге взрыва сейсмические волны в общем распространяются иначе, чем при среднем землетрясении. Обычно при взрывах генерируются только волны P, SV и Релея, хотя когда они встречают на своем пути границы между слоями или другие места внутри

Земли, где происходят быстрые изменения скорости, то возникают и другие волны. Доля энергии, превращающейся в эти последние волны, уменьшается с увеличением длины волны. Тем не менее Оливер, Померой и Юинг (1960) сообщают, что они наблюдали на сейсмограммах необычные вступления волн Лява от ядерных взрывов. В некоторых случаях волны Лява от подземных взрывов были интенсивнее релеевских волн, и волны Лява были отождествлены от взрывов, произведенных в атмосфере на больших высотах.

Делались попытки связать значения магнитуды землетресения с ядерными взрывами. Однако здесь необходимо соблюдать осторожность, так как между взрывами и землетрясениями имеются различия, о которых только что говорилось. Выражение «магнитуда ядерного взрыва равна M» означает, что при этом взрыве возникли P-волны с амплитудами, равными амплитудам этих волн от землетрясения магнитуды M. Согласно этому определению, Григгс и Пресс связывают магнитуды 3, $3^1/_2$, 4, 5, $5^1/_2$, 6 и $6^1/_2$ соответственно с волнами от взрыва 20 *кт*, произведенного при различных условиях, перечисленных на стр. 379. Ромни предложил эмпирическое соотношение $M = 3{,}65 + \lg Y$ между магнитудой M (оцененной по сейсмограммам) и зарядом Y *кт* для хорошо заделанных подземных взрывов, произведенных на глубинах порядка 300 *м*.

Ядерные взрывы помогают в изучении магнитуды землетрясения. Взрыву 24 июля 1946 г. первоначально была приписана магнитуда 5,5. Из этого, согласно использовавшемуся тогда соотношению между энергией и магнитудой землетрясения, следовало, что полная выделившаяся сейсмическая энергия должна была равняться $8 \cdot 10^{21}$ *эрг*. Но в то же время, как было известно из данных об источнике, энергия, выделившаяся в виде сейсмических волн от этого взрыва, в действительности составляла меньше тысячной доли указанного значения. Это расхождение было одной из причин, побудивших полностью пересмотреть применявшуюся тогда формулу, связывающую энергию и магнитуду землетрясения (см. разд. 15.7.1).

Другие расчеты, касающиеся условий вблизи источника ядерного взрыва, сделаны Джонсоном с сотруд-

никами. По их оценкам, при ограниченном (не в полости) подземном ядерном взрыве в туфах радиус первоначально образующейся полости будет порядка 15 $Y^{1/3}$ *м*; около половины мощности взрыва идет на то, чтобы расплавить породы, которые при последующем охлаждении превращаются в стекло; в результате обрушения полости образуется зона примерно 10^5 Ym раздробленных пород; радиоактивные вещества могут быть удержаны под землей, если глубина источника будет не меньше 120 $Y^{1/3}$ *м*.

16.3. ИЗУЧЕНИЕ ГЛУБОКИХ НЕДР ЗЕМЛИ С ПОМОЩЬЮ ЯДЕРНЫХ ВЗРЫВОВ

Прежде чем планировать проведение ядерных взрывов для сейсмических целей, нужно решить несколько вопросов. Во-первых, необходимо подчеркнуть, что сейсмологи должны быть гарантированы от опасности выброса вредных побочных продуктов взрыва. Это может иногда вызвать задержку в проведении взрыва, величину которой в настоящее время оценить трудно. Во-вторых, сейсмические эксперименты не должны мешать экспериментам в других областях науки [например, одной из причин временного отклонения предложения 1955 г. (разд. 16.1) были возражения исследователей верхней атмосферы]. Имеются еще два не менее важных вопроса, касающихся стоимости работ и политических препятствий. Возможно, что оба эти вопроса можно будет решить вместе, если народы сумеют добиться, чтобы эксперименты со взрывами проводились все больше в мирных целях. И это будет выгодно не только для сейсмологии, но и во многих других отношениях. Уже наметились некоторые сдвиги в этом направлении, и сейсмологи, со своей стороны, старались установить, как лучше всего использовать ядерные взрывы для решения сейсмологических задач.

Из расчетов Григгса и Пресса, о которых говорилось в разд. 16.2, следует, что для сейсмологических целей можно было бы использовать ядерные взрывы, начиная с нескольких килотонн, и дойти через некоторое время в (возможно, отдаленном) будущем до мощностей порядка 1 *Мт*.

Актуальным вопросом является вопрос об относительной эффективности химических и ядерных взрывов для сейсмических задач. Наибольший химический взрыв, о котором имеется точная информация, это взрыв мощностью 4 *кт* на о. Гельголанд (см. разд. 12.2.3), хотя в советской печати упоминался еще взрыв (предположительно химический) 9 *кт* в Китае. Согласно оценкам, с экономической точки зрения выгоднее использовать химические взрывы при зарядах приблизительно меньше 2 *кт* и ядерные — при зарядах больше 2 *кт*. Григгс и Пресс считают, что для чисто сейсмологических целей взрывы при мощности до нескольких килотонн предпочтительнее химические, если только установка всего оборудования не будет стоить слишком дорого по сравнению со стоимостью взрывчатки. Советские сейсмологи уделяют много внимания задаче извлечения максимальной сейсмической информации из химических взрывов.

Чтобы получить максимум пользы для сейсмологии от ядерных взрывов, перед их проведением необходимо в том же районе произвести ряд небольших химических взрывов. Эти меньшие взрывы дадут важные сведения о локальном строении земной коры и укажут, как лучше всего спланировать ядерный эксперимент. Это аналогично обычной сейсмической практике, где используются химические препараты.

С переходом от химических взрывов к ядерным в сейсмологии мы получаем возможность использовать все преимущества контролируемого эксперимента для изучения не только земной коры, но и более глубоких недр Земли. С зарядами порядка 20 *кт*, вероятно, можно будет достичь успехов в решении трудных задач, касающихся слоистости верхней мантии (см. разд. 13.1.2). Основную информацию должны дать времена пробега волн P, но изучение волн S и поверхностных волн также может быть полезно. Оливер, Померой и Юинг наблюдали волны с периодами 5—50 *сек* от ядерных взрывов и показали, как можно использовать поверхностные волны для выявления региональных структурных различий в Земле с большой точностью. Отмечалось также, что при использовании в сейсмологии ядерных взрывов можно будет устанавливать специальные сейсмографы на дне океана (см. разд. 18.4).

При ядерном взрыве многие особенности механизма источника известны (разд 16.2), в то время как определение деталей этого механизма в случае естественных землетрясений (см. разд. 15.7.3)— еще не решенная задача в сейсмологии. Исследование записей ядерных взрывов и сравнение их с записями землетрясений, возможно, поможет пролить свет на эту проблему. Было внесено предложение произвести «специально запланированную последовательность ядерных взрывов с целью определения и сшивания» сейсмических характеристик различных областей земли. Такие взрывы могут выявить отклонения от изотропии распространения волн и помогать в выборе конкретных фаз сейсмических волн для анализа.

С помощью ядерных взрывов можно покрыть сетью сейсмических наблюдений весь земной шар. Как мы видели в разд. 15.6, сейсмическая активность разных областей сильно различается, и в тех географических областях, где землетрясения редки, геологическое строение известно гораздо хуже. Именно в этих случаях ядерные взрывы могут помочь в получении недостающих сведений. Примером этого является ценная информация, полученная от ядерных взрывов в центральной части Тихого океана.

С помощью взрывов более 20 *кт* можно будет исследовать Землю на глубинах более 1000 *км*. Очень много ценной информации можно получить от взрывов, мощность которых не достигает 10 *Мт* и которые, как утверждают Григгс и Пресс, могут быть надежно удержаны в глубоких океанических впадинах. При определенных условиях такие взрывы, очевидно, могут возбуждать P-волны, сравнимые по интенсивности с волнами от сильных землетрясений, а также, возможно, и основной тон собственных колебаний Земли значительной интенсивности аналогично собственным колебаниям, возбужденным Камчатским землетрясением 1952 г. и Чилийским 1960 г. В случае ядерных взрывов опять-таки имеется то преимущество, что многие детали механизма возбуждения могут быть точно известны. Кроме того, появляется возможность испробовать различные типы механизма возбуждения и попутно получить более детальные сведения о строении внешней части Земли.

Океаническая впадина относится к сейсмически активным зонам, и поэтому взрыв, производимый в ней, не может дать недостающих сведений о неактивных местах земного шара в указанном выше смысле. Но все же волны, генерируемые при этих взрывах, могут быть сравнимы с волнами от естественных землетрясений в том же районе, что способствует более полной интерпретации последних.

На современной стадии исследования земных недр с помощью ядерных взрывов сейсмологи стараются максимальным образом использовать данные об источниках уже проведенных взрывов, и история этого вопроса, описанная в разд. 16.1, дает представление о сделанных достижениях. Кроме этого, имеются признаки того, что при планировании будущих взрывов сейсмологическим аспектам будет уделяться больше внимания.

16.4. ОБНАРУЖЕНИЕ ЯДЕРНЫХ ВЗРЫВОВ

Проблема обнаружения ядерных взрывов в последнее время приобрела особо важное значение и привлекла всеобщий интерес. Не считая взрывов, производимых высоко в атмосфере, наибольшие трудности в обнаружении представляют подводные и подземные взрывы, когда надежды возлагаются главным образом на сейсмические методы. Эти задачи вызвали возникновение по существу новой области сейсмологических исследований.

Практические задачи можно приближенно свести к трем пунктам:

1) Нужно узнать, что событие, которое могло быть ядерным взрывом, на самом деле произошло.

2) Узнав, что такое событие произошло, нужно определить, было ли оно по своему происхождению искусственным или естественным (естественным обычно является землетрясение).

3) Если известно, что произведен ядерный взрыв, то нужно установить местоположение его источника и оценить его величину и т. д.

Эти три пункта в некоторой степени перекрываются, особенно третий с первыми двумя. Имеются также второ-

степенные задачи, например отличать химические взрывы от ядерных (в этом направлении делались кое-какие попытки, но особых успехов пока не достигнуто).

Сравнение с магнитудой землетрясений, о котором говорилось в разд. 16.2, показывает, что хорошо заделанные взрывы мощностью 5 и 1 *кт*, производимые на глубине 300 *м*, генерируют *P*-волны, сравнимые с волнами от землетрясений с магнитудами около $4^1/_2$ и $3^3/_4$ соответственно. Поэтому вопрос обнаружения таких взрывов зависит от того, в какой степени землетрясения таких магнитуд могут быть обнаружены существующей мировой сетью сейсмических станций, от мер, которые могут быть приняты для расширения этой сети, и мер, направленных на увеличение существующей разрешающей способности сейсмографов. (Мы здесь упоминаем заряды 5 и 1 *кт*, поскольку обычно именно они рассматриваются при обсуждении этих вопросов; другие заряды можно взять в соответствии с условиями, рассмотренными в разд. 16.2.) Для подземных взрывов в камере расчеты Джонсона (разд. 16.2) показывают, что магнитуды сравнимых по силе землетрясений могут быть гораздо меньше указанных выше цифр.

По вопросу о различении естественных землетрясений и ядерных взрывов было рассмотрено несколько возможных способов, в том числе следующие четыре.

1. У большинства землетрясений механизм очага таков, что возбуждаемые *S*-волны по крайней мере так же хорошо выражены, как и *P*-волны. В то же время на сейсмограмме ядерного взрыва обычно преобладают *P*-волны. Поэтому важным индикатором может быть наблюдаемое разделение энергии между волнами *P* и *S* (а также поверхностными волнами). Ограничения этого метода состоят в том, что а) не все землетрясения строго следуют указанной средней картине, б) при многих слабых землетрясениях трудно отождествить на записях отдельные фазы и в) нет никакой гарантии, что не могут выявиться новые виды записей взрывов.

2. Некоторые землетрясения дают различимые картины анасейсмических или катасейсмических первых вступлений (см. разд. 15.7.3), в то время как первое вступление от ядерного взрыва всегда бывает анасейсмой.

Ограничения здесь состоят в том, что распознавание анасейсм и катасейсм для многих землетрясений часто бывает сомнительным, и при слабых возмущениях — ядерных взрывах или естественных землетрясениях — очень сложно определить направление вступления на фоне «помех».

3. Глубина источника при ядерных взрывах существенно меньше, чем средняя глубина поверхностных естественных землетрясений. Ограничением этого способа является неточность определения глубины очага большинства землетрясений.

4. Сейсмоактивные зоны земного шара хорошо известны, и если в сравнительно асейсмичном районе произошло необычное явление, то в большой степени вероятно, что оно имеет не естественное происхождение. С другой стороны, много землетрясений все же происходит и в самых неожиданных местах.

В решениях Женевской конференции, о которой говорилось в разд. 16.1, сказано, что с помощью дополнительной специальной сети сейсмических станций в значительной степени возможно обнаруживать подземные и подводные ядерные взрывы. Эта сеть должна состоять из 100—110 «контрольных постов» на континентах, 20 на крупных и 40 на мелких океанических островах и 10 кораблей, причем каждый пост обслуживают примерно 30 человек. Корабельные и некоторые островные посты должны быть снабжены, кроме сейсмографов, микробарографами (для записи воздушных волн) и гидроакустической аппаратурой. На всех станциях должны иметься стандартная сейсмическая аппаратура и десять вертикальных короткопериодных и два горизонтальных короткопериодных сейсмографа, а также различные длиннопериодные сейсмографы, а на некоторых станциях — еще дополнительные приборы. На каждой континентальной станции короткопериодные вертикальные приборы следует распределять по площади размерами 3 × 3 *км*, чтобы легче было выделять более мелкие детали на фоне помех (см. разд. 9.9.4). Сейсмографы должны быть непрерывно включены, как и на регулярных обсерваториях.

Женевская конференция подчеркнула, что первые вступления волн P наиболее важны для обнаружения

взрыва, определения местоположения его источника и отличения его от естественного землетрясения. Особое внимание она обратила на п. 2 как средство, с помощью которого можно отличить взрыв от землетрясения. Выводы делались на основе данных взрыва Рейниер (см. разд. 16.1). Это был подземный взрыв, данные которого в то время уже были общеизвестны.

Были сделаны следующие важнейшие выводы, при условии что будет организована сеть дополнительных контрольных станций:

а) имеется большая вероятность, что удастся отличать сейсмические сигналы от глубоких подземных и глубоких океанических ядерных взрывов заряда 1 *кт* и более;

б) 90% континентальных землетрясений, сигналы от которых эквивалентны сигналам от взрыва 5 *кт*, и небольшой процент сигналов, эквивалентных взрыву 1 *кт*, можно интерпретировать как естественные;

в) по особенностям сейсмических сигналов примерно от 20 до 100 землетрясений в год не удастся отличить от глубоких подземных ядерных взрывов мощностью 5 *кт*.

Женевские соглашения встретили критику со стороны сейсмологов главным образом потому, что в них указывалась слишком большая степень определенности в отношении данных, имеющихся в настоящее время [1]). Например, сейсмологи считали, что слишком большая надежность приписывалась интерпретации первых вступлений от землетрясений — этот вопрос как раз является одним из наиболее спорных вопросов среди сейсмологов, за исключением случая сильных землетрясений (см. разд. 15.7.3). Были также спорные моменты в интерпретации данных взрыва Рейниер. С добавлением новых данных от последующих ядерных испытаний одна группа сейсмологов выразила мнение, что оценку в пункте (в) числа неотличимых землетрясений, видимо, нужно увеличить по крайней мере в 10 раз. Далее, существует возможность значительного уменьшения сейсмического к. п. д. подземного взрыва; если оценки, о которых говорится в разд. 16.2, правильны,

---

[1]) Не следует забывать, что эта критика направлялась определенными политическими кругами Запада, не заинтересованными в ослаблении международной напряженности.— *Прим. ред.*

то, по-видимому, многие ядерные взрывы с зарядами в диапазоне 1—5 *кт* могут пройти незамеченными. Наконец, разделились мнения и по вопросу о том, насколько возможно сделать, чтобы записи ядерных взрывов имитировали записи естественных землетрясений.

Женевские соглашения принесли большую пользу тем, что привлекли внимание к ряду важных задач сейсмологии и стимулировали новые исследования, в частности по проблемам идентификации и интерпретации фаз сейсмических волн и созданию устройств для отфильтровывания помех. Хороший обзор современных направлений исследований дали Пресс, Оливер и Ромни (1959) [1]. В то же время проводились исследования по таким проблемам, как уменьшение сейсмического выхода ядерных взрывов. Разные исследования такого типа находятся еще в зачаточном состоянии, и ни к чему пытаться сейчас предсказывать будущее течение событий в этой области. Но каким бы оно ни было, можно сказать, что развитие идет по пути значительных достижений в области сейсмических методов и приобретаемой информации.

---

[1]) См. также Труды коллоквиума VESIAC по ядерным взрывам (1962), ссылка на библиографию на стр. 450.

17

ВНЕЗЕМНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

Начиная с 4 октября 1957 г., когда в космос был впервые запущен искусственный спутник Земли, применение сейсмических методов к изучению внеземных тел обсуждается все больше и больше. Ко времени написания этой книги было запущено по крайней мере две космические ракеты, которые несли на своем борту аппаратуру, предназначавшуюся для сбрасывания на поверхность Луны и записи там лунных сейсмических волн. Может быть, в скором времени сейсмологи на Земле будут получать с помощью телеметрии сигналы, содержащие информацию с записей, сделанных на Луне. Точно так же, как появление совершенных сейсмографов в конце прошлого века позволило получить много ценных сведений о внутреннем строении Земли, которыми мы располагаем в настоящее время, так и размещение таких приборов на других планетах приведет к расширению наших знаний о недрах этих планет. Можно будет также получить информацию по многим частным вопросам, например в случае Луны — об ударах метеоритов.

Подобные эксперименты не только позволят приобрести новые знания о Луне и непосредственно исследуемых планетах. Они, очевидно, окажут влияние и на теории строения Земли, а также — тем или иным способом — и на всю земную геофизику.

Значительная часть данной главы посвящена Луне, так как совершенно ясно, что в течение некоторого времени основное внимание будет уделяться лунным экспериментам. Но небольшие разделы отведены также Венере, Марсу и другим планетам.

17.1. ЛУННАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

17.1.1. Некоторые сведения о Луне

Наши современные знания о внутреннем строении Луны, может быть, лишь немногим больше, чем мы знали о Земле до появления совершенных сейсмографов, позволивших записывать волны от землетрясений.

Масса M', средний радиус R', объем и средняя плотность Луны надежно определены и равны соответственно $7{,}35 \cdot 10^{25}$ *г*, 1738 *км*, $2{,}20 \cdot 10^{25}$ *см*^{3} и 3,34 *г/см*^{3}. Величина g на поверхности Луны равна 162 *см/сек*^{2}.

Для изучения плотности ϱ обычно используется модель Джеффриса, согласно которой ϱ возрастает от 3,28 *г/см*^{3} на поверхности Луны до 3,41 *г/см*^{3} в центре ее. Это простейшая модель, учитывающая сжатие; она предполагает однородный химический состав, отсутствие фазовых изменений и сферическую симметрию. На основе правдоподобных гипотез Джеффрис приводит для момента инерции величину $0{,}397\ M'R'^2$, но это значение не проверено прямыми наблюдениями.

Джеффрис показал, что отклонения от состояния гидростатического равновесия для Луны довольно существенны: наблюдаемые значения $(C' - A')/C'$, где C' и A' — соответственно наибольший и наименьший главные моменты инерции, составляют 0,00063, что приблизительно в 17 раз больше значения, вычисленного в предположении гидростатических условий. Следовательно, могут иметь место горизонтальные изменения ϱ, сравнимые с вертикальными. По данным о нерегулярностях лунной поверхности Джеффрис вычислил, что в центре Луны имеется разность напряжений порядка $2 \cdot 10^7$ *дин/см*^{2}.

Хотя такие разности напряжений в теле Луны и имеют значение для некоторых задач, все же они малы по сравнению со средней величиной главных напряжений в основной части недр Луны. Поэтому для общих целей напряжение в недрах Луны можно представлять как давление. В результате формального применения формул 13 (9) и (10) получаем для давления в центре Луны значение, чуть меньшее $5 \cdot 10^{10}$ *дин/см*^{2}. Такое давление достигается на глубине около 150 *км* от поверхности Земли.

Из всех сделанных оценок температуры внутри Луны ни одна не превышает 2000° С. Поэтому можно принять, что температуры в недрах Луны достаточно близки к температурам в верхних 150 *км* земного шара и, таким образом, не выдвигают никаких особых проблем в отношении распространения сейсмических волн.

Низкая величина средней плотности Луны по сравнению с ее значением для Земли, высокое значение отношения $C'/M'R'^2$ и имеющиеся данные о температуре свидетельствуют с большой вероятностью, что Луна сложена в основном породами, подобными породам области B на Земле. На Луне не может быть значительной зоны, плотность которой была бы сравнима с плотностью земного внешнего ядра, и маловероятно, что она имеет какую-либо жидкую зону. Убедительным аргументом в пользу последнего вывода является получение Джеффрисом значительных разностей напряжений на Луне от поверхности до центра. Однако прямые сейсмические исследования в данном случае имели бы огромную ценность.

17.1.2. Задачи лунной сейсмологии

По-видимому, развитие лунной сейсмологии будет в основном проходить таким же путем, что и земной. Здесь имеется упрощающая исследования особенность, а именно: фон помех здесь причиняет меньше хлопот благодаря отсутствию населения, атмосферы и океана.

Первоочередными задачами будут определение сейсмичности Луны, диапазона значений энергии лунотрясений, наличия или отсутствия сейсмически активных и неактивных зон, как в случае Земли, определение изменений частоты и силы лунотрясений с глубиной и степени корреляции между сферой действия лунотрясения и наблюдаемыми поверхностными особенностями Луны.

Когда будут накоплены достаточно точные данные о временах вступления различных фаз сейсмических волн, станет возможным построить таблицы времен пробега для волн P и S и вывести законы изменения скорости с глубиной. По результатам можно будет судить о размерах всех слоев лунной коры и точно определить, имеется ли на Луне сколько-нибудь значительное ядро. Данные о том, что волны S, как и волны P, передаются во всех

точках лунных недр, подтвердили бы отсутствие жидкой зоны. Отождествление лунного вещества можно производить по характерным значениям k/ϱ и μ/ϱ. На более поздней стадии можно будет оценить величину региональных отклонений от сферической симметрии. Информация этого типа не только доставит сведения о Луне, но и даст возможность оценить достоинства и недостатки имеющихся моделей Земли. Например, если окажется, что скорости волн P и S соответствуют скоростям этих волн в Земле при тех же давлениях, то это, с одной стороны, подтвердит, что Луна сложена в основном породами верхней мантии Земли, а с другой стороны, придаст больше веса допущению, что плотность непосредственно под земной корой близка к 3,3 *г/см*^{3}. Возможно, более прямые данные, чем мы имеем в настоящее время, помогут решить такие вопросы, как вопрос о том, была ли Луна когда-то выброшена из Земли [1]) (см. разд. 13.9.3). Определенные данные о наличии или отсутствии жидкого слоя будут представлять интерес для теорий главного магнитного поля Земли. До настоящего времени на Луне не было обнаружено магнитное поле, и условия на ней, по-видимому, согласуются с теорией земного магнетизма Эльзассера — Булларда (см. разд. 13.8.5).

Одной из интересных задач, в которой сейсмология может принести значительную пользу, является падение метеоритов на поверхность Луны. Она имеет также отношение к земной геофизике, правда, главным образом к вопросам верхней атмосферы Земли. Вначале с метеоритными ударами могут быть связаны некоторые трудности определения сейсмичности Луны из-за необходимости отличать друг от друга эти удары и лунотрясения. Это до некоторой степени напоминает задачу распознавания ядерных взрывов и землетрясений.

В ходе исследований через некоторое время может стать возможным применить на Луне методы взрывной сейсмологии. (Это, по-видимому, придется отложить до тех пор, пока биологи не убедятся, что экспериментальные взрывы на Луне не будут представлять опасности для сбора данных при других исследованиях Луны.)

---

[1]) См. примечание на стр. 318.— *Прим. ред.*

Когда будет достигнута эта стадия исследований, наши знания о внутреннем строении Луны скоро смогут превысить наши знания о Земле, поскольку для того, чтобы прозондировать всю Луну, нужны сравнительно небольшие взрывы. Исследователей также может вдохновлять то, что благодаря относительно невысоким давлениям в теле Луны ее структуру выяснить легче, чем строение Земли глубже 150 *км*. С другой стороны, нужно быть готовыми к любым неожиданностям, уготованным нам природой.

17.1.3. Ближайшие практические шаги

Чтобы приступить к решению любой из проблем, упоминавшихся в разд. 17.1.2, нужно в первую очередь построить подходящий сейсмоприемник и поместить его на поверхность Луны. (Слово «сейсмоприемник» здесь, по-видимому, более подходит, чем «сейсмограф», если учесть необходимый порядок проведения экспериментов.) Сначала в работе будет только один сейсмоприемник.

Первые требования к прибору состоят в том, что он должен быть достаточно легким, чтобы его могли переносить современные космические ракеты, и достаточно прочным, способным вынести возможные сильные удары при посадке. Кроме этого, прибор должен быть способен функционировать при температуре окружающей среды, которая может изменяться от крайне низкой до более 100° С [1]). Эти требования приводят к тому, что из ранее сконструированных приборов можно будет использовать только короткопериодные (периоды порядка секунды), которые будут регистрировать одну компоненту смещения лунного грунта. Наряду с этим должна иметься аппаратура для усиления и телеметрической передачи зарегистрированных движений грунта обратно на Землю. Благодаря низкому уровню помех чувствительность приборов будет ограничиваться в основном аппаратурными шумами. Для колебаний грунта с периодами вблизи собственного периода прибора максимальное увеличение должно быть порядка 10^5—10^6.

---

[1]) Пределы изменения температуры лунной поверхности заключены между —140 и +120° С.— *Прим. ред.*

Следующим важным требованием является снабжение электроэнергией в течение достаточно длинного периода времени: только в этом случае можно обеспечить передачу на Землю сколько-нибудь ценной информации. Если сейсмичность Луны сравнима по величине с земной, а поглощение сейсмических волн и уровень помех не выше, чем на Земле, то по оценке Пресса, Бувалды и Нойджбауера, вероятно, можно зарегистрировать от 10 до 100 лунотрясений в месяц. Один прибор, по-видимому, запишет все эти толчки, а также множество более слабых толчков на ограниченных расстояниях от местоположения прибора. Исходя из этих цифр, питание аппаратуры должно подаваться в течение нескольких недель. Только тогда можно будет получить сколько-нибудь надежную информацию о лунной сейсмичности.

Уже созданы лунные сейсмоприемники, удовлетворяющие этим требованиям, но их пока еще не удалось доставить на Луну. Когда технические трудности будут преодолены (об этом станет известно, только когда сейсмоприемник действительно попадет на Луну и начнет функционировать), первая информация, которую мы получим, будет, видимо, касаться уровня помех. Можно будет быстро определить, действительно ли регистрируемые шумы имеют преимущественно аппаратурное происхождение. Затем, вероятно, мы узнаем, происходит ли на Луне так много толчков, как ожидается, хотя здесь могут встретиться осложнения вследствие ударов метеоритов. Имеющиеся у нас скудные данные позволяют думать, что на Луне высвобождение накопленной энергии деформации происходит примерно с такой же скоростью в единице объема пород, как на Земле. Но в этом нельзя быть уверенными, пока не будут получены более определенные данные.

Земной опыт подсказывает нам, что по сигналам, полученным от одного сейсмоприемника, можно будет отождествить, кроме первого вступления волн P, и некоторые другие фазы. Наличие корреляции между скоростями сейсмических волн и плотностями для обычных земных пород указывает, что значения скоростей, близкие к тем, которые характерны для пород верхних 150 *км* земного шара, будут найдены и для Луны. Если это так, то, по-

видимому, можно будет с одним только сейсмоприемником, сопоставляя вступления импульсов от ряда лунотрясений с земными данными, методом последовательных приближений примерно оценить эпицентральные расстояния. А тогда уже наметятся пути к решению вопроса о том, имеются ли на Луне сколько-нибудь отчетливо выраженные пояса сейсмичности, аналогичные земным. В то же время необходимо заметить, что лунотрясения могут возникать на любой глубине в теле Луны и вопрос о глубине очага может вызвать затруднения при первых попытках определения эпицентров.

17.1.4. Последующие шаги

С ростом грузоподъемности космических ракет и с приобретением опыта в результате первых экспериментов станет возможным доставлять на Луну все более сложную аппаратуру. Первым делом нужно будет доставить туда трехкомпонентный прибор, который среди прочей информации даст сведения о направлениях вступлений и, таким образом, облегчит определение очагов.

Когда задача доставки на Луну более тонких приборов будет решена, желательно будет включить в работу сейсмоприемники с различными собственными периодами и тем самым расширить спектр наблюдаемых лунных колебаний.

С одним сейсмоприемником, имеющим период порядка 6—10 *сек*, можно уже на довольно ранней стадии исследований оценить относительные глубины очага по относительной величине амплитуд поверхностных и объемных волн. Конечно, нужно стараться избежать прежних ошибок земных сейсмологов, как, например, неправильное отождествление фаз L и M с фазами объемных волн (см. разд. 15.5.1). Действительно, лунная сейсмология может извлечь много пользы из детального изучения пробных и ошибочных работ, неправильных, позднее отброшенных результатов, а также достижений метода последовательных приближений, которые характеризовали последние 70 лет развития земной сейсмологии.

Далее нужно будет попытаться использовать поверхностные сейсмические волны, подобно тому как это делается на Земле. Одна из самых первых возможностей здесь

состоит в разделении на одной сейсмограмме лунотрясения релеевских волн, прошедших расстояния $\Delta + 2n\pi$, где $n = 0, 1, 2, \ldots$. Если Δ неизвестно, то по временам, которые затрачивают волны определенных периодов, чтобы обойти один или более раз вокруг Луны по большому кругу, можно определить групповые скорости.

Пресс с сотрудниками, имея в виду эту возможность, уже построил кривые дисперсии релеевских волн для двух моделей Луны с различной слоистостью коры; при этом периоды равнялись от 10 до 100 *сек*. Сравнивая наблюдаемую дисперсию с набором таких кривых, вероятно, можно будет отбросить многие типы моделей коры Луны и использовать то, что уже сделано для Земли. Юинг, Жардецки и Пресс показали, что метод поверхностных волн может давать информацию о слоях, залегающих вплоть до глубины, равной одной трети использованной длины волны.

Когда диапазон регистрации будет расширен до такой степени, что можно будет записывать волны с периодами более минуты, появится возможность регистрировать основные собственные колебания всей Луны и достичь результатов, сравнимых по своей значимости с данными о Земле, полученными после Чилийского землетрясения 1960 г. Предварительные расчеты этого уже сделаны. Для модели Луны, основанной главным образом на земной модели A для плотности и модели Джеффриса для скоростей волн P и S в Земле, Болт вывел следующие периоды сфероидальных колебаний Луны (первая цифра в каждом случае относится к основному тону, а вторая — там, где она дается,— к первому обертону): $n = 0$,— 8,7 *мин*; $n = 2$, — 15,1 и 8,4 *мин*; $n = 3$, — 10,2 и 6,3 *мин*; $n = 4$, — 8,0 и 5,1 *мин*; $n = 6$, — 5,8 *мин*. Однородной модели с теми же средними свойствами будут соответствовать периоды 8,7; 14,6; 8,0; 9,8; 6,0; 7,7; 4,8 и 5,6 *мин*. Эти результаты показывают, что, как и в случае с Землей, по наблюдениям сфероидальных колебаний можно сделать выбор между разными типами моделей Луны. Болт рассмотрел также совершенно иную модель Луны, в которой пределы плотности равны 2,60 и 4,43 *г/см*^{3}, и продолжил расчеты Пресса, сделанные по релеевским волнам,

с целью учета кривизны Луны. Другие расчеты по собственным колебаниям Луны сделал Такеучи.

Можно ожидать, что точность наших выводов о внутреннем строении Луны существенно повысится, когда мы сможем создать на Луне сеть сейсмоприемников и получить с ее помощью одновременные записи лунотрясений в удаленных друг от друга местах лунной поверхности. На этой стадии, очевидно, станет возможным построить надежные таблицы времен пробега для лунных волн P и S и выяснить распределение скоростей на Луне. Здесь может возникнуть особая проблема в связи с региональными изменениями структуры, распространяющимися на сравнительно большие глубины, чем в Земле.

Если предположить, что скорости волн P и S постоянны и равны 8,0 и 4,6 *км/сек* по всей Луне, то из 7 (36) получаем зависимости между временем пробега и расстоянием для волн P и S соответственно:

$$T = 434 \sin \frac{\Delta}{2}, \quad T = 756 \sin \frac{\Delta}{2} \text{ сек.} \tag{1}$$

Их можно считать предварительными соотношениями, которые будут откорректированы последующими приближениями. В соответствии с (1) волны P и S будут идти от какой-либо точки на лунной поверхности до антицентра чуть больше 7 и 12,5 *мин.*

Вероятно, с помощью сетей сейсмоприемников будут также обнаружены зоны тени для определенных интервалов расстояния и получена дополнительная информация о вариациях амплитуды. В зависимости от характера структуры лунной коры, наблюдения амплитуд, возможно, позволят сделать более детальные выводы о разрезе, чем до сих пор удавалось делать по анализу амплитуд на Земле.

На более поздней стадии можно будет проводить контролируемые взрывные эксперименты, которые будут включать очень точную запись сейсмических волн от известных источников. Это даст возможность получить более детальные сведения о временах пробега и их зависимости от расстояний, а кроме того, взрывы, по-видимому, можно будет использовать для возбуждения измеримых собственных колебаний Луны. Эти эксперименты будут иметь

перед земными то преимущество, что здесь потребуются гораздо меньшие мощности источника.

Другими предметами исследования будут протяженность пылевых слоев и лавовых потоков, а также степень поглощения сейсмических волн на Луне. Последнее может быть на Луне больше, чем на Земле, вследствие меньшей величины силы тяжести на поверхности и существенно меньшего среднего давления. Пресс уже составил пробные таблицы амплитуд для Луны, приняв коэффициент поглощения равным *нулю*, 10^{-4} и $2 \cdot 10^{-3}$ *км*$^{-1}$. Он показал, что в случае третьего (но не второго) из этих значений амплитуды будут заметно уменьшаться на больших Δ.

17.1.5. Удары метеоритов о Луну

Лунные сейсмологические исследования, возможно, доставят нам информацию о частоте поступления метеоритов на Луну выше некоторого уровня энергии их ударов, о распределении этих ударов во времени и по поверхности Луны, а также о распределении энергий.

Важным вопросом ближайших исследований является вопрос о «сейсмическом к. п. д.» метеоритного удара, т. е. о той доле первоначальной кинетической энергии, которая переходит в сейсмические волны (см. разд. 16.2). Вполне можно ожидать, что этот к. п. д. будет приблизительно равен к. п. д. неглубокого ядерного взрыва, так что проводимые в настоящее время исследования по этому вопросу могут оказать большую помощь. Ожидаемые периоды возникающих при этом сейсмических волн колеблются между 0,01 и 1 *сек*. Анализ периодов, по-видимому, поможет отличать метеоритные удары от лунотрясений.

Использовав оценки Брауном падения метеоритов и данные Кардера и Клауда по сейсмическому к. п. д., Пресс с сотрудниками предварительно определил, что один сейсмоприемник с порогом чувствительности 1 *ммк* будет регистрировать 2—6 метеоритов в год (и меньше, если коэффициент поглощения волн превышает 10^{-4} *км*$^{-1}$). Однако они предложили поправки к формуле Брауна, с учетом которых число регистрируемых ударов может

возрасти в 10—100 раз. Существование такой неопределенности в расчетах падения метеоритов показывает, насколько можно повысить наши знания, если регистрировать инструментально удары метеоритов на Луне.

17.2. ВЕНЕРА

Масса, средний радиус, средняя плотность и сила тяжести на поверхности Венеры имеют значения $4{,}88 \cdot 10^{27}$ *г*, 6200 *км*, 4,9 *г/см*^{3} и 850 *см/сек*^{2} соответственно. Приведенное значение массы имеет неточность в пределах 0,6%, а радиуса (без атмосферы Венеры)— по крайней мере 1%.

Поскольку значения массы и средней плотности Венеры и Земли довольно близки и, следовательно, эти две планеты, вероятно, имеют сходный состав, то исследования Венеры могут быть особенно важны для изучения земных недр. В этой связи в предыдущей работе автора (1949—1952) указывалось, что одна из первых задач, которые должны быть решены с помощью запусков космических ракет в окрестности Венеры, состоит в том, чтобы уменьшить существующие сейчас неопределенности в значениях массы и радиуса [1]).

Данные о моменте инерции Венеры до сих пор еще довольно скудны. Моменты инерции некоторых планет были оценены по наблюдениям сжатия их фигур ε, но истинная фигура Венеры до сих пор неизвестна; во всяком случае, она может вращаться слишком медленно, чтобы иметь заметное сжатие. (Автор рассчитал, что для Венеры $\varepsilon = 1{,}7 \cdot 10^{-6}\, y^{-2}$, где $20y$ дней — период ее вращения.) Поэтому положительную информацию о внутренней слоистости Венеры, очевидно, можно надеяться получить почти исключительно из сейсмических наблюдений.

Очень вероятно, что Венера содержит ядро, подобное внешнему ядру Земли. Подтверждение этого было бы одним из самых ценных достижений как для геофизики

---

[1]) Полет космического корабля «Маринер 2», приблизившегося к Венере на 35 000 *км*, действительно позволил уточнить значения массы и радиуса Венеры.— *Прим. ред.*

и геохимии, так и для проблем земного магнетизма (см. разд. 17.1.2). Не менее важным было бы определение радиуса ядра Венеры R_v. Оценки R_v были сделаны при двух совершенно различных предположениях, а именно: 1) ядро и мантия в химическом отношении различны и 2) вещество ядра представляет собой модификацию вещества мантии, существующую при высоких давлениях (см. разд. 13.9.3). Прямое определение R_v позволило бы сделать четкий выбор между этими предположениями, и это оказало бы большое влияние на теоретическое рассмотрение химического состава планет земной группы. Было бы также очень полезно узнать, имеет ли Венера внутреннее ядро. Автор показал, что вопрос о наличии или отсутствии у Венеры внутреннего ядра тесно связан с такими вопросами, как имеют ли Земля и Венера общий химический состав и имеют ли внутреннее и внешнее ядра Земли различный химический состав или нет. Здесь также кроется возможность проверить теорию Джекобса о том, что температура является важнейшим фактором, определяющим твердое состояние внутреннего ядра Земли.

Кроме этих специальных вопросов, сейсмологические эксперименты, вероятно, доставят информацию о сейсмичности Венеры, о детальном изменении плотности, несжимаемости и жесткости с глубиной, а также о других свойствах, уже упоминавшихся в связи с Землей и Луной.

Практическое проведение экспериментов в случае Венеры представит гораздо больше проблем, чем в случае Луны. Поместить аппаратуру на Венеру еще труднее из-за большей величины силы тяжести на ее поверхности. Проблемой является также телеметрическая передача информации с гораздо большего расстояния от Земли. Облачный покров Венеры может вызвать дополнительные осложнения. В действительности не приходится ожидать серьезных успехов от практических экспериментов венерианской сейсмологии, пока не будет приобретен значительный опыт в лунных экспериментах. Тем не менее теоретические исследования уже ведутся, и предложено несколько интересных моделей Венеры, в том числе модели распределения плотности и давления, разработанные Рамзеем и автором.

17.3. МАРС

Масса M'', средний радиус R'', средняя плотность и сила тяжести на поверхности Марса имеют следующие значения: $6{,}44\cdot10^{26}$ *г*, 3350 *км*, 4,1 *г/см*^{3} и 380 *см/сек*^{2}. Наблюдения сжатия фигуры Марса дают для его момента инерции значение $0{,}386\ M''R''^2$. Неточности значений M'' и R'' порядка 0,2 и 1% соответственно.

Марс, как и Венера, является еще одной планетой земной группы, и сейсмические исследования имеют целью получить ту же информацию, что и о Венере. Две отличительные черты Марса состоят в том, что, во-первых, для него имеется значение момента инерции, которое можно использовать для проверки оценок распределения плотности, а во-вторых, Марсу, по-видимому, свойственна более слабая сейсмическая активность, чем Земле и Венере. Поэтому основными источниками сейсмических волн на Марсе, видимо, должны быть удары метеоритов и искусственные взрывы. Существование центрального ядра на Марсе менее определенно, чем на Венере, и по подсчетам автора верхний предел для радиуса этого ядра равен 900 *км*. Прямая экспериментальная проверка всех этих предположений была бы очень полезной. Юри не исключает возможности, что Марс однороден по своему химическому составу. Это также можно было бы проверить с помощью данных по сейсмическим скоростям, используя формулу автора 13 (19) и формулу Берча 13 (22).

Для моделей Венеры и Марса, построенных на основе модели А Земли, Болт вычислил периоды основного тона сфероидальных колебаний, которые оказались при $n = 2$ равными соответственно 51,0 и 31,5 *мин*.

17.4. ДРУГИЕ ПЛАНЕТЫ

Специфическими особенностями оставшейся планеты земной группы — Меркурия — является его близость к Солнцу и сравнительно высокая средняя плотность при небольшой массе. По этим причинам будут весьма интересны данные, которые могут быть собраны о скоро-

стях волн P и S в его недрах. Но сейсмические исследования на Меркурии в ближайшее время, вероятно, проводить еще не удастся.

Внешние планеты (Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун) все имеют гораздо более низкие средние плотности, чем планеты земной группы, и Рамзей показал, что они состоят преимущественно из легких веществ, таких, как водород, метан и аммиак. По всей вероятности, в этих планетах имеются твердые поверхности на глубинах, где достигаются соответствующие давления, но как поместить сейсмоприемники на эти поверхности — это совершенно новые проблемы.

Было бы очень интересно узнать, в какой степени нужно будет переделать эту главу, скажем, лет через десять.

18

РАЗНЫЕ ВОПРОСЫ

18.1. ЭФФЕКТЫ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Эффекты землетрясений многочисленны и разнообразны. Можно отметить геологические эффекты, воздействие на сооружения и т. д., а также опасность для жизни людей.

Геолога особенно интересуют изменения рельефа, вызываемые землетрясением: возможные перемещения (вертикальные или горизонтальные) вдоль видимых плоскостей разрывов; возможное образование новых поверхностей разрывов; поднятия, опускания и наклоны блоков земной коры и влияние их на распределение и течение грунтовых вод; образование разрывов в породах; оползни; суспензионные потоки и т. д. Исследованию всех изменений на местности помогают геодезические измерения, которые проводятся систематически в ряде стран, подверженных воздействию землетрясений. Геолог сопоставляет наблюдения этих разнообразных эффектов со своими знаниями геологического строения данного района, состава и состояния вещества пород в этой местности.

Инженеры и архитекторы исследуют особенности повреждений землетрясением зданий, мостов, трубопроводов, железных дорог, плотин и других созданных человеком сооружений; направления обрушения и поворота колонн и т. д.

В районах, подвергающихся наиболее интенсивным разрушениям, эффекты достаточно сильного землетрясения очень сложны и запутанны. Самые большие изменения происходят главным образом в окрестности тектонических нарушений, вдоль которых происходят заметные относительные перемещения. Вдали от этих нарушений эффекты землетрясения в большой степени зависят от

природы поверхностного материала и, как правило, более значительны на рыхлом аллювии и неуплотненных осадках, чем на твердых породах. На некотором расстоянии от эпицентра главные повреждения вызываются поверхностными волнами. Например, часто в шахте на глубине более нескольких сотен метров имеются лишь небольшие повреждения, в то время как поверхность непосредственно над ней может сильно пострадать.

При некоторых землетрясениях особую роль играют эффекты на море. Они будут отдельно рассмотрены в разд. 18.3. Некоторые воздействия на жизнь людей описываются при рассмотрении шкалы интенсивностей землетрясений (разд. 18.2.1).

Еще одним интересным эффектом является возникновение при землетрясении разных звуков и гула. Эти звуки обычно бывают низкочастотными и похожи на шум от тяжелого грузовика, едущего по неровной дороге, или от поезда метро, проходящего через станцию. Возникновение таких звуков свидетельствует о наличии значительной доли соответствующих коротких периодов в спектре колебаний грунта; интенсивность звука зависит от характера поверхностного материала в данном месте. Некоторые движения грунта, настолько малые, что не ощущаются человеком, могут быть таким образом услышаны. Таковы случаи, когда землетрясение слышат, но не ощущают, или когда его слышат еще до того, как начнут ощущать.

При сильных землетрясениях некоторые люди иногда сообщают, что перед тем как почувствовать толчок, они видели, как издали по поверхности земли приближаются волны. В подавляющем большинстве случаев это, по-видимому, просто иллюзия. Что касается остальных случаев, то возможно, что на территории со слабым или глинистым грунтом могут возникать интенсивные гравитационные волны, аналогично волнам на воде.

18.2. МАКРОСЕЙСМИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ

Изучение всех разнообразных эффектов, рассмотренных в разд. 18.1, т. е. «полевое исследование» землетрясений, позволяет получить *макросейсмические данные* кото-

рые являются полезным дополнением к данным, получаемым с помощью сейсмографов. По этим данным иногда можно делать заключения об особенностях механизма очага данного землетрясения. В этой связи мы уже упоминали, например, работу Рейда (разд. 15.3.1) и Вуда (разд. 15.3.2). Теперь мы рассмотрим применение макросейсмических данных для определения положения очага ощутимого землетрясения.

18.2.1. Интенсивность эффектов землетрясения

Макросейсмические данные характеризуют общие черты изменения интенсивности землетрясения на подвергшейся разрушениям территории. Слову «интенсивность» нельзя дать простого количественного определения — она оценивается с помощью так называемых шкал интенсивности, которые качественно описывают эффекты землетрясений. Делались попытки связать подразделения в этих шкалах с ускорениями местного движения почвы. Но интенсивность зависит довольно сложным образом не только от ускорений, но и от периодов и других характеристик волнового движения в данном месте.

Интенсивность в данной точке земной поверхности зависит от многих факторов. Сюда входят местоположение гипоцентральной области, механизм возникновения землетрясения внутри этой области, величина выделившейся энергии, строение коры в возмущенной области, расстояние данной точки от очага, упругие и другие свойства поверхностных пород вблизи этой точки и локальное геологическое строение.

В течение прошлого века был предложен ряд различных шкал интенсивности. В продолжение многих лет наиболее широкое распространение имела шкала, составленная в 1878 г. Росси и Форелем. В настоящее время обычно используется шкала Меркалли, модифицированная Вудом и Нейманом в 1931 г. Считается, что в этой шкале деление интенсивности более равномерно. Ниже приводится сокращенная форма модифицированной шкалы Меркалли (используемой в СССР. — *Перев.*), а приблизительно соответствующие ей интенсивности по шкале Росси — Фореля даются в скобках.

I. Ощущается лишь некоторыми людьми, находящимися при особо благоприятных для этого условиях (I).

II. Ощущается лишь немногими лицами, находящимися в полном покое, преимущественно в верхних этажах зданий. Легкие подвешенные предметы могут покачиваться (I—II).

III. Отчетливо ощущается в помещении, особенно в верхних этажах зданий, но многие не сознают, что это землетрясение. Стоящие автомашины могут слегка покачиваться, Колебания похожи на вибрацию от проезжающего экипажа. Можно оценить продолжительность (III).

IV. Днем в помещении ощущается многими, снаружи — немногими людьми. Ночью некоторые просыпаются. Посуда, окна дребезжат, двери, стены скрипят. Ощущение такое, как если бы тяжелый грузовик врезался в дом. Стоящие автомобили заметно качаются (IV—V).

V. Ощущается почти повсеместно; спящие просыпаются. Тарелки, окна иногда разбиваются; может потрескаться штукатурка; неустойчивые предметы опрокидываются. Иногда заметно качание деревьев, столбов и других высоких предметов. Маятниковые часы могут остановиться (V—VI).

VI. Ощущается всеми; многие в испуге выбегают из помещений. Тяжелая мебель может сдвинуться с места; в некоторых случаях отлетают куски штукатурки и повреждаются дымовые трубы. Повреждения невелики (VI—VII).

VII. Все выбегают из помещений. Разрушения незначительны в зданиях, хорошо спроектированных и построенных; от небольших до умеренных в хорошо построенных обыкновенных домах; значительны в плохо построенных или сооружениях, спроектированных с малым запасом прочности; некоторые дымовые трубы разрушаются. Замечают и люди, едущие в автомашинах (VIII—).

VIII. Разрушения невелики в специально спроектированных сооружениях; значительны в обыкновен-

ных прочных зданиях, имеются частичные обрушения; велики в плохо построенных домах. Стены выпадают из каркаса. Падают дымовые и фабричные трубы, колонны, памятники, стены. Тяжелая мебель опрокидывается. В небольших количествах извергается песок и грязь. Происходят изменения уровня воды в колодцах. Мешает вести автомашину (от VIII+ до IX—).

IX. Повреждения значительны в специально спроектированных сооружениях; хорошо спроектированные каркасные постройки деформируются; повреждения велики в прочных зданиях, имеются частичные обрушения. Здания сдвигаются с фундаментов. На поверхности земли образуются заметные трещины. Разрывы подземных трубопроводов (IX+).

X. Разрушаются некоторые хорошо построенные деревянные дома и мосты; большинство кирпичных и каркасных сооружений разрушается вместе с фундаментом; земля очень сильно растрескивается. Железнодорожные пути искривляются. Значительные оползни на речных берегах и крутых склонах. Песок и грязь перемещаются. Вода из водоемов выплескивается на берег (X—).

XI. Почти все каменные постройки разваливаются. Разрушаются мосты. В земле образуются широкие трещины. Подземные трубопроводы полностью выходят из строя. Железнодорожные пути вспучиваются (X).

XII. Разрушения повсюду. На поверхности грунта видны волны, подобные морским. Искажается ландшафт. Предметы подбрасываются в воздух (X+).

18.2.2. Изосейсты

С помощью шкалы интенсивности можно обобщить макросейсмические данные для какого-либо землетрясения путем вычерчивания изосейсмических кривых, называемых *изосейстами*, которые представляют собой геометрические места точек равной интенсивности. Изосейста, помеченная, скажем, цифрой VIII, очерчивает

внешнюю границу площади, на которой интенсивность равна VIII. Если бы условия были совершенно симметричны относительно вертикали, проведенной через фокус землетрясения, изосейсты образовали бы семейство окружностей с центром в эпицентре. Но из-за многих факторов, вызывающих асимметрию и влияющих на интенсивность (например, локальные поверхностные породы), форма этих кривых часто далека от круговой. Кроме того, иногда изосейста данной интенсивности состоит более чем из одной замкнутой кривой: иногда одна или более замкнутых кривых равной интенсивности ложатся полностью вне изосейсты более низкой интенсивности или внутри изосейсты более высокой интенсивности.

18.2.3. Оценка положения очага

Когда для землетрясения построены изосейсты, то сразу же можно установить, где находится его эпицентр. Наиболее вероятным положением эпицентра по макросейсмическим данным будет точка внутри области, ограниченной изосейстой наибольшей интенсивности (если нет осложнений, обусловленных тем, что эта изосейста состоит более чем из одной замкнутой кривой). Выбранная точка, как правило, будет находиться вблизи центра этой области, но можно принять во внимание конфигурацию других изосейст или привлечь специальные геологические данные.

В некоторых случаях инструментальными измерениями подтверждается, что эпицентр этим способом определен правильно. Но нередко бывает, что истинный эпицентр находится вне области наибольшей интенсивности. Это вызывается тем, что на интенсивность влияет много различных факторов.

Очевидно, при прочих равных условиях скорость убывания интенсивности с расстоянием от центра возмущенной области будет тем больше, чем мельче расположен очаг данного землетрясения. Отсюда вытекает возможность выводить глубину очага по расстоянию между последовательными изосейстами. В некоторых районах этот метод успешно применялся для обнаружения аномальных глубин очага землетрясений.

18.3. МОРСКИЕ ВОЗМУЩЕНИЯ, ВЫЗВАННЫЕ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯМИ

18.3.1. Цунами

Имамура и другие японские сейсмологи подробно исследовали явление, которое они называют *цунами*,— когда при некоторых землетрясениях длинные морские волны, подчас значительной высоты, несутся по направлению к берегу и обрушиваются на него.

Непосредственной причиной цунами является возмущение в области, прилегающей к морскому дну, достаточное чтобы вызвать резкое поднятие или опускание большой массы воды. Это возмущение может иметь место в гипоцентральной области землетрясения или быть подводным оползнем, возникшим от землетрясения, эпицентр которого может находиться на суше. Вслед за первоначальным возмущением, направленным к поверхности моря, во всех направлениях расходятся гравитационные волны, причем скорость их распространения определяется величиной $\sqrt{gh}$, где h — глубина океана. Эта скорость может быть значительной, например 100 *м/сек* при $h = 1000$ *м*. Амплитуда этих волн на поверхности не превышает нескольких метров на глубокой воде, но длина волны главной фазы может быть порядка сотен километров; соответственно период главной фазы может быть порядка десятков минут. Благодаря этим свойствам подобные волны остаются не замеченными моряками на кораблях в открытом море.

Но когда такие волны достигают мелководья вблизи побережья, их амплитуда нарастает, и в узких морских заливах U- и V-образной формы иногда достигает 20—30 *м*. Именно в низинах, окружающих такие заливы, иногда происходят страшные разрушения. Часто передний фронт волны в таких заливах почти вертикален, как при сильном приливном боре, и скорость обрушения его на берег может быть порядка 10 *м/сек*. В некоторых случаях образуется несколько огромных волн, разделенных интервалами в несколько минут, и первая из этих волн не всегда бывает наибольшей. Часто перед приходом огромной первой волны вода необычайно сильно

отступает из залива, что может начаться за несколько минут или даже за полчаса.

Начальное возмущение, вызвавшее цунами, может возникать на значительном расстоянии от ближайшего побережья. Для гигантского цунами, которое 15 июня 1896 г. принесло опустошение району Санрику на северо-восточном побережье Японии, место происхождения было оценено в 150—200 *км* от берега. Волны, возбужденные цунами, часто регистрируются измерителями приливов на огромном удалении; времена вступления таких волн использовались для определения приблизительной средней глубины воды вдоль их путей по Тихому океану.

Изучению цунами в последнее время уделяется много внимания, особенно после цунами, сопровождавшего Чилийские землетрясения 22 мая 1960 г. Это цунами принесло большие разрушения низко расположенным территориям по всему бассейну Тихого океана. Например, оно привело к волнам высотой 6 *м* на Маркизских о-вах, высотой 3 *м* на о-вах Общества, 2,7 *м* на Гавайских о-вах и 2,4 *м* на о. Самоа, заметные волны вокруг берегов Новой Зеландии и 1,2-метровые волны в бухте Сиднея. Ломнитц сообщил о том, что после землетрясения момент наступления высшей точки прилива на острове вблизи чилийского побережья заметно изменился; он объясняет это изменениями в картине резонанса приливов в прибрежной зоне, вызванными опусканием шельфа у берегов Чили.

Кокс отмечает большое влияние цунами на резонансное усиление колебаний воды в гаванях, на шельфах и вокруг островов, размеры которых сравнимы с длинами волн. Майлз и Манк теоретически исследовали реакцию волн в гаванях определенной формы на цунами. Манк привлек внимание к вопросу о влиянии энергии цунами на движение Луны.

Иида и Ота исследовали амплитуду и энергию цунами. Ватанабе сравнил цунами Чилийского землетрясения 1960 г. с цунами землетрясения 1933 г. в Санрику — и та и другая разрушили побережье Санрику. Майоши изучал цунами, возникающие при вулканических взрывах на одном из тихоокеанских островов. Лаврентьев и Саваренский исследовали цунами, сопровождавшее

землетрясение 4 ноября 1952 г. на Камчатке и возбудившее волны высотой 6—7,5 *м* вдоль 1,5 тыс. *км* Дальневосточного побережья.

В Японии, на Дальнем Востоке, на Гавайских о-вах и в других местах организованы службы оповещения о возможном наступлении цунами. Вадати, Хироно и Хизамото опубликовали результаты исследования Чилийского цунами 1960 г. Большинство данных по волнам цунами получают по измерениям, произведенным вблизи берегов. Сбор многих необходимых дополнительных данных из открытого океана стал возможным с использованием прибора, созданного Витусеком специально для этих измерений.

18.3.2. Моретрясения

Волны *P* от землетрясения могут пройти через водный бассейн после преломления в морском дне. Скорость этих волн около 1,5 *км/сек*, т. е. равна скорости звука в воде. Если эти волны достаточной силы встретят на своем пути корабль, то они произведут на него такой же эффект, как если бы корабль натолкнулся на подводное препятствие. Это явление названо *моретрясением.*

18.3.3. Фаза *T* и фаза Эйри

Сейсмические станции иногда регистрируют фазу, называемую *T*-фазой, для которой бóльшая часть соответствующего луча пролегает в слое сверхдальнего распространения звука в океане (канал СОФАР), где скорость волн около 1,5 *км/сек.* На фазу *T* впервые обратил внимание Линехан в 1940 г., и она была записана, например, в Калифорнии от гавайских землетрясений.

Пекерис в 1948 г. предсказал и позднее отождествил на сейсмограммах, полученных Уорзелом и Юингом при взрывах на мелководье, фазу, которую он назвал фазой Эйри. Эта фаза состоит из группы поверхностных волн с периодом 9—11 *сек*, которая распространяется через океан со скоростью, равной 0,7—0,8 скорости *P*-волн 1,5 *км/сек.* Это соответствует постоянному значению групповой скорости для поверхностных волн в океане, ограниченном снизу жестким дном, и наблюдается при мелких подводных землетрясениях.

18.3.4. Сейсмические сейши

Сейши — это ритмичные колебания воды в закрытых бухтах или озерах. Они иногда возбуждаются землетрясениями и цунами. Эти колебания могут длиться несколько часов или даже один-два дня.

18.4. ДОННЫЕ СЕЙСМОГРАФЫ

Сейсмические волны в настоящее время регистрируют почти исключительно на суше, если не считать ограниченных случаев регистрации с помощью аппаратуры, установленной на судах. Однако в последнее время стали делаться попытки проводить эту регистрацию и на дне океана. Для этого можно использовать два пути. Во-первых, можно поместить специально сконструированный сейсмограф на дно океана и оставить его там на несколько недель или больше, а затем собрать с него сейсмограммы. Во-вторых, можно сделать так, что регистрируемые данные по мере их поступления будут передаваться на поверхность океана или на берег — либо телеметрически, либо по кабелю. Юинг, Пресс и др. разработали прибор с телеметрической передачей информации на корабль от донного сейсмографа путем модулирования ультразвуковых колебаний. Поскольку предполагается, что на дне океана уровень шумов относительно низок (проведенные эксперименты до сих пор не дали никаких определенных результатов), то можно надеяться получить больше пользы от применения сейсмографов повышенной чувствительности, чем на суше.

Использование донных сейсмографов поможет полнее и лучше покрыть земной шар сейсмическими измерениями, а кроме того, доставит много новой информации о различных районах океана. Станции на океанических островах полезны, но в ограниченной мере, так как островная структура сильно искажает волны, если длины волн порядка размеров этого острова или меньше. Донные сейсмографы позволят определить более детально строение океанической коры, а благодаря тому, что обычная океаническая кора относительно тонка, помогут собрать более подробную сейсмическую информацию

о верхней мантии. Будут получены новые данные о механизме очага, о происхождении и распространении микросейсм, о характере границ между материком и океаном. Кроме того, можно будет выяснить, существуют ли волны, которые распространяются только в океанической коре и которые невозможно зарегистрировать на суше.

18.5. МИКРОСЕЙСМЫ

Обычное землетрясение, которое возникает в результате резкого смещения вещества внутри Земли, обнаруживается по характеру следа, оставляемого им на сейсмограмме (см. разд. 10.3). Кроме обычных землетрясений, на сейсмограммах, записанных многими сейсмическими станциями, обнаруживается присутствие дополнительных малых колебаний почвы, которые называют *микросейсмами*. Эти движения грунта привлекают внимание сейсмологов, поскольку они иногда затрудняют точную регистрацию обычных землетрясений, а также потому, что вид их записи, вероятно, связан с особенностями приповерхностной структуры.

Некоторые микросейсмы представляют собой чисто локальное явление, например, вызываются движением транспорта или работой различных механизмов, а также влиянием ветра и бурь. Сейсмологов в основном интересует другой класс микросейсм, который характеризуется очень близкими свойствами на записях сейсмических станций, расположенных на большой площади, иногда на целом континенте. К этим свойствам относится то, что максимальные амплитуды и заметные изменения амплитуд отмечаются приблизительно одновременно на всех станциях рассматриваемой области. Эти микросейсмы могут существовать в течение многих часов подряд и имеют более или менее устойчивые периоды от двух до десяти или более секунд.

Наибольшее смещение почвы, связанное с этими микросейсмами, имеет порядок величины 10^{-3} *см* и наблюдается на побережье; в Центральной Азии амплитуды редко превышают 10^{-4} *см*. Но величина этих смещений зависит, кроме того, от локального геологического строе-

ния. Наблюдается отчетливая корреляция между интенсивностью микросейсм и наличием штормовой погоды в каком-нибудь соседнем районе.

Вихерт предполагал, что микросейсмы генерируются при действии сильного прибоя на протяженный крутой берег, и эту гипотезу продолжил и детально развил Гутенберг. Тамз и Юнг обнаружили четкую корреляцию между прибоем на побережье Норвегии и микросейсмами, записанными в некоторых местах Средней Европы. Сезава, Вадати и Масуда считают действие прибоя частой причиной микросейсм, наблюдаемых в Японии. По оценке Гутенберга энергия, переходящая от разбивающегося прибоя к береговому грунту, вероятно, имеет как раз тот порядок величины, который необходим, чтобы возбудить наблюдаемые микросейсмы. Байерли установил, что существенную долю наблюдаемых микросейсм в Беркли, по-видимому, можно объяснить действием соседнего прибоя, но иногда случалось, что прибой был сильным, когда микросейсмы были малы, и наоборот.

Герци заметил совпадение микросейсм в Пурпурной Горе (Китай) с циклонами на далеком расстоянии в открытом океане, а Банерджи обнаружил, что в случае, когда циклон приближался к Индийскому океану, наибольшие микросейсмы наблюдались за несколько часов до того, как циклон достигал береговой линии. Позднее Герци выдвинул гипотезу, что микросейсмы возбуждаются атмосферными колебаниями («накачиванием») вблизи центра циклональной области. Уиппл, Сезава и Канаи исследовали возможные механизмы генерирования микросейсм таким путем.

Ли, используя результаты детального изучения микросейсм в Великобритании, доказывает, что они являются по существу релеевскими волнами, и указывает способы вычисления направления их распространения. Ли отмечает, что, когда микросейсмы в Европе велики, в восточной части Северной Атлантики преобладает штормовая погода, но штормовая погода не всегда сопровождается большими микросейсмами.

В 1946 г. Джилмор представил целый ряд данных, собранных Военно-морским флотом США, о связи между микросейсмами и тропическими циклонами в районе

Карибского моря. Джилмор сделал вывод, что преобладающие микросейсмы не связаны непосредственно с действием прибоя.

Работы Бернара, Миша, Дикона и Лонге-Хиггинса свидетельствуют в пользу теории, что микросейсмы, которые мы можем наблюдать, генерируются, когда на море образуются крупные стоячие волны, и периоды микросейсм равны половине периодов этих стоячих волн. Однако, по-видимому, не все микросейсмы генерируются таким путем. Дикон, Дарбишир и Айер разработали новые методы для анализа микросейсм по группам периодов и для сопоставления получаемых результатов с наблюдениями за циклонами.

Всесторонний обзор микросейсм в Швеции произвел Бот; много подобных обзоров было сделано и для других мест.

Макелуэйн и Рамире для изучения микросейсм ввели «тройные» станции. Эти станции представляют собой системы сейсмических станций с согласованным отсчетом времени, расстояние между которыми доходит до нескольких километров. Теоретически одна такая станция определит направление на источник микросейсм, а две станции — центр циклона. Таким путем можно надеяться прослеживать движения крупных циклонов на море и предсказывать ураганы. Но практически обеспечить необходимую точность очень трудно. Джилмор сделал попытку разработать чисто эмпирический метод для предсказывания ураганов, основываясь на наблюдениях отношений амплитуд на пáрах станций.

Ценные обзоры последних исследований микросейсм сделали Дарбишир и Айер (1958), а также Кардер и Эппли (1959).

Брун и Оливер (1959) опубликовали обзор, посвященный вопросам сейсмического шума, производимого земной поверхностью, причем они рассмотрели периоды от 40 до менее 0,1 *сек*.

18.6. СЕЙСМИЧЕСКАЯ РАЗВЕДКА

О методах сейсмической съемки и взрывной сейсмологии уже говорилось в гл. 9, 12 и 16. Они ведут свое

начало от разведки на нефть и другие источники минерального сырья. При этом искусственно возбуждаются и регистрируются сейсмические волны с целью выяснить геологическое строение какого-либо района непосредственно под поверхностью Земли. С развитием и совершенствованием экспериментальной методики появилась возможность регистрировать, кроме того, естественные землетрясения. В результате сейсморазведочных работ были также получены важные теоретические данные о передаче упругих волн от определенных типов источников и прохождении их через среды с различными сложными свойствами.

На практике широко применяются два основных метода: метод отраженных волн и метод преломленных волн. Сейсморазведка методом преломленных волн применяется для определения скоростей сейсмических волн и конфигураций слоев в разрезе в районах, где скорость не уменьшается с глубиной. Полевые сейсмостанции или другие регистрирующие приборы устанавливаются на расстояниях от источника взрыва, в несколько раз превышающих глубину до ближайшего исследуемого слоя. При интерпретации данных наблюдений пользуются теорией, основы которой изложены в разд. 12.1.2. В методе отраженных волн регистрирующие приборы располагаются близко от источника, чтобы зарегистрировать близкие к вертикальным отражения от границ исследуемого слоя. Периоды регистрируемых волн обычно бывают порядка 0,01—0,1 *сек*. Основное внимание уделяется таким вопросам, как выделение искомых фаз на фоне помех, включающих рассеянные волны и поверхностные волны, и обеспечение нужного увеличения. Для решения этих задач употребляются различные типы фильтрации (разд. 9.9.4), используется группирование сейсмоприемников; теперь применяют магнитную запись. Юинг и Пресс (1956) дали хороший обзор используемых методов сейсморазведки. Производя ряд взрывов на соответствующих расстояниях друг от друга, можно узнать форму наклонных и криволинейных границ между слоями. Сейсмическими методами определялось местоположение рудных тел шириной 20 *м* на глубинах порядка 200 *м*.

Методы сейсморазведки также стали все больше применять для обнаружения ядерных взрывов (разд. 16.4).

18.6.1. Определение толщины льда

Методы сейсмической разведки с успехом применялись для определения толщины льда. Первые эксперименты в этом направлении были произведены в Австрийских Альпах. В 1930 г. Зорге и Лёве измерили толщину гренландского ледяного покрова, а впоследствии обширные измерения толщины льда проводились и в Арктике и в Антарктике. В период Международного геофизического года шесть стран объединили свои усилия для измерения толщины антарктического льда. Эта работа привела к тому, что оценка объема антарктического льда была увеличена на 40% и достигла примерно 18,5 млн. *км*³, т. е. 87% всего ледового покрова земного шара. Обзор этих результатов подготовлен к печати Робином, а также Гудспидом и автором.

Метод отраженных волн используется главным образом для определения толщины льда в данном месте, но сопровождается измерениями преломленных волн для определения поправок на малые скорости вблизи поверхности ледовой толщи. Заряды обычно имеют величину от 0,1 до 3—4 *кг* в методе отраженных волн и порядка 10—20 *кг* в методе преломленных волн. Осложнения, обусловленные поверхностными волнами, уменьшаются при взрыве зарядов в буровых скважинах глубиной до 60 *м*. В большинстве случаев толщину ледового слоя можно определять с погрешностью до 2%.

В 1956 г. была определена толщина льда в Антарктиде на поперечных профилях общей длиной 600 *км*, а в настоящее время длина измеренных профилей равна приблизительно 20 000 *км*. Результаты этих определений показывают, что поверхность скальных пород в восточной части Антарктиды в основном лежит выше уровня моря, в то время как западная Антарктида больше похожа на архипелаг. Эти данные подтверждаются выводами, сделанными по наблюдениям поверхностных волн от землетрясений (см. разд. 12.6). Максимальная толщина льда по измерениям до последнего времени превышает 4 *км*.

Значения скоростей волн *P*, полученные в антарктическом льде, колеблются между 3,8 и 4,0 *км/сек*, причем более низкое значение найдено в береговых районах, а более высокое — вблизи Полюса относительной недоступности. Скорость волн *S* — около 1,95 *км/сек*. Указанные методы позволили также определить скорости волн *P* в скальных породах, залегающих под толщей льда. Они оказались лежащими в диапазоне от 4,7 до 6,3 *км/сек*.

Сейсмические методы применялись, кроме того, для измерения толщины и упругих свойств плавучих льдов как в Арктике, так и в Антарктике.

18.7. МОДЕЛЬНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

Как мы видели в первых главах книги, теоретическая сейсмология в большой степени занимается тем, чтобы получить решения уравнений движения возмущений в упругих средах с различными начальными и граничными условиями. Там, где имеющегося математического аппарата недостаточно для решения сложных задач, приходится обращаться к сейсмическим экспериментам на моделях.

В модельных экспериментах подают импульс ультразвука в какую-либо точку модельной структуры, построенной для исследования данной задачи, и записывают последующие смещения в различных точках модели в функции времени. Запись ведется на осциллографе, и масштаб модели таков, что импульсы могут быть повторены со скоростями порядка 1000 $сек^{-1}$. В результате на экране осциллографа получается устойчивая картина, подобная сейсмограмме.

На практике нужно приложить старания, чтобы удостовериться, что построенная модель — с соответствующими поправками на масштаб — действительно достаточно точно отвечает условиям задачи. Например, если задача относится к однородной Земле, кривизной которой можно пренебречь, то можно подводить импульс к поверхности модели и проверять результаты по решению Лэмба для смещений в бесконечном полу-

пространстве из идеально упругого вещества, возникающих от точечного импульсного источника, находящегося на поверхности. Когда будет достигнуто необходимое согласие (причем это не может произойти до тех пор, пока эффекты неидеальной упругости и другие посторонние эффекты с помощью специальных мер не будут сведены к минимуму), можно будет вывести аналогичные решения для импульсов, приложенных на некоторой глубине под поверхностью.

Модельные сейсмические эксперименты проводили в 1927 г. в Японии Терада и Цубои. С тех пор их продолжили и расширили как сейсмологи, так и сейсморазведчики, например Кауфман, Нортвуд, Кнопов, Оливер, Пресс и Юинг. Статья последних трех авторов, опубликованная в 1954 г., содержит хороший обзор методов модельных экспериментов.

В настоящее время сейсмические эксперименты на моделях применяют для изучения огромного числа разнообразных явлений, в том числе, скажем, цунами [1]).

18.8. СОЗДАНИЕ СЕЙСМОСТОЙКИХ КОНСТРУКЦИЙ

В связи со сложным характером колебаний вблизи эпицентра землетрясений задача создания конструкций, способных устоять при сильных движениях почвы, довольно трудна. До сих пор в практике конструирования таких сооружений руководствовались главным образом эмпирическими выводами, основанными на оценке эффектов реальных землетрясений. Большую помощь при этом оказывают сейсмографы «сильных колебаний», которые не настолько чувствительны, чтобы выходить из строя при сильном землетрясении.

Сделанные таким образом оценки влияют на выбор площадок для строительства в сейсмоактивных районах,

---

[1]) В послевоенное время первые систематические исследования по ультразвуковому сейсмическому моделированию были начаты в СССР в 1947 г. Ю. В. Ризниченко, Б. Н. Ивакиным и В. П. Бугровым. Подробные публикации об этих работах начали появляться с 1951 г. в журнале Изв. АН СССР, сер. геофиз.— *Прим. перев.*

материалов, используемых при строительстве, и на общие особенности проекта. Особое внимание уделяется использованию огнеупорных материалов, поскольку часто именно пожар приводит к самым большим бедствиям при землетрясениях.

Во многих странах, подверженных действию землетрясений, «сейсмический коэффициент» включен в строительные нормы, которые предусматривают, чтобы проектируемые структуры выдерживали натиск горизонтальных сил, возникающих от постоянного горизонтального ускорения грунта порядка 0,1—0,2 g. Этот «статический метод» не затрагивает вопроса о динамическом поведении сложных и высоких конструкций и не учитывает многих особенностей действительных движений грунта во время землетрясения. Но он все же помогает существенно уменьшить ущерб, приносимый землетрясением. Даже в тех случаях, когда ускорение движения почвы превышает значение, входившее в расчеты, конструкция может остаться неповрежденной.

В настоящее время проводится много теоретических исследований динамических характеристик конкретных сооружений, а также лабораторные эксперименты на моделях.

В большинстве стран, подвергающихся действию землетрясений, часто проводится деление на области с различными уровнями сейсмической активности. Это «сейсмическое районирование» основывается на прошлой сейсмической истории и сведениях о локальных тектонических характеристиках и учитывается в строительных нормах. В основе определения таких зон лежат вероятностные соотношения, и в районах, где данные о сейсмической истории имеются лишь примерно за столетие, неопределенности могут быть довольно значительными.

ЛИТЕРАТУРА

Общие ссылки

Knott C. G., The physics of earthquake phenomena, Oxford, Clarendon Press, 1908.

Walker G. W., Modern Seismology, London, Longmans Green, 1913.

de Montessus de Ballore F., La géologie seismologique, Paris, Armand Colin, 1924.

Gutenberg B., Theorie der Erdbebenwellen; Beobachtungen von Erdbebenwellen; Die Seismische Bodenruhe, Handbuch der Geophysik, Bd. 4, Berlin, 1929, S. 1.

Conrad V., Die zeitliche Folge der Erdbeben und bebenauslösende Ursachen, Handbuch der Geophysik, Bd. 4, Berlin, 1932, S. 1007.

Macelwane J. B., Sohon F. W., Theoretical seismology, Parts I and II, New York, Wiley, 1936, 1932.

Macelwane J. B., (Ed.), Seismology. Physics of the Earth, VI. Bull. Nat. Res. Coun., Wash., № 90 (1933).

Heck N. H., Earhquakes, Princeton, Princeton University Press, 1936.

Imamura A., Theoretical and applied seismology, Tokyo, Maruzen, 1937.

Milne J., Earthquakes and other earth movements, rev. by A. W. Lee, London, Routledge, Kegan Paul, 1939.

Byerly P., Seismology, New York, Prentice-Hall, 1942.

Jeffreys H., Earthquakes and mountains, 2nd ed., London, Methuen, 1950.

Gutenberg B. (Ed.), Internal constitution of the Earth, Physics of the Earth, VII, 2nd ed., New York, Dover, 1951. (См. перевод 1-го изд.: Внутреннее строение Земли, под ред. Б. Гутенберга, М., ИЛ, 1949.)

Coulomb J., La constitution de la Terre, Paris, Albin Michel, 1952.

Bullen K. E., Seismology, London, Methuen, 1954.

Саваренский Е. Ф., Кирнос Д. П., Элементы сейсмологии и сейсмометрии, М., 1955.

Ewing W. M., Jardetzky W. S., Press F., Elastic waves in layered media, New York, McGraw-Hill, 1957.

Benioff H., Ewing M., Howell B. F., Press F., Contributions in geophysics (in honour of Beno Gutenberg), London, Pergamon Press, 1958.

Heiskanen W. A., Vening Meinesz F. A., The Earth and its gravity field, New York, McGraw-Hill, 1958.

Richter C. F., Elementary seismology, San Francisco, Freeman, 1958. (См. перевод: С. Рихтер, Элементарная сейсмология, М., изд-во «Мир», 1963.)
Gutenberg B., Physics of the Earth's interior, New York, Academic Press, 1959. (См. перевод: Б. Гутенберг, Физика земных недр, М., ИЛ, 1963.)
Howell B. F., Introduction to geophysics, New York, McGraw-Hill, 1959.
Jacobs J. A., Russell R. D., Wilson J. T., Physics and geology, New York, McGraw-Hill, 1959. (См. перевод: Д. Джекобс, Р. Расселл, Д. Уилсон, Физика и геология, М., изд-во «Мир», 1964).
Jeffreys H., The Earth, 4th ed., Cambridge University Press, 1959. (См. перевод: Г. Джеффрис, Земля, перевод с 4-го изд., М., ИЛ, 1960.)
Munk W. H., MacDonald G. J. F., The rotation of the Earth, Cambridge University Press, 1960. (См. перевод: У. Манк, Г. Макдональд, Вращение Земли, М., изд-во «Мир», 1964.)
Cook A. H., Gaskell T. F. (Ed.), The Earth today (70th birthday volume to Sir Harold Jeffreys), London, Royal Astronomical Society, 1961.
Scheidegger A. E., Principles of geodymanics, 2nd ed., Berlin, Springer-Verlag, 1963.
Bates D. R. (Ed), The planet Earth, 2nd ed., London, Pergamon Press, 1963. (Есть перевод 1-го издания: Планета Земля, М., ИЛ, 1961).

Исторический обзор (разд. 1.1)

Davison C., The founders of seismology, Cambridge University Press, 1927.
Lee S. P. (Ed.), Chronological tabulation of Chinese earthquake records, Peking, Chinese Academy of Sciences, 1956.

Теория упругости (разд. 2.1—2.6)

Jeffreys H., The thermodynamics of an elastic solid, Proc. Cambr. Phil. Soc., **26**, 101 (1930).
Jeffreys H., On plasticity and creep in solids, Proc. Roy. Soc., **A138**, 283 (1932).
Love A. E. H., The mathematical theory of elasticity, 4th rev. ed., Cambridge University Press, 1945. (См. перевод: А. Е. Г. Ляв, Математическая теория упругости, М.— Л., ОНТИ, 1935.)
Oldroyd J. G., Papers on plastic flow, Proc. Cambr. Phil. Soc., **43**, 100, 383, 521 (1947).
Stoneley R., The seismological implications of aeolotropy in continental structure, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., 5, 343 (1949).

Gutenberg B. (Ed.), Colloquium on plastic flow and deformation within the Earth (Contributions by L. H. Adams, D. Griggs, H. Benioff, E. C. Bullard, F. Birch, F. A. Vening Meinesz, B. Gutenberg, E.H. Vestine, W. Heiskanen, J. M. Burgess and others), Trans. Amer. Geophys. Un., **32**, 499 (1951).
Murnaghan F. D., Finite deformation of an elastic solid, New York, Wiley, 1951.
Jaeger J. G., Elasticity, fracture and flow, London, Methuen, 1956.
Sokolnikoff I. S., Mathematical theory of elasticity, 2nd ed., New York, McGraw-Hill, 1956.

Колебания и волны (разд. 3.1—3.6)

Lamb H., Hydrodynamics, 6th ed., Cambridge University Press, 1932. (См. перевод: Г. Ламб, Гидродинамика, М., ИЛ, 1947.)
Cagniard L., Réflexion et réfraction des ondes séismiques progressives, Paris, Gauthier-Villars, 1939.
Jeffreys H., Jeffreys B. S., Methods of mathematical physics, 2nd ed., Cambridge University Press, 1950.
Scholte J. G. J., On seismic waves in a spherical Earth, Kon. Ned. Meteorol. Inst., **65**, 1 (1957).
Duvall G. E., Concepts of shock wave propagation, Bull. Seismol. Soc. Amer., **52**, 869 (1962).

Объемные упругие волны (разд. 4.1—4.7)

Poisson S. D., Mémoire sur l'équilibre et le mouvement des corps élastiques; mémoire sue la propagation du mouvement dans les milieux élastiques, Mem. Acad. Sci., Paris, 8, 623 (1829); **10**, 578 (1831).
Stokes G. G., Propagation of an arbitrary disturbance in an elastic medium, Cambridge Mathematical Papers, **2**, 257 (1880).
Oldham R. D., On the propagation of earthquake motion to great distances, Phil. Trans., **A194**, 135 (1900).
Jeffreys H., The times of transmission and focal depths of large earthquakes, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **1**, 500 (1928).
Jeffreys H., Damping in bodily seismic waves, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **2**, 318 (1931).
Jeffreys H., On the cause of oscillatory movement in seismograms, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **2**, 407 (1931).
Stoneley R., The Mongolian earthquake of 1931 August 10, 42nd Rep., Brit. Ass. Seism. Comm., 5 (1937).
Birch F., The effect of pressure upon the elastic parameters of isotopic solids, according to Murnaghan's theory of finite strain, J. Appl. Phys., **9**, 279 (1938).
Fu C. Y., Problems of propagation of elastic waves, J. Chin. Geophys. Soc., **2**, 40 (1950).

Stoneley R., Polarisation of the S-phase of seismograms, Ann. Geofis., 4, 3 (1951).
Bullen K. E., Seismic wave transmission, Encyclopedia of Physics, Bd. 47, Berlin, Springer-Verlag, S. 75.
Jeffreys H., Elastic waves in a continuously stratified medium, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., 7, 332 (1957).
Gutenberg B., Attenuation of seismic waves in the Earth's mantle, Bull. Seismol. Soc. Amer., 48, 269 (1958).
Honda H., The elastic waves generated from a spherical source, Sci. Rep. Tôhoku Univ., 5th ser., **11**, 178 (1959).
Jeffreys H., Rock creep and tidal friction, Compt. Rend. Intern. Ass. Seismol. Phys. Inter. Earth, Strasbourg, **13**, 27 (1961).
Lomnitz C., Application of the logarithmic creep law to stress wave attentuation in the solid Earth, J. Geophys. Res., **67**, 365 (1962).

Упругие поверхностные волны (разд. 5.1—5.9)

Rayleigh (Strutt J. W.), On waves propagated along the plane surface of an elastic solid, Proc. Lond. Math. Soc., **17**, 4 (1885).
Lamb H., On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid, Phil. Trans., **A203**, 1 (1904).
Love A. E. H., Some problems of geodynamics, Cambridge University Press, 1911.
Stoneley R., Elastic waves at the surface of separation of two solids, Proc. Roy. Soc., **A106**, 416 (1924).
Jeffreys H., On the surface waves of earthquakes, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **1**, 282 (1925).
Nakano H., On Rayleigh wave. Jap. J. Astr. Geophys., **2**, 1 (1925).
Stoneley R., The effect of the ocean on Rayleigh waves, Mon. Not. R. Astr., Geophys. Suppl., **1**, 349 (1926).
Jeffreys H., The effect on Love waves of heterogeneity in the lower layer, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **1**, 101 (1928).
Stoneley R., Tillotson E., The effect of a double surface layer on Love waves, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **1**, 521 (1928).
Byerly P., The dispersion of seismic waves of the Love type and the thickness of the surface layer of the Earth under the Pacific, Beitr. Geophys., **26**, 27 (1930).
Jeffreys H., The formation of Love waves (Querwellen) in a twolayer crust, Beitr. Geophys., **30**, 336 (1931).
Leet L., Empirical investigation of surface-waves generated by distant earthquakes, Ottawa, Dom. Observ. Publ., **7**, 263 (1931).
Sezawa K., On the transmission of seismic waves on the bottom surface of an ocean, Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo, **9**, 115 (1934).

Stoneley R., The transmission of Rayleigh waves in a heterogeneous medium, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **3**, 222 (1934).
Jeffreys H., The surface waves of earthquakes, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **3**, 253 (1935).
Stoneley R., On the apparent velocities of earthquake waves over the surface of the Earth, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **3**, 262 (1935).
Sezawa K., Love-waves generated from a source of a certain depth, Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo, **13**, 1 (1935).
Sezawa K., Kanai K., The rate of damping in seismic vibrations of a surface layer of varying density or elasticity, Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo, **13**, 484 (1935).
Pekeris C., The propagation of Rayleigh waves in heterogeneous media, Physics, **6**, 133 (1935).
Coulomb J., Début des ondes de Love et Rayleigh, Paris, Livre jubilaire de Marcel Brillouin, 1935.
Stoneley R., Love waves in a triple surface layer, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **4**, 43 (1937).
Sezawa K., Kanai K., Relation between the thickness of a surface layer and the amplitudes of dispersive Rayleigh waves, Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo, **15**, 845 (1937).
Sezawa K., Kanai K., Anomalous dispersion of elastic surface waves, Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo, **16**, 225, 683 (1938).
Wilson J. T., Surface waves in a heterogeneous medium, Bull. Seismol. Soc. Amer., **32**, 297 (1942).
Scholte J. G., The range and existence of Rayleigh and Stoneley waves, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **5**, 120 (1947).
Fu C. Y., Studies on seismic waves. III. Propagation of elastic waves in the neighbourhood of a free boundary, Geophysics, **12**, 57 (1947).
Wilson J. T., Increase in period of earthquake waves with distance travelled, Bull. Seismol. Soc. Amer., **38**, 89 (1948).
Caloi P., Comportamento della onde di Rayleigh in un mezzo firmo-elastico indefinito, Ann. Geofis., **1**, 550 (1948).
Valle P. E., Contributo allo studio delle onde di Love, Ann. Geofis., **2**, 231 (1949).
Lapwood E. R., The disturbance due to a line source in a semi-infinite elastic medium, Phil. Trans., **A242**, 63 (1949).
Newlands M., Rayleigh waves in a two-layer heterogeneous medium, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **6**, 109 (1950).
Press F., Ewing M., Propagation of explosive sound in a liquid layer overlying a semi-infinite elastic solid, Geophysics, **15**, 426 (1950).
Stoneley R., The effect of a low-velocity stratum on surface elastic waves, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **6**, 28 (1950).
Press F., Ewing M., Two slow surface waves across North America, Bull. Seismol. Soc. Amer., **43**, 219 (1952).

Kanai K., On Sezawa-waves (M_2 waves), Part II, Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo, **33**, 275 (1955).
Stoneley R., Rayleigh waves in a medium with two surface layers, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **6**, 610; **7**, 71 (1955).
Ewing W. M., Press F., Surface and guided waves, Encyclopedia of Physics, Bd. 47, Berlin, Springer-Verlag, 1956, S. 119.
Stoneley R., Hochstrasser U., The transmission of Rayleigh waves across an ocean floor with two surface layers, Parts I and II, Bull. Seismol. Soc. Amer., **47**, 7 (1957); Geophys. J., R. Astr. Soc., **4**, 197 (1961).
Саваренский Е. Ф., Об определении групповых и фазовых скоростей из наблюдений, Изв. АН СССР, серия геофиз., № 11, 1550 (1959).
Brune J. N., Nafe J. E., Oliver J. E., A simplified method for the analysis and synthesis of dispersed wave trains, J. Geophys. Res., **65**, 287 (1960).
Buchwald V. T., Rayleigh waves in transversely isotropic media, Quart. J. Mech. Appl. Math., **14**, 293 (1961).
Jeffreys H., Small corrections in the theory of surface waves, Geophys. J., R. Astr. Soc., **6**, 115 (1961).
Phinney R. A., Propagation of leaking interface waves, Bull. Seismol. Soc. Amer., **51**, 527 (1961).
Hudson J. A., Love waves in a heterogeneous medium, Geophys. J., R. Astr. Soc., **6**, 131 (1962).

Отражение и преломление упругих волн (разд. 6.1—6.7)

Knott C. G., Reflexion and refraction of elastic waves, with seismological applications, Phil. Mag., (5) **48**, 64, 567 (1899).
Wiechert E., Über Erdbebenwellen, I. Theoretisches über die Ausbreitung der Erdbebenwellen, Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Klasse, 415 (1907).
Knott C. G., Seismic radiations, Proc. Roy. Soc. Edinb., **30**, 23 (1909).
Jeffreys H., The reflexion and refraction of elastic waves, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **1**, 321 (1926).
Matuzawa T. et al., On the forerunners of earthquake motions, Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo, **4**, 85 (1928); **7**, 241 (1929).
Slichter L. B., Gabriel V. G., Studies in reflected seismic waves, Beitr. Geophys., **38**, 228 (1933).
Blake F. G., Spherical wave propagation in solid media, J. Acoust. Soc. Amer., **24**, 211 (1952).
Gutenberg B., *SV* and *SH*, Trans. Amer. Geophys. Un., **33**, 573 (1952).
Jeffreys H., Elastic waves in a continuously stratified medium, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **7**, 332 (1957).
Jeffreys H., Lapwood E. R., The reflexion of a pulse within a sphere, Proc. Roy. Soc., **A241**, 455 (1957).

Петрашень Г. И., Материалы количественного изучения динамики сейсмических волн, Л., Изд-во ЛГУ, 1957.
Waerden B. L., Reflection and refraction of seismic waves, Shell Development Company, 1957, p. 1.
Dix C. H., The reflected seismic pulse, J. Geophys. Res., **66**, 227 (1961).
Hudson J. A., The total internal reflection of *SH* waves, Geophys. J., R. Astr. Soc., **6**, 509 (1962).

Теория сейсмических лучей (разд. 7.1—7.5)

Herglotz G., Über das Benndorfsche Problem der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erdbebenstrahlen, Phys. Zs., **8**, 145 (1907).
Bateman H., The solution of the integral equation which connects the velocity of propagation of an earthquake wave in the interior of the Earth with the times which the disturbance takes to travel to different stations on the Earth's surface, Phil. Mag., (6) **19**, 576 (1910).
Knott C. G., The propagation of earthquake waves through the Earth and connected problems, Proc. Roy. Soc. Edinb., **39**, 157 (1919).
Jeffreys H., On near earthquakes, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **1**, 385 (1926).
Slichter L. B., The theory of the interpretation of seismic traveltime curves in horizontal structures, Physics, **3**, 273 (1932).
Jeffreys H., Upward curvature in seismic travel-times, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **3**, 201 (1934).
Lehmann I., Seismic time-curves and depth determination, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **4**, 250 (1937).
Bullen K. E., Features of the travel-time curves of seismic rays. Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **5**, 91 (1945).
Fu C. Y., On seismic rays and waves, Bull. Seismol. Soc. Amer., **37**, 331 (1947).
Bullen K. E., Parameters of seismic rays. J. Roy. Soc. N.S.W., **87**, 21 (1953).
Bullen K. E., Features of seismic *pP* and *PP* rays, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **7**, 49 (1955).
Willmore P. L., Hodgson J. H., Charts for measuring azimuth and distance and for tracing seismic rays through the Earth, Dom. Observ. Ottawa, Publ., **16**, 405 (1955).
Båth M., Shadow zones, travel times, and energies of longitudinal seismic waves in the presence of an asthenosphere low-velocity layer, Trans. Amer. Geophys. Un., 38, 529 (1957).
Tolstoy I., Modes, rays, and travel times, J. Geophys. Res., **64**, 815 (1959).
Bullen K. E., A new method of deriving seismic velocity distributions from travel-time data, Geophys. J., R. Astr. Soc., **3**, 258 (1960).
Bullen K. E., Seismic ray theory, Geophys. J., Roy. Astr. Soc., **4**, 93 (1961).

Амплитуды сейсмических волн (разд. 8.1—8.8)

Geiger L., Gutenberg B., Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Klasse, 121, 623 (1912).
Wrinch D., Jeffreys H., On the seismic waves from the Oppau explosion of 1921 September 21, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **1**, 15 (1923).
Jeffreys H., On the amplitudes of bodily seismic waves, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **1**, 334 (1926).
Jeffreys H., On compressional wawes in two superposed layers, Proc. Cambr. Phil. Soc., **22**, 472 (1926).
Valle P. E., Sull'energia associata alle onde seismiche *SKS* ed *SKKS*, Ric. sci., **21**, 3 (1943).
Gutenberg B., Energy ratio of reflected and refracted seismic waves, Bull. Seismol. Soc. Amer., **34**, 85 (1944).
Dana S. W., The amplitudes of seismic waves reflected and refracted at the Earth's central core, Bull. Seismol. Soc. Amer., **35**, 27 (1945).
Ergin K., Observations on the recorded ground motion due to *P*, *PcP*, *S* and *ScS*, Bull. Seismol. Soc. Amer., **42**, 263 (1952).
Dix C. H., The mechanism of generation of long waves from explosions, Geophysics, **20**, 87 (1955).
De Noyer J., Determination of the energy in body and surface waves, Part I, Bull. Seismol. Soc. Amer., 48, 355 (1958).
Stoneley R., The variation of amplitude and energy with depth in Love waves, Contributions in geophysics, London, Pergamon Press, 1958, p. 38.
Bullen K. E., Note on cusps in seismic travel-times, Geophys. J., R. Astr. Soc., **3**, 354 (1960).

Инструментальная сейсмология (разд. 9.1—9.9)

Omori F., Results of the horizontal pendulum observations of earthquakes, July 1898 to December 1899, Tokyo, Publ. Earthq. Invest. Comm., Tokyo, 5, 1 (1901).
Wiechert E., Theorie der automatischen Seismographen, Abh. Ges. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Klasse, **2**, 1 (1903).
Голицын Б. Б., Лекции по сейсмологии, Изд. АН, С.-Пб., 1912.
Anderson J. A., Wood H. O., Description and theory of the torsion seismometer, Bull. Seismol. Soc. Amer., **15**, 1 (1925).
Anderson J. A., Labrouste H., Lacoste J., Navaro-Neumann S., de Quervain A., Rémy A., Rothé E., Shaw J. J., Wood H. O., État actuel des instruments séismologiques, Bur. Centr. Séism. Internat., A, Fasc., 4, 1 (1927).
Benioff H., A new vertical seismograph, Bull. Seismol. Soc. Amer., **22**, 155 (1932).
Benioff H., A linear strain seismograph, Bull. Seismol. Soc. Amer., **25**, 283 (1935).

Lehmann I., The reliability of European seismological stations Geodaet. Inst. Skr., № 22, 1 (1949).
Willmore P. L., The theory and design of two types of portable seismograph, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **6**, 129 (1950).
Ewing M., Press F., Mantle Rayleigh waves from the Kamchatka earthquakes of November 4, 1952, Bull. Seismol. Soc. Amer., **44**, 471 (1954).
Benioff H., Earthquake seismographs and associated instruments, Advanc. Geophys., **2**, 219 (1955).
Кирнос Д. П., Некоторые вопросы инструментальной сейсмологии, Труды ГеоФИАН СССР, **27**, 154 (1955).
Coulomb J., Séismométrie, Encyclopedia of Physics, Bd. 47, Berlin, Springer-Verlag, 1956, S. 24.
Гамбурцев Г. А., О некоторых новых методах сейсмологических исследований, Изв. АН СССР, серия геофиз., № 12, 1431 (1957).
Benioff H., Fused-quartz extensometer for secular, tidal, and seismic strains, Bull. Geol. Soc. Amer., **70**, 1019 (1959).
Ewing M., Mueller M., Landisman M., Satô Y., Transient analysis of earthquake and explosion arrivals, Geofis. pur. appl., 44, 83 (1959).
Panel on Seismic Improvement, The need for fundamental research is seismology, U. S. Dept. of State Publ., 1959.
Willmore P. L., The detection of earth movements, Methods and techniques in geophysics, New York, Interscience, 1959, p. 230.
Benioff H., Long period seismographs, Bull. Seismol. Soc. Amer., 50, 1 (1960).
Pomeroy P. W., Sutton G. H., The use of galvanometers as band-rejection filters in electromagnetic seismographs, Bull. Seismol. Soc. Amer., **50**, 135 (1960).
Willmore P. L., Some properties of heavily damped electromagnetic seismographs, Geophys. J., R. Astr. Soc., 4, 389 (1961).

Сейсмические фазы и таблицы времен пробега (разд. 10.1—10.9)

Zöppritz K., Über Erdbebenwellen, II. Laufzeitkurven, Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Klasse, 529 (1907).
Gutenberg B., Über Erdbebenwellen, VII A. Beobachtungen an Registrierungen von Fernbeben in Göttingen und Folgerungen über die Konstitution des Erdkörpers, Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Klasse, 1, 125 (1914).
Angenheister G., A study of Pacific earthquakes, N.Z.J. Sci. Techn., 4, 209 (1921).
Jeffreys H., On the Radau transformation in the theory of the figure of the Earth, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **1**, 121 (1924).

Mohorovičič A., Tables, Bur. Centr. Séism. Internat., A, Fasc. 3 (1925).
Turner H. H., Revised seismological tables and the Earth's liquid core, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **1**, 425 (1926).
Macelwane J. B., The South Pacific earthquake of June 26, 1924, Beitr. Geophys., **28**, 165 (1930).
Lehmann I., *P'* as read from the records of the earthquake of June 16th 1929, Beitr. Geophys., **26**, 402 (1930).
Lehmann I., The earthquake of 22 III 1928, Beitr. Geophys., **28**, 151 (1931).
Scrase F. J., The reflected waves from deep focus earthquakes, Proc. Roy. Soc., **A132**, 213 (1931).
Jeffreys H., An alternative to the rejection of observations, Proc. Roy. Soc., **A137**, 78 (1932).
Gutenberg B., Richter C. F., Advantages of using geocentric latitude in calculating distances, Beitr. Geophys., **40**, 380 (1933).
Wadati K., et al., On the travel time of earthquake waves, Geophys. Mag., Tokyo, **7**, 87, 269 (1933); **8**, 187 (1934).
Bullen K. E., On the errors in calculations of epicentral distances in earthquakes, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **3**, 190 (1934).
Brunner G. J., Focal depth-time-distance chart, New York, Wiley, 1935.
Jeffreys H., Bullen K. E., Times of transmission of earthquake waves, Bur. Centr. Séism. Internat., A, Fasc. 11, 1 (1935).
Lehmann I., Seismic time-curves for epicentral distances around 80°, Bur. Centr. Séism. Internat., **A12**, 1 (1935).
Jeffreys H., On the ellipticity correction in seismology, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **3**, 271 (1935).
Jeffreys H., On travel times in seismology, Bur. Centr. Séism. Internat., **A14**, 1 (1936).
Bullen K. E., Tables for converting geographic into geocentric angular distances (с введением Г. Джеффриса), Brit. Ass., Gray-Milne Trust, 1938.
Jeffreys H., Southern earthquakes and the core waves, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **4**, 281 (1938).
Gutenberg B., Richter C. F., On seismic waves, Beitr. Geophys., **43**, 56 (1934); **45**, 280 (1935); **47**, 73 (1936); **54**, 94 (1939).
Bullen K. E., The ellipticity correction to travel-times of *P* and *S* earthquake waves, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **4**, 143, 317, 332, 469 и более поздние статьи о поправках на эллиптичность (1937, 1938, 1939).
Morita M., Yosimura Y., On seismic waves at large distances, Geophys. Mag., Tokyo, **13**, 163 (1939).
Stoneley R., On the *L* phase of seismograms, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **4**, 562 (1939).

Tillotson E., *PcP* and *ScS*, Bull. Seismol. Soc. Amer., **29**, 345 (1939).
Jeffreys H., Bullen K. E., Seismological tables, Brit. Ass., Gray-Milne Trust, 1940, 1958, p. 1.
Jeffreys H., The times of *sP* and *sPKP*, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., 5, 31 (1942).
Bullen K. E., The ellipticities of surfaces of equal density in the Earth's interior, Trans. Roy. Soc. N. Z., **72**, 141 (1942).
Bullen K. E., The Radau-Darwin approximation in the theory of the figure of the Earth, Trans. Roy. Soc. N. Z., **73**, 267 (1944).
Byerly P., Mei A. I., Romney C., Dependence on azimuth of the amplitudes of *P* and *PP*, Bull. Seismol. Soc. Amer., **39**, 269 (1949).
Jeffreys H., The times of *P* up to 30°, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **6**, 348 (1952).
Jeffreys H., The times of *P* in Japanese and European earthquakes, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **6**, 557 (1954).
Kishimoto Y., Seismometric investigations of the Earth's interior, Parts I, II and III, Mem. Coll. Sci. Kyoto, **27**, 125, 243; **28**, 117 (1954—1956).
Jeffreys H., The times of *P* up to 30° (second paper), Geophys. J., R. Astr. Soc., **1**, 154 (1958).
Кондорская Н. В., Travel times and some dynamics characteristics of seismic waves, Bur. Centr. Séism. Internat., **A20**, 113 (1959).
Bolt B. A., The revision of eartquake epicentres, focal depths and origin-times using a high-speed computer, Geophys. J., R. Astr. Soc., **3**, 433 (1960).
Flinn E. A., Local earthquake location with an electronic computer, Bull. Seismol. Soc. Amer., **50**, 467 (1960).
Intarnational Seismological Summary, The geocentric direction cosines of seismological observatories, Compiled by staff of the I.S.S., 4th ed. Surrey, Kew Observatory, 1961.

Сейсмологическая обсерватория (разд. 11.1—11.3)

Wood H. O., A chronological conspectus of seismologic stations, Bull. Seismol. Soc. Amer., **32**, 97 (1942).
Richter C. F., International recovery in seismology, Sci. Mon., **66**, 67 (1948).
Gutenberg B., Unexplained phases in seismograms, Bull. Seismol. Soc. Amer., **39**, 79 (1949).
Stoneley R., The International Seismological Summary; an example of international co-operation in Science, Pres. Address, Ass. Internat. de Séism., Neuvieme Conf., Brussels, 1951.
Hodgson J. H. et al. (Eds.), Bibliography of seismology, Publ. Dom. Obs. Ottawa, с 1929 по сегодняшний день.
International Seismological Summary Committee, Report of Meeting, Paris, July 1960, Int. Un. Geod. Geophys., I.A.S.P.I.E. Monogr., **14**, 1 (1961).

Теория близких землетрясений (разд. 12.1)

Lee A. W., The determination of thicknesses of the continental layers from travel times of seismic waves, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **3**, 13 (1932).
Sezawa K., Kanai K., The effect of sharpness of discontinuities on the transmission and reflection of elastic waves, Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo, **13**, 750 (1935).
Fu C. Y., Some problems of the propagation of elastic waves in a horizontally stratified medium, J. Chin. Geophys. Soc., **2**, 40 (1950).
Press F., Ewing M., Tolstoy I., The Airy phase of shallowfocus submarine earthquakes, Bull. Seismol. Soc. Amer., **40**, 111 (1950).
Ewing M., Press F., Crustal structure and surface-wave dispersion, Bull. Seismol. Soc. Amer., **40**, 271 (1950).
Steinhart J. S., Meyer R. P., Explosion studies of continental structure, Washington, Carnegie Inst. Publ. 622, 1961.

Эмпирические исследования близких землетрясений (разд. 12.2—12.4)

Mohorovičič A., Das Beben vom 8.x. 1909, Jb. met. Obs. Zagreb, **9**, 1 (1909).
Conrad V., Laufzeitkurven des Tauerenbebens vom 28. November 1923, Mitt. ErdbKomm. Wien, **59**, 1 (1925).
Jeffreys H., On two British earthquakes, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **1**, 483 (1927).
Wood H. O., Richter C. F., A study of blasting recorded in southern California, Bull. Seismol. Soc. Amer., **21**, 28 (1931).
Stoneley R., Some near earthquakes reported in the International Seismological Summary, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **2**, 349 (1931).
Jeffreys H., On the materials and density of the Earth's crust, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **4**, 50 (1937).
Jeffreys H., A further study of near earthquakes, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **4**, 196 (1937).
Leet L., Travel-times for New England, Bull. Seismol. Soc. Amer., **28**, 45 (1938).
Bullen K. E., The phase S^* in New Zealand earthquakes, N. Z. J. Sci. Techn., **19**, 519 (1938).
Bullen K. E., The Wairoa earthquake of 1932 September 15, N. Z. J. Sci. Techn., **20**, 31B (1938).
Byerly P., The earhquake of July 6, 1934: amplitudes and first motion, Bull. Seismol. Soc. Amer., **28**, 1 (1938).
Bullen K. E., The crustal structure of the New Zealand region as inferred from studies of earthquake waves, Proc. Sixth Pacific Sci. Congress, 1939, p. 103.
Розова Е. А., К вопросу о глубинной структуре Кавказа, Труды ГеоФИАН СССР, **94**, 1 (1939).

J e f f r e y s H., On P up to 20° in North America, Bull. Seismol. Soc. Amer., **30**, 225 (1940).

G u t e n b e r g B., Seismological evidence for roots of mountains, Bull. Geol. Soc. Amer., **54**, 473 (1943).

B y e r l y P., The seismic waves from the Port Chicago explosion, Bull. Seismol. Soc. Amer., **36**, 331 (1946).

J e f f r e y s H., On the Burton-on-Trent explosion of 1944 November 27, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., 5, 99 (1947).

J e f f r e y s H., Seismic waves in western and central Europe, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **5**, 105 (1947).

B y e r l y P., The periods of local earthquake waves in central California, Bull. Seismol. Soc. Amer., **37**, 291 (1947).

M i h a i l o v i ć J., Caractère séismique de la côte sud de l'Adriatique yougoslave, Bull. Acad. serbe Sci. math. nat. (1947).

L e h m a n n I., On two explosions in Danish waters in the autumn of 1946, Geofis. pur. appl., **12**, Fasc. 3—4, 1 (1948).

W i l l m o r e P. L., Seismic experiments on the North German explosions 1946 to 1947, Phil. Trans., **A242**, 123 (1949).

B u l l a r d E. C. et al., The granitic layer of the earth's crust, Nature, **166**, 1053 (1950).

R i c h t e r C. F., Velocities of P at short distances, Bull. Seismol. Soc. Amer., **40**, 281 (1950).

V a l l e P. E., Sulla struttura dela crosta terrestre nel Mediterraneo centro-occidentale e nell'Adriatico, Ann. Geofis, **4**, 399 (1951).

G u t e n b e r g B., Revised travel times in Southern California, Bull. Seismol. Soc. Amer., **41**, 143 (1951).

Research Group for Explosion Seismology, Tokyo, Explosion-seismic observations, Bull. Earthq. Res. Inst., Tokyo, **29—40** (1951—1962).

W i l l m o r e P. L., H a l e s A. L., G a n e P. G., A seismic investigation of crustal structure in the Western Transvaal, Bull. Seismol. Soc. Amer., **42**, 53 (1952).

H o d g s o n J. H., A seismic survey in the Canadian Shield, Ottawa Dom. Observ. Publ., **16**, 113, 169 (1953).

T a t e l H. E., A d a m s L. H., T u v e M. A., Studies of the Earth's crust using waves from explosions, Proc. Amer. Phil. Soc., **97**, 658 (1953).

W i l s o n J. T., The development and structure of the crust, The Earth as a Planet, Chicago, University Press, 1954, p. 138.

B e n i o f f H., Seismic evidence for crustal structure and tectonic activity, Spec. Pap. Geol. Soc. Amer., **62**, 61 (1955).

Б у н э В. И., Б у т о в с к а я Е. М., О годографе и строении земной коры в Средней Азии по записям мощных взрывов, Труды ГеоФИАН СССР, № 30 (157), 142 (1955).

G u t e n b e r g B., Channel waves in the Earth's crust, Geophysics, **20**, 283 (1955).

L a p w o o d E. R., Study of a series of Japanese earhquakes, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **7**, 135 (1955).

Shor G. G., Deep reflections from Southern California blasts, Trans. Amer. Geophys. Un., **36**, 133 (1955).

Tatel H. E., Tuve M. A., Seismic exploration of a continental crust, Spec. Pap. Geol. Soc. Amer., **62**, 35 (1955).

Vaněk J., Les études séismologiques en Tchechoslovaquie de 1951 à 1953, Compt. Rend. Intrn. Ass. Seismol. Phys. Inter. Earth, **11**, 336 (1955).

Byerly P., Subcontinental structure in the light of seismological evidence, Advances in geophysics, **3**, New York, Academic Press, 1957, p. 105.

Eiby G. A., Dibble R. R., Crustal structure project, N. Z. Dept. Sci. Indust. Res., Geophys. Memoir, № 5 (1957).

Caloi P., The crust of the Earth, from the Apennines to the Atlantic, Zs. Geophys., **24**, 65 (1958).

Ризниченко Ю. В., Изучение строения земной коры в период МГГ, Изв. АН СССР, серия геофиз., № 2, 1, 129 (1957).

Rothé J.-P., Quelques expériences sur la structure de la croute terrestre en Europe Occindentale, Contributions in Geophysics, London, Pergamon Press, 1958, p. 135.

Hales A. L., Sacks I. S., Evidence for an intermediate layer from crustal structure studies in the eastern Transvaal, Geophys. J., R. Astr. Soc., **2**, 15 (1959).

Woollard G. P., Crustal structure from gravity and seismic measurements, J. Geophys. Res., **64**, 1521 (1959).

Aoki H., Seismic waves in the region near explosive origin, J. Earth Sci. Nagoya Univ., **9**, 120 (1960).

Hales A. L., Seismic and gravity research on crustal structure in South Africa, J. Geophys. Res., **65**, 2155 (1960).

Bullard E. C., Griggs D. T., The nature of the Mohorovičić discontinuity, Geophys. J., R. Astr. Soc., **6**, 118 (1961).

Hunkins K., Seismic studies of the Arctic ocean floor, Geology of the Arctic, Toronto, University Press, 1961, p. 645.

Косминская И. Р., Кракшина Р. М., On superficial reflections from the Mohorovičić discontinuity, Bur. Centr. Séism. Internat., **A21**, 39 (1961).

Tryggvason E., Båth M., Upper crustal structure of Iceland, J. Geophys. Res., **66**, 1913 (1961).

Jeffreys H., Some normal earthquakes, Geophys. J., R. Astr. Soc., **6**, 493 (1962).

Lomnitz C., On Andean structure, J. Geophys. Res., **67**, 351 (1962).

Эмпирические исследования методом поверхностных волн; океанический и континентальный тип земной коры (разд. 12.5 и 12.6)

Tams E., Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der seismischen Oberflächenwellen, Zbl. Miner., **44** (1921).

Macelwane J. B., A study of the relation between the periods of elastic waves and the distance travelled by them, based

upon the seismographic records of the California earthquake, January 31, 1922, Bull. Seismol. Soc. Amer., **13**, 13 (1923).
Carder D. S., Seismic surface waves and the crustal structure of the Pacific region, Bull. Seismol. Soc. Amer. **24**, 231 (1934).
Sezawa K., Rayleigh and Love waves transmitted through the Pacific Ocean and the continents, Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo, **13**, 245 (1935).
Jeffreys H., Some Japanese deep-focus earthquakes, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **4**, 424 (1939).
Jeffreys H., Times of transmission for small distances and focal depths, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **4**, 571 (1939).
Bullen K. E., On Rayleigh waves across the Pacific Ocean, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **4**, 579 (1939).
Wilson J. T., The Love waves of the South Atlantic earthquake of August 28, 1933, Bull. Seismol. Soc. Amer., **30**, 273 (1940).
de Lisle J. F., On dispersion of Rayleigh waves from the North Pacific earthquake of November 10, 1938, Bull. Seismol. Soc. Amer., **31**, 303 (1941).
Wilson J. T., Baykal O., Crustal structure of the North Atlantic Basin as determined from Rayleigh-wave dispersion, Bull. Seismol. Soc. Amer., **38**, 41 (1948).
Stoneley R., The continental layers of Europe, Bull. Seismol. Soc. Amer., **38**, 263 (1948).
Caloi P., Marcelli L., Pannocchia G., Papers on structure of Atlantic Ocean basin, Ann. Geofis., **2**, 347 (1949); **3**, 215 (1950).
Rothé J.-P., La structure de l'Atlantique, Ann. Geofis., **4**, 27 (1951).
Gutenberg B., Crustal layers of the continents and oceans, Bull. Geol. Soc. Amer., **62**, 427 (1951).
Ewing M., Press F., Crustal structure and surface wave dispersion, Part II, Bull. Seismol. Soc. Amer., **42**, 315 (1952).
Båth M., The elastic waves *Lg* and *Rg* along Euro-Asiatic paths, Ark. Geofys., **2**, 295 (1954).
Brilliant R. M., Ewing M., Dispersion of Rayleigh waves across the United States, Bull. Seismol. Soc. Amer., **44**, 149 (1954).
Bullard E. C. (Ed.), A discussion on the floor of the Atlantic ocean, Proc. Roy. Soc., **A222**, 287 (1954).
Ewing M., Sutton G. H., Officer C. B., Seismic refraction measurements in the Atlantic ocean, Part VI, Bull. Seismol. Soc. Amer., **44**, 21 (1954).
Oliver J., Ewing M., Press F., Crustal structure of the Arctic regions from the *Lg* phase, Bull. Geol. Soc. Amer., **66**, 1063 (1955).
Ewing W. M., Press F., Structure of the Earth's crust, Encyclopedia of Physics, Bd. 47, Berlin, Springer-Verlag, 1956, S. 246.
Raitt R. W., Seismic refraction studies of the Pacific Ocean basin, Bull. Geol. Soc. Amer., **67**, 1623 (1956).

Stoneley R., The thickness of continents, Vistas in Astronomy, London, Pergamonn Press, **2**, 842 (1956).

Hill M. N., Recent geophysical exploration of the ocean floor, Phys. and Chem. of the Earth (London, Pergamon Press), vol. 2, 1957, p. 129.

Oliver J., Ewing M., Higher modes of continental Rayleigh waves, Bull. Seismol. Soc. Amer., **47**, 187 (1957).

Gaskell T. F., Hill M. N., Swallow J. C., Seismic measurements made by H.M.S. Challenger in the Atlantic, Pacific and Indian Oceans and in the Mediterranean Sea, 1950—1953, Phil. Trans., **A251**, 23 (1958).

Oliver J., Ewing M., Normal modes of continental surface waves, Bull. Seismol. Soc. Amer., **48**, 33 (1958).

Båth M., Seismic surface wave dispersion — a world-wide survey, Geofis. pura appl., **43**, 131 (1959).

Ewing M., Press F., Determination of crustal structure from phase velocity of Rayleigh waves, Part III, Bull. Geol. Soc. Amer., **70**, 229 (1959).

Evison F. F., Ingham C. E., Orr R. H., Le Fort J. H., Thickness of the Earth's crust in Antarctica and the surrounding oceans, Geophys. J., R. Astr. Soc., **3**, 289 (1960); **6**, 292 (1962).

Архангельская В. М., Дисперсия поверхностных волн и строение земной коры, Изв. АН СССР, серия геофиз., № 9, 1360 (1960).

Cisternas A., Crustal structure of the Andes from Rayleigh wave dispersion, Bull. Seismol. Soc. Amer., **51**, 381 (1961).

Коган С. Д., Пасечник И. П., Султанов Д. Д., Сейсмические наблюдения в Антарктике, Изв. АН СССР, серия геофиз., № 2, 231 (1961).

Kovach R. L., Press F., Rayleigh wave dispersion and crustal structure in the eastern Pacific and Indian Oceans, Geophys. J., R. Astr. Soc., **4**, 202 (1961).

Kovach R. L., Press F., Surface wave dispersion and crustal structure in Antarctica and the surrounding oceans, Ann. Geofis., **14**, 211 (1961).

Щечков Б. Н., Строение земной коры в Евразии по дисперсии поверхностных волн, Изв. АН СССР, серия геофиз., № 5, 694 (1961).

Tryggvason E., Crustal thicknesses in Fennoscandia from phase velocities of Rayleigh waves, Ann. Geofis., **14**, 267 (1961).

Oliver J., A summary of observed seismic wave dispersion, Bull. Seismol. Soc. Amer., **52**, 81 (1962).

Thomson A. A., Evison F. F., Thickness of the Earth's crust in New Zealand, N.Z.J. Geol. Geophys., **5**, 29 (1962).

Tryggvason E., Crustal structure of the Iceland region from dispersion of surface waves, Bull. Seismol. Soc. Amer., **52**, 359 (1962).

Физические свойства поверхностных слоев (разд. 12.7)

Adams L. H., Williamson E. D., The compressibility of minerals and rocks at high pressures, J. Franklin Inst., **195**, 475 (1923).

Adams L. H., Gibson R. E., The compressibilities of dunite and of basalt glass, and their bearing on the composition of the Earth, Proc. Nat. Acad. Sci., Wash., **12**, 275 (1926).

Bridgman P. W., The physics of high pressure, London, Bell, 1931.

Zisman W. A., Young's modulus and Poisson's ratio with reference to geophysical applications, Proc. Nat. Acad. Sci., Wash., **19**, 653 (1933).

Ide J. M., Comparison of statically and dynamically determined Young's modulus of rocks, Proc. Nat. Acad. Sci., Wash., **22**, 81 (1936).

Griggs D., Deformation of rocks under high confining pressures, J. Geol., **44**, 541 (1936).

Birch F., Dow R. B., Compressibility of rocks and glasses at high temperatures and pressures, seismological application, Bull. Geol. Soc. Amer., **47**, 1235 (1936).

Birch F., Travel times for shear waves in a granitic layer, Bull. Seismol. Soc. Amer., **28**, 49 (1938).

Birch F., Bancroft D., The effect of pressure on the rigidity of rocks, J. Geol., **46**, 59, 113 (1938).

Birch F., Schairer J. F., Spicer H. C. (Ed.), Handbook of physical constants, Spec. Pap. Geol. Soc. Amer., № 36, 1942.

Bridgman P. W., Recent work in the field of high pressures, Rev. Mod. Phys., **18**, № 1, 1 (1946).

Bridgman P. W., The compression of 39 substances to 100,000 kg/cm², Proc. Amer. Acad. Arts Sci., **76**, 55 (1948).

Bridgman P. W., Linear compression of 30,000 kg/cm², including relatively incompressible substances, Proc. Amer. Acad. Arts Sci., **77**, 187 (1949).

Adams L. H., Elastic properties of materials of the Earth's crust, Internal Constitution of Earth, 2nd ed., New York, Dover, 1951, p. 50.

Birch F., Physics of the crust, Spec. Pap. Geol. Soc. Amer., **62**, 101 (1955).

Birch F., Interpretation of the seismic structure of the crust in the light of experimental studies of wave velocities in rocks, Contributions in geophysics, vol. 1, London, Pergamon Press, 1956, p. 158.

Birch F., The velocity of compressional waves in rocks to 10 kilobars, Parts 1 and 2, J. Geophys. Res., **65**, 1083 (1960); **66**, 2199 (1961).

Bott M. H. P., The granitic layer, Geophys. J., R. Astr. Soc., **5**, 207 (1961).

Проект Мохол (разд. 12.8)

Intern. Ass. Seismol. Phys. Intern. Earth, Resolution on drilling to the Mohorovičić discontinuity, Compt. Rend. Intern. Ass. Seismol. Phys. Intern. Earth, **12**, 210 (1958).
Bullard E., The Mohole, Endeavour, **20**, 188 (1961).

Распределение *P*- и *S*-скоростей в недрах Земли (разд. 13.1 и 13.2)

Oldham R. D., Constitution of the interior of the Earth as revealed by earthquakes, Quart. J. Geol. Soc., **62**, 456 (1906).
Byerly P., The Montana earthquake of June 28, 1925, Bull. Seismol. Soc. Amer., **16**, 209 (1926).
Lehmann I., Transmission times for seismic waves for epicentral distances around 20°, Geodaet. Inst. Skr., 5, (1934).
Lehmann I., *P'*, Bur. Centr. Séism. Internat., **A14**, 3 (1936).
Bullen K. E., Composition of the Earth at a depth of 500—700 km, Nature, **142**, 671 (1938).
Gutenberg B., Richter C. F., *P'* and the Earth's core, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., 4, 363 (1938).
Gutenberg B., Richter C. F., New evidence for a change in physical conditions at depths near 100 kilometers, Bull. Seismol. Soc. Amer., **29**, 531 (1939).
Jeffreys H., The times of *P*, *S* and *SKS* and the velocities of *P* and *S*, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., 4, 498 (1939).
Jeffreys H., The times of *PcP* and *ScS*, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., 4, 537 (1939).
Jeffreys H., The times of the core waves, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **4**, 548, 594 (1939).
Gutenberg B., On the layer of relatively low wave velocity at a depth of about 80 kilometers, Bull. Seismol. Soc. Amer., 38, 121 (1948).
Gutenberg B., *PKKP*, *P'P'*, and the Earth's core, Trans. Amer. Geophys. Un., **32**, 373 (1951).
Gutenberg B., Wave velocities at depths between 50 and 600 kilometers, Bull. Seismol. Soc. Amer., **43**, 223 (1953).
Lehmann I., On the shadow of the Earth's core, Bull. Seismol. Soc. Amer., **43**, 291 (1953).
Caloi P., L'astenosfera come canale-guida dell'energia sismica, Ann. Geofis., **7**, 491 (1954).
Lehmann I., The times of *P* and *S* in north-eastern America, Ann. Geofis., 8, 351 (1955).
Båth M., Some consequences of the existence of low-velocity layers, Ann. Geofis., **9**, 411 (1956).
Bullen K. E., Burke-Gaffney T. N., Diffracted seismic waves near the *PKP* caustic, Geophys. J., R. Astr. Soc., **1**, 9 (1958).
Gutenberg B., Caustic produced by waves through the Earth's core, Geophys. J., R. Astr. Soc., **1**, 238 (1958).

Gutenberg B., Wave velocities in the Earth's core, Bull. Seismol. Soc. Amer., 48, 301 (1958).
Lehmann I., On amplitudes of *P* near the shadow zone, Ann. Geofis., 11, 153 (1958).
Lehmann I., On phases in earthquake records at epicentral distances of 105° to 115°, Contributions in Geophysics, London, Pergamon Press. 1958, p. 121.
Bolt B. A., Travel times of *PKP* up to 145°, Geophys. J., R. Astr. Soc., 3, 190 (1959).
Gutenberg B., Wave velocities below the Mohorovičić discontinuity, Geophys. J., R. Astr. Soc., 4, 348 (1959).
Кондорская Н. В., Some results of investigation of earthquakes from Kurile-Kamchatka zone, Studia geoph. et geod. (Prague), 3, 360 (1959).
Lehmann I., Velocities of longitudinal waves in the upper part of the Earth's mantle, Ann. Géophys., 15, 93 (1959).
Gutenberg B., *PKIKP* and pseudo-*PKIKP* phases at distances less than 140°, Geophys. J., R. Astr. Soc., 3, 250 (1960).
Gutenberg B., Waves reflected at the «surface» of the Earth, *P'P'P'P'*, Bull. Seismol. Soc. Amer., 50, 71 (1960).
Gutenberg B., The shadow of the Earth's core, J. Geophys. Res., 65, 1013 (1960).
Bullen K. E., Seismic travel-times and velocity distributions, Bur. Centr. Séism. Internat., A21, 7 (1961).
Lehmann I., *S* and the structure of the upper mantle, Geophys. J., R. Astr. Soc., 4, 124 (1961).
Knopoff L., Gilbert F., Diffraction of elastic waves by the core of the Earth, Bull. Seismol. Soc. Amer., 51, 35 (1961).
Nguyen Hai, Propagation des ondes longitudinales, Ann. Géophys., 17, 60 (1961).
Bolt B. A., Gutenberg's early *PKP* observations, Nature, 196, 121 (1962).
Jeffreys H., Deep foci and distribution of velocity, Geophys. J., R. Astr. Soc., 6, 550 (1962).

Распределение плотности, давления и ускорения силы тяжести в недрах Земли (разд. 13.4—13.8)

Radau R. R., Sur la loi des densités à l'intérieur de la Terre, Compt. Rend., 100, 972 (1885).
Williamson E. D., Adams L. H., Density distribution in the Earth, J. Wash. Acad. Sci., 13, 413 (1923).
Bullen K. E., The variation of density and the ellipticities of strata of equal density within the Earth, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., 3, 395 (1936).
Bullen K. E., The problem of the Earth's density variation, Bull. Seismol. Soc. Amer., 30, 235 (1940).
Bullen K. E., The density variation of the Earth's central core, Bull. Seismol. Soc. Amer., 32, 19 (1942).
Daly R. A., Meteorites and an earth-model, Bull. Geol. Soc. Amer., 54, 401 (1943).

Lambert W. D., Darling F. W., Density, gravity, pressure and ellipticity in the interior of the Earth, Internal Constitution of Earth, 2nd ed., New York, Dover, 1951, p. 340.
Båth M., The density ratio at the boundary of the Earth's core, Tellus, **6**, 408 (1954).
Bullen K. E., Seismology and the broad structure of the Earth's interior, Phys. and Chem. of the Earth (London, Pergamon Press), vol. 1, 1956, p. 68. (См. перевод в сб. «Физика и химия Земли», М., ИЛ, 1958, стр. 97.)
Bullen K. E., The influence of temperature gradient and variation of composition in the mantle on the computation of density values in Earth model A, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **7**, 214 (1956).
Bolt B. A., Earth models with continuous density distribution; and homogeneous cores, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **7**, 360, 372 (1957).
Bullard E. C., The density within the Earth, Verh. geol. mijnb. Genoot. Ned. Kolon, **18**, 23 (1957).
Hughes D. S., McQueen R. G., Density of basic rocks at very high pressures, Trans. Amer. Geophys. Un., **39**, 959 (1958).
Jardetzky W. S., Theories of figures of celestial bodies, New York, Interscience, 1958.
Альтшулер Л. В., Кормер С. Б., О внутреннем строении Земли, Изв. АН СССР, серия геофиз., № 1, 33 (1961).
Bullen K. E., Earth's central density, Nature, **196**, 973 (1962).

Распределение упругих модулей в недрах Земли (разд. 13.3—13.8)

Jeffreys H., The rigidity of the Earth's central core, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **1**, 371 (1926).
Birch F., The variation of seismic velocities within a simplified Earth model, in accordance with the theory of finite strain, Bull. Seismol. Soc. Amer., **29**, 463 (1939).
Bullen K. E., Elastic constants of the Earth's mantle, Trans. Roy. Soc. N. Z., **70**, 137 (1940).
Bullen K. E., The elasticity of the Earth's central core, Trans. Roy. Soc. N. Z., **71**, 164 (1941).
Bullen K. E., A hypothesis on compressibility at pressures of the order of a million atmospheres, Nature, **157**, 405 (1946).
Birch F., Finite elastic strain of cubic crystals, Phys. Rev., **71**, 809 (1947).
Bullen K. E., Compressibility-pressure hypothesis and the Earth's interior, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **5**, 355 (1949).
Ramsey W. H., On the compressibility of the Earth, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **6**, 42 (1950).
Bullen K. E., An Earth model based on a compressibility-pressure hypothesis, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **6**, 50 (1950).

Takeuchi H., On the earth tide in the compressible Earth of varying density and elasticity, Trans. Amer. Geophys. Un., **31**, 651 (1950).
Bullen K. E., Theoretical travel-times of *S* waves in the Earth's inner core, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **6**, 125 (1950).
Bullen K. E., Theoretical amplitudes of the seismic phase *PKJKP*, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **6**, 163 (1951).
Bullen K. E., Burke-Gaffney T. N., Detection of *S* waves in the Earth's inner core, Nature, **170**, 455 (1952).
Denson M. E., Longitudinal waves through the Earth's core, Bull. Seismol. Soc. Amer., **42**, 119 (1952).
Birch F., Elasticity and constitution of the Earth's interior, J. Geophys. Res., **57**, 227 (1952).
Uffen R. J., A method of estimating the melting-point gradient in the Earth's mantle, Trans. Amer. Geophys. Un., **33**, 893 (1953).
Bullen K. E., The rigidity of the Earth's inner core, Ann. Geofis., **6**, 1 (1953).
Simon F. E., The melting point of iron at high pressure, Nature, **172**, 746 (1953).
Jacobs J. A., Temperature distribution within the Earth's core, Nature, **173**, 258 (1954).
Bullen K. E., Physical properties of the Earth's core, Ann. Géophys., **11**, 53 (1955).
Молоденский М. С., Плотность и упругость внутри Земли, Труды ГеоФИАН СССР, **26** (153), 121 (1955).
Hide R., The hydrodynamics of the Earth's core, Phys. and Chem. of the Earth (New York), vol. 1, 1956, 94. (См. перевод в сб. «Физика и химия Земли», М., ИЛ, 1958, стр. 128.)
Honda H., Sima H., Nakamura K., The *ScS* wave, the mechanism of deep earthquake and the rigidity of the Earth's core, Sci. Rep. Tôhoku Univ., 5th ser., **7**, 169 (1956).
Jacobs J. A., The Earth's interior, Encyclopedia of Physics, Bd. 47, Berlin, Springer-Verlag, 1956, S. 364.
Verhoogen J., Temperatures within the Earth, Phys. and Chem. of the Earth (London, Pergamon Press), vol. 1, 1956, p. 17. (См. перевод в сб. «Физика и химия Земли», М., ИЛ, 1958, стр. 30.)
Bullen K. E., Solidity of the inner core, Contributions in Geophysics, London, Pergamon Press, 1958, p. 113.
Knopoff L., MacDonald G. J. F., Magnetic field and the central core of the Earth, Geophys. J., R. Astr. Soc., **1**, 216 (1958).
Любимова Е. А., Thermal history of the Earth and the variable thermal conductivity of its mantle, Geophys. J., R. Astr. Soc., **1**, 115 (1958).
Любимова Е. А., О температурном градиенте в верхних слоях Земли и возможном объяснении слоя пониженных скоростей, Изв. АН СССР, серия геофиз., № 12, 1862 (1959).

Caloi P., Seismic waves from the outer and inner core, Geophys. J., R. Astr. Soc., 4, 139 (1961).
Hales A. L., A weak layer in the mantle? Geophys. J., R. Astr. Soc., 4, 312 (1961).

Состав недр Земли (разд. 13.9)

Adams L. H., Williamson E. D., The composition of the Earth's interior, Smithson. Rep., 1923, 241 (1925).
Adams L. H., The compressibility of fayalite and the velocity of elastic waves in peridotite with different iron-magnesium ratios, Beitr. Geophys., **31**, 315 (1931).
Bernal J. D., Hypothesis on 20° discontinuity, Observatory, **59**, 268 (1936).
Jeffreys H., The density distributions in the inner planets, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **4**, 62 (1937).
Kronig R., De Boer J., Korringa J., On the internal constitution of the Earth, Physica, **12**, 245 (1946).
Ramsey W. H., On the constitution of the terrestrial planets, Mon. Not. R Astr. Soc., **108**, 406 (1948).
Ramsey W. H., On the nature of the Earth's core, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **5**, 409 (1949).
Bullen K. E., On the constitution of Venus, Mon. Not. R. Astr. Soc., **109**, 457 (1949).
Bullen K. E., On the constitution of Mars, Mon. Not. R. Astr. Soc., **109**, 688 (1949).
Bullen K. E., Venus and the Earth's inner core, Mon. Not. R. Astr. Soc., **110**, 256 (1950).
Elsasser W. M., The Earth's interior and geomagnetism, Rev. Mod. Phys., **22**, 1 (1950).
Urey H. C., The planets, their origin and development, Yale University Press, 1952.
Bullen K. E., On density and compressibility at pressures up to thirty million atmospheres, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **6**, 383 (1952).
Bullen K. E., Cores of terrestrial planets, Nature, **170**, 363 (1952).
Bucher W. H. et al., Symposium: The interior of the Earth, Trans. Amer. Geophys. Un., **35**, 47 (1954).
Bullen K. E., On the homogeneity, or otherwise, of the Earth's upper mantle, Trans. Amer. Geophys. Un., **35**, 838 (1954).
Goldschmidt V. M., Geochemistry, Oxford University Press, 1954.
Shimazu Y., Equation of state of materials composing the Earth's interior, J. Earth Sci. Nagoya Univ., **2**, 15 (1954).
Valle P. E., Sull'omogeneità e sullo stato di equilibrio del mantello interno della Terra, Ann. Geofis., **7**, 33 (1954).
Egyed L., A new conception of the internal constitution of the Earth, Geol. Rdsch., **46**, 101 (1957).
MacDonald G. J. F., Knopoff L., The chemical composition of the outer core, Geophys. J., R. Astr. Soc., **1**, 284 (1958).

Mason B., Principles of Geochemistry, 2nd ed., New York, Wiley, 1958.
Ringwood A. E., The constitution of the mantle — I, II and III, Geochim. et cosmochim. Acta, **13**, 303; **15**, 18, 195 (1958).
Белоусов В. В., Development of the Earth and tectogenesis, J. Geophys. Res., **65**, 4127 (1960).
Knopoff L., MacDonald G. J. F., An equation of state for the core of the Earth, Geophys. J., R. Astr. Soc., **3**, 68 (1960).
Wada T., On origins of the region C and the core of the Earth, Disaster Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., **38**, 1 (1960).
Жарков В. Н., Физика ядра Земли. I и II, Изв. АН СССР, серия геофиз., 1417, 1553 (1960); Термодинамика оболочки Земли, Изв. АН СССР, серия геофиз., 1414 (1959).
Birch F., Composition of the Earth's mantle, Geophys. J., R. Astr. Soc., **4**, 295 (1961).
Магницкий В. А., Хорошева В. В., The wave guide in the mantle of the Earth and its probable physical nature, Ann. Geofis., **14**, 87 (1961).
Ringwood A. E., A model for the upper mantle, J. Geophys. Res., **67**, 857 (1962).
Bullen K. E., An index of degree of chemical inhomogeneity in the Earth, Geophys. J., R. Astr. Soc., **7** (1963).

Длиннопериодные колебания Земли (разд. 14.1—14.6)

Hoskins L. M., The strain of a gravitation sphere of variable density and elasticity, Trans. Amer. Math. Soc., **21**, 1 (1920).
Ewing M., Press F., An investigation of mantle Rayleigh waves, Bull. Seismol. Soc. Amer., **44**, 127 (1954).
Benioff H., Progress report, seismological laboratory, Calif. Inst. of Techn., 1953, Trans. Amer. Geophys. Un., **35**, 985 (1954).
Jobert N., Évaluation de la période d'oscillation d'une sphere élastique hétérogène par l'application du principe de Rayleigh, Compt. Rend., **243**, 1230 (1956).
Benioff H., Long waves observed in the Kamchatka earthquake of November 4, 1952, J. Geophys. Res., **63**, 589 (1958).
Benioff H., Press F., Progress report on long period seismographs, Geophys. J., R. Astr. Soc., **1**, 208 (1958).
Alterman Z., Jarosch H., Pekeris C. L., Oscillations of the Earth, Proc. Roy. Soc., **A252**, 80 (1959). (См. перевод в сб. «Собственные колебания Земли», М., изд-во «Мир», 1964, стр. 154.)
Takeuchi H., Torsional oscillations of the Earth and some related problems, Geophys. J., R. Astr. Soc., **2**, 89 (1959).
Takeuchi H., A comment on the flattening of the group velocity curve of mantle Rayleigh waves with periods about 500 sec, Bull. Seismol. Soc. Amer., **49**, 365 (1959).
Dorman J., Ewing M., Oliver J., Study of shear-velocity distribution in the upper mantle by Rayleigh waves, Bull. Seismol. Soc. Amer., **50**, 87 (1960).

Jobert N., Calcul de la dispersion des ondes de Love de grande période à la surface de la Terre, Compt. Rend., **250**, 890 (1960).
Nafe J. E., Brune J. N., Observations of phase velocity for Rayleigh waves in the period range 100—400 seconds, Bull. Seismol. Soc. Amer., **50**, 427 (1960).
Satô Y., Landisman M., Ewing M., Love waves in a heterogeneous, spherical Earth, Parts 1 and 2, J. Geophys. Res., **65**, 2395 (1960).
Aki K., Press F., Upper mantle structure under oceans and continents from Rayleigh waves, Geophys. J., R. Astr. Soc., **5**, 292 (1961).
Alsop L. E., Sutton G. H., Ewing M., Free oscillations of the Earth observed on strain and pendulum seismographs, J. Geophys. Res., **66**, 631 (1961). (См. перевод в сб. «Собственные колебания Земли», М., изд-во «Мир», 1964, стр. 80.)
Alterman Z., Jarosch H., Pekeris C. L., Propagation of Rayleigh waves in the Earth, Geophys. J., R. Astr. Soc., **4**, 219 (1961). (См. перевод там же, стр. 222.)
Backus G., Gilbert F., The rotational splitting of the free oscillations of the Earth, Proc. Nat. Acad. Sci., Wash., **47**, 362 (1961).
Benioff H., Press F., Smith S., Excitation of the free oscillations of the Earth by earthquakes, J. Geophys. Res., **66**, 605 (1961). (См. перевод в сб. «Собственные колебания Земли», М., изд-во «Мир», 1964, стр. 33.)
Bogert B. P., An observation of free oscillations of the Earth, J. Geophys. Res., **66**, 643 (1961).
Bolt B. A., Dorman J., Phase and group velocities in a spherical gravitating Earth, J. Geophys. Res., **66**, 2965 (1961).
Brune J. N., Nafe J. E., Alsop L. E., The polar phase shift of surface waves on a sphere, Bull. Seismol. Soc. Amer., **51**, 247 (1961).
Jobert N., Calcul approché de la période des oscillations sphéroidales de la Terre, Geophys. J., R. Astr. Soc., **4**, 242 (1961).
Knopoff L., Green's function for eigenvalue problems and the inversion of Love wave dispersion data, Geophys. J., R. Astr. Soc., **4**, 161 (1961).
Ness N. F., Harrison J. C., Slichter L. B., Observations of the free oscillations of the Earth, J. Geophys. Res., **66**, 621 (1961). (См. перевод в сб. «Собственные колебания Земли», М., изд-во «Мир», 1964, стр. 60.)
Pekeris C. L., Alterman Z., Jarosch H., Comparison of theoretical with observed values of the periods of free oscillation of the Earth, Proc. Nat. Acad. Sci., Wash., **47**, 91 (1961). (См. перевод там же, стр. 115.)
Саваренский Е. Ф., Попов И. И., Лазарева А. П., Наблюдение длиннопериодных волн Чилийского землетрясения 1960 г., Изв. АН СССР, серия геофиз., № 8, 1132 (1961).
Slichter L. B., The fundamental free mode of the Earth's inner core, Proc. Nat. Acad. Sci. Wash., **47**, 186 (1961).

Stoneley R., The oscillations of the Earth, Phys. and Chem. of the Earth (London, Pergamon Press), vol. 4, 1961, p. 239. (См. перевод в сб. «Собственные колебания Земли», М., изд-во «Мир», 1964, стр. 11.)
Takeuchi H., Saito M., Free oscillations of the Earth, Proc. Jap. Acad., 37, 33 (1961).
Bolt B. A., Marussi A., Eigenvibrations of the Earth observed at Trieste, Geophys. J., R. Astr. Soc., 6, 299 (1962).
Bolt B. A., Recent information on the Earth's interior from studies of mantle waves and eigenvibrations, Phys. and Chem. of Earth (London), 5, 55 (1963).

Магнитуда и энергия землетрясения (разд. 15.1 и 15.2)

Jeffreys H., The Pamir earthquake of 1911 February 18, in relation to the depths of foci, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., 1, 22 (1923).
Jeffreys H., On two British earthquakes, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., 1, 483 (1927).
Richter C. F., An instrumental earthquake magnitude scale, Bull. Seismol. Soc. Amer., 25, 1 (1935).
Tsuboi C., Isostasy and maximum earthquake energy, Proc. Imp. Acad. Japan, 16, 449 (1941).
Gutenberg B., Richter C. F., Earthquake magnitude, intensity, energy and acceleration, Bull. Seismol. Soc. Amer., 32, 163 (1942).
Gutenberg B., Amplitudes of surface waves and magnitudes of shallow earthquakes, Bull. Seismol. Soc. Amer., 35, 3 (1945).
Gutenberg B., Magnitude determination for deep focus earthquakes, Bull. Seismol. Soc. Amer., 35, 117 (1945).
Richter C. F., History and applications of the magnitude scale, Bur. Centr. Séism. Internat., A17, 217 (1948).
Honda H., Amplitudes of *P* and *S*, magnitude and energy of deep earthquakes, Sci. Rep. Tôhoku Univ., 5th ser., 3, 138 и более ранние статьи (1951).
Båth M., The problem of earthquake magnitude determination, Bur. Centr. Séism. Internat., A19, 1 (1954).
Tsuboi C., On seismic activities in and near Japan, Contributions in Geophysics, London, Pergamon Press, 1956, p. 87.
Gutenberg B., The energy of earthquakes, Quart. J. Geol. Soc. Lnd., 112, 1 (1956).
Byerly P., de Noyer J., Energy in earthquakes as computed from geodetic observations, Contributions in Geophysics, London, Pergamon Press, 1958, p. 17.
Knopoff L., Energy release in earthquakes, Geophys. J., R. Astr. Soc., 1, 44 (1958).
Белотелов В. Л., Кондорская Н. В., О соотношении между энергией землетрясения и максимальной скоростью колебаний в объемных волнах, Изв. АН СССР, серия геофиз., № 1, 38 (1961).

Типы и распределение землетрясений; глубина и размеры очага (разд. 15.3—15.6)

Turner H. H., On the arrival of earthquake waves at the antipodes and on the measurement of the focal depth of an earthquake, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **1**, 1 (1922).

Stoneley R., On deep-focus earthquakes, Beitr. Geophys., **29**, 417 (1931).

Wadati K., On shallow and deep earthquakes, Geophys. Mag., Tokyo, **1**, 162 (1928); **2**, 1 (1929); **4**, 231 (1931).

Scrase F. J., The characteristics of a deep focus earthquake; a study of the disturbance of February 20, 1931, Phil. Trans., **A231**, 207 (1932).

Whipple F. J. W., On the alleged tendency for great earthquakes to occur sympathetically in widely separated regions, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **3**, 233 (1934).

Wadati K., On the activity of deep-focus earthquakes in the Japan Islands and neighbourhoods, Geophys. Mag., Tokyo, **8**, 305 (1935).

Stechschulte V. C., Geological implications of deep-focus earthquakes, Trans. Amer. Geophys. Un., Rep. 17th Ann. Meeting, Seismology, 1936, p. 81.

Leith A., Sharpe J. A., Deep-focus earthquakes and their geological significance, J. Geol., **44**, 877 (1936).

Brunner G. J., The deep earthquake of May 26, 1932 near the Kermadec Islands, Beitr. Geophys., **53**, 1 (1938).

Jeffreys H., Deep focus earthquakes, Ergebn. Kosm. Phys., **4**, 75 (1939).

Koning L. P. G., On the mechanism of deep-focus earthquakes, Beitr. Geophys., **58**, 159 (1941).

Jeffreys H., The deep earthquake of 1934 June 29, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **5**, 33 (1942).

Vening Meinesz F. A., Deep-focus and intermediate earthquakes in the East Indies, Proc. K. Akad. Wet. Amst., **49**, 5 (1946).

Gutenberg B., Richter C. F., Deep focus earthquakes in the Mediterranean region, Geofis. pur. appl., **12**, Fasc. 3—4 (1948).

Benioff H., Earthquakes and rock creep, Part I. Creep characteristics of rocks and the origin of aftershocks, Bull. Seismol. Soc. Amer., **41**, 31 (1951).

Koning L. P. G., Earthquakes in relation to their geographical distribution, depth and magnitude, Proc. K. Akad. Wet. Amst., **B55**, 60, 174, 263 (1952).

Ritsema A. R., Over diepe aardbevingen in de Indische Archipel, Doctorate thesis, Univ. of Utrecht, 1952.

Bullen K. E., On strain energy and strength in the Earth's upper mantle, Trans. Amer. Geophys. Un., **34**, 107 (1953).

Nishimura E., On some destructive earthquakes measured at a great distance, Disaster Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., **6**, 1 (1953).

Gutenberg B., Richter C. F., Seismicity of the Earth and associated phenomena, 2nd ed., Princeton, University Press, 1954.
Williams H., Problems and progress in volcanology, Quart. J. Geol. Soc. (London), **109**, 311 (1954).
Ritsema A. R., A statistical study of the seismicity of the Earth, Met. and Geophys. Serv., Indonesia, Verh. 46 (1954).
Peterschmitt E., Quelques données nouvelles sur les séismes profonds de la mer Tyrrhenienne, Ann. Geofis., **9**, 305 (1956).
Hope E. R., Review of Chronological tabulation of Chinese earthquake records (Chin. Acad. of Sci., 1956), Bull. Seismol. Soc. Amer., **48**, 194 (1958).
Rothé J.-P., Séismes et volcans, 3rd ed., Paris, Que sais-je? 1958.
Мей Ши-юнь, Сейсмическая активность Китая, Изв. АН СССР, серия геофиз., 254 (1960).

Условия вблизи очага (разд. 15.7)

Reid H. F., The elastic-rebound theory of earthquakes, Bull. Dep. Geol. Univ. Calif., **6**, 413 (1911).
Nakano H., Notes on the nature of forces which give rise to earthquake motions, Seismol. Bull., Centr. Meteor. Obs. of Japan, **1**, 92 (1923).
Byerly P., The Montana earthquake of June 28, 1925, Bull. Seismol. Soc. Amer., **16**, 209 (1926).
Whipple E. J. W., The great Siberian meteor and the waves, seismic and aerial, which it produced, Quart. J. R. Met. Soc., **56**, 287 (1930).
Bridgman P. W., Shearing phenomena at high-pressure of possible importance for geology, J. Geol., **44**, 653 (1936).
Kawasumi H., An historical sketch of the development of knowledge concerning the initial movement of an earthquake, Bur. Centr. Séism. Internat., **A15** (ii), 258 (1937).
Tsuboi C., Secular deformations of the base line rhombus at Mitaka in relation to seismic activities in its vicinity, Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo, **19**, 559 (1941).
Louderback G. D., Faults and earthquakes, Bull. Seismol. Soc. Amer., **32**, 305 (1942).
Wood H. O., Earthquakes in southern California with geologic relations, I and II, Bull. Seismol. Soc. Amer., **37**, 101, 217 (1947).
Byerly P., Evernden J. F., First motion in earthquakes recorded at Berkeley, Bull. Seismol. Soc. Amer., **40**, 291 (1950).
Wilson J. T., On the growth of continents, Proc. Roy. Soc. Tasm., 85 (1950).
Anderson E. M., The dynamics of faulting, 2nd ed., Edinburgh, Oliver and Boyd, 1951.
Hodgson J. H., Milne W. G., Direction of faulting in certain earthquakes of the North Pacific, Bull. Seismol. Soc. Amer., **41**, 221 (1951).

Honda H., Masatuka A., On the mechanisms of the earthquakes and the stresses producing them in Japan and its vicinity, Sci. Rep. Tôhoku Univ., 5th ser., 4, 42 (1952).

Bullen K. E., On strain energy and strength in the Earth's upper mantle, Trans. Amer. Geophys. Un., **34**, 107 (1953).

Benioff H., Orogenesis and deep crustal structure, Bull. Geol. Soc. Amer., **65**, 385 (1954).

Benioff H., Seismic evidence for crustal structure and tectonic activity, Spec. Pap. Geol. Soc. Amer., **62**, 61 (1955).

Bullen K. E., On the size of the strained region prior to an extreme earthquake, Bull. Seismol. Soc. Amer., **45**, 43 (1955).

Byerly P., Nature of faulting as deduced from seismograms, Spec. Pap. Geol. Soc. Amer., **62**, 75 (1955).

Scheidegger A. E., Forces in the Earth's crust, Encyclopedia of Physics, Bd. 47, Berlin, Springer-Verlag, 1956, S. 258.

Tsuboi C., Earthquake energy, earthquake volume, afterchock area, and strength of the Earth's crust, J. Phys. Earth, **4**, 63 (1956).

Hodgson J. H., Nature of faulting in large earthquakes, Bull. Geol. Soc. Amer., **68**, 611 (1957).

Кейлис-Борок В. И., The determination of earthquake mechanism using both longitudinal and transverse waves, Ann. Geofis., **10**, 105 (1957).

Hodgson J. H. (Ed.), The mechanics of faulting, with special reference to the fault-plane work (A symposium), Ottawa Dom. Obs. Publ., **20**, № 2 (1959).

Honda H., The mechanism of earthquakes, Sci. Per. Tôhoku Univ., 5th ser., **9**, Suppl. 1 (1959).

Scheidegger A. E., Statistical analysis of recent fault-plane solutions of earthquakes, Bull. Seismol. Soc. Amer., **49**, 337 (1959).

Aki K., Further study of the mechanisms of circum-Pacific earthquakes from Rayleigh waves, J. Geophys. Res., **65**, 4165 (1960).

Knopoff L., Gilbert F., First motions from seismic sources, Bull. Seismol. Soc. Amer., **50**, 117 (1960).

Балакина Л. М., Саваренский Е. Ф., Введенская А. В., On determination of earthquake mechanism, Phys. and. Chem. of the Earth (London, Pergamon Press), 4, 211 (1961).

Honda H., Earthquake mechanism and seismic waves, Geophys. Notes, Geophys. Inst., Tokyo, **15**, 1 (1962).

Scholte J. G. J., Ritsema A. R., The mechanism at the focus of an earthquake — Parts I, II and III, Bull. Seismol. Soc. Amer., **52**, 711 (1962).

Stauder W., *S*-wave studies of earthquakes of the North Pacific, Parts I and II. Kamchatka, Bull. Seismol. Soc. Amer., **52**, 527 (1962); **53**, 59 (1963).

Форшоки и т. д.; периодичности; предсказание (разд. 15.8 и 15.9)

Wood H. O., Gutenberg B., Earthquake prediction, Science, **82**, 219 (1935).
Macelwane J. B., Forecasting earthquakes, Bull. Seismol. Soc. Amer., **36**, 1 (1936).
Jeffreys H., Aftershocks and periodicity in earthquakes, Beitr. Geophys., **53**, 111 (1938).
Davison C., Studies on the periodicity of earthquakes, London, Murby, 1938. [Reviewed by R. Stoneley, Bull. Seismol. Soc. Amer., **29**, 559 (1939).]
Sassa K., Nishimura E., On phenomena forerunning earhquakes, Bur. Centr. Séism. Internat., **A19**, 277 (1956).
Båth M., Benioff H., Aftershock sequence of the Kamchatka earthquake of November 4, 1952, Bull. Seismol. Soc. Amer., **48**, 1 (1958).

Сейсмология и ядерные взрывы (разд. 16.1—16.4)

Gutenberg B., Interpretation of records obtained from the New Mexico atomic bomb test, Bull. Seismol. Soc. Amer., **36**, 327 (1946).
Gutenberg B., Richter C. F., Seismic waves from atomic bomb tests, Trans. Amer. Geophys. Un., **27**, 776 (1946).
Leet L., Earth motion from the atomic bomb test, Amer. Sci., **34**, 198 (1946).
Bullen K. E., The Bikini bomb and the seismology of the Pacific region, Nature, **161**, 62 (1948).
Gutenberg B., Travel times of longitudinal waves from surface foci, Proc. Nat. Acad. Sci., Wash., **39**, 849 (1953).
Burke-Gaffney T. N., Bullen K. E., Seismological and related aspects of the 1954 hydrogen bomb explosions, Aust. J. Phys., **10**, 130 (1957); **11**, 318 (1958).
Ritsema A. R., On the seismic records of nuclear test explosions, Madjalah Il mu Alam untuk Indonesia, **113**, 123 (1957).
Bullen K. E., Seismology in our atomic age, Compt. Rend. Intern. Ass. Seismol. Phys. Intern. Earth., **12**, 19 (1958).
Bolt B. A., Doyle H. A., Sutton D. J., Seismic observations from the 1946 atomic explosions in Australia, Geophys. J., R. Astr. Soc., **1**, 135 (1958).
Carder D. S., Bailey L. F., Seismic wave travel times from nuclear explosions, Bull. Seismol. Soc. Amer., 48, 377 (1958).
Labrouste I., Enregistrement séismique d'explosions nucléaires, Compt. Rend., **247**, 321 (1958).
Oliver J., Ewing M., Seismic surface waves at Palisades from explosions in Nevada and the Marshall Islands, Proc. Nat. Acad. Sci., Wash., **44**, 780 (1958).
Carder D. S., Cloud W. K., Surface waves from large underground explosions, J. Geophys. Res., **64**, 1471 (1959).

Grossling B. F., Seismic waves from the underground explosion in Nevada, Bull. Seismol. Soc. Amer., **49**, 11 (1959).

Johnson G. W., Higgins G. H., Violet C. E., Underground nuclear explosions, J. Geophys. Res., **64**, 1457 (1959).

Press F., Oliver J., Romney C., The need for fundamental research in seismology, Trans. Amer. Geophys. Un., **40**, 213 (1959).

Romney C., Amplitudes of seismic body waves from underground nuclear explosions, J. Geophys. Res., **64**, 1489 (1959).

Hunt J. N., Palmer R., Penney W., Atmospheric waves caused by large explosions, Phil. Trans., **A252**, 275 (1960).

Коган С. Д., Времена пробега продольных и поперечных волн, вычисленные по данным ядерных взрывов, произведенных в районе Маршалловых островов, Изв. АН СССР, серия геофиз., № 3, 371 (1960).

Oliver J., Pomeroy P., Ewing M., Long-period seismic waves from nuclear explosions and various environments, Science, **131**, 1804 (1960).

Ризниченко Ю. В., О сейсмических магнитудах при подземных ядерных взрывах, Труды Института физики Земли АН СССР, **15**, 182 (1960).

Rothé J.-P., La séismicité du globe, Nucleus (Paris), **6**, 1 (1960).

Willis D. E., Wilson J. T., Maximum vertical ground displacement of seismic waves generated by explosive blasts, Bull. Seismol. Soc. Amer., **50**, 455 (1960).

Griggs D. T., Press F., Probing the Earth with nuclear explosions, J. Geophys. Res., **66**, 237 (1961).

Коган С. Д., Travel times of body waves from a surface focus, Bur. Centr. Séism. Internat., **A21**, 15 (1961).

Latter A. L., Le Levier R. E., Martinelli E. A., McMillan W. G., Methode of concealing nuclear explosions, J. Geophys. Res., **66**, 943 (1961).

Caprenter E. E., Savill R. A., Wright J. K., The dependence of seismic signal amplitudes on the size of underground explosions, Geophys. J., R. Astr. Soc., **6**, 426 (1962).

Vesiac Report, Proceedings of colloquium on detection of underground nuclear explosions, Spec. pap., Univ. of Michigan (1962).

Thirlaway H. I. S., A summary of research in the United Kingdom on the detection of underground nuclear explosions, VESIAC Colloquium, 259 (1962).

Carder D. S. et al., The Gnome explosion, Bull. Seismol. Soc. Amer., **52**, 977 (1962).

Lehmann I., The travel times of the longitudinal waves of the Logan and Blanca atomic explosions, Bull. Seismol. Soc. Amer., **52**, 519 (1962).

Jeffreys H., Travel times from Pacific explosions, Geophys. J., R. Astr. Soc., **7**, 212 (1962).

Pomeroy P. W., Long period seismic waves from large, near-surface nuclear explosions, Bull. Seismol. Soc. Amer., **53**, 109 (1963).

Внеземная сейсмология (разд. 17.1—17.4)

J e f f r e y s H., The density distributions in the inner planets, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., 4, 62 (1937).
B u l l e n K. E., Origin of the Moon, Nature, **167**, 29 (1951).
B u l l e n K. E., L o w A. H., Planetary models of terrestrial type, Mon. Not. R. Astr. Soc., **112**, 637 (1952).
D a t t a A. N., On the energy required to form the Moon, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **6**, 535 (1954).
J e f f r e y s H., Dynamics of the Earth-Moon system, The Earth as a Planet, Chicago University Press, 1954, p. 42.
U r e y H. C., E l s a s s e r W. M., R o c h e s t e r M. G., Note on the internal structure of the Moon, Astrophys. J., **129**, 842 (1959).
B r o w n H., The density and mass distribution of meteoritic bodies in the neighbourhood of the Earth's orbit, J. Geophys. Res., **65**, 1679 (1960).
P r e s s F., B u w a l d a P., N e u g e b a u e r M., A lunar seismic experiment, J. Geophys. Res., **65**, 3097 (1960).
B o l t B. A., Theoretical phase velocites for a lunar experiment, J. Geophys. Res., **66**, 3513 (1961).
T a k e u c h i H., S a i t o M., K o b a y a s h i N., Free oscillations of the Moon, J. Geophys. Res., **66**, 3895 (1961).
U r e y H. C., K o p a l Z. (Ed.), The Moon, its physics and astronomy, London, Academic Press, 1961.
J o b e r t G., Nonhydrostatical stresses in a gravitating planet, J. Geophys. Res., **67**, 1579 (1962).
L e h n e r F. E. et al., A seismograph for lunar experiments, J. Geophys. Res., **67**, 4779 (1962).

Макросейсмические данные (разд. 18.1 и 18.2)

S i e b e r g A., Die Erdbeben; Erdbebengeographie, Handbuch der Geophysik, Berlin, Bd. 4, 1930, S. 527.
W o o d H. O., N e u m a n n F., Modified Mercalli intensity scale of 1931, Bull. Seismol. Soc. Amer., **21**, 277 (1931).
F r e e m a n J. R., Earthquake damage and earthquake insurance, New York, McGraw-Hill, 1932.
B e n i o f f H., The physical evaluation of seismic destructiveness, Bull. Seismol. Soc. Amer., **24**, 398 (1934).
S t e i n b r u g g e K. V., M o r a n D. F., An engineering study of the southern California earthquake of July 21, 1952, and its aftershocks, Bull. Seismol. Soc. Amer., 44, 201 (1954).
R i c h t e r C. F., Seismic regionalization, Bull. Seismol. Soc. Amer., 49, 123 (1959).
Р и з н и ч е н к о Ю. В., On quantitative determination and mapping of seismic activity, Ann. Geofis., **12**, 227 (1959).

Эффекты землетрясений на море (разд. 18.3 и 18.4)

Gutenberg B., Tsunamis and earthquakes, Bull. Seismol. Soc. Amer., **29**, 517 (1939).
Linehan D., Earthquakes in the West Indian region, Trans. Amer. Geophys. Un., **21**, 229 (1940).
Heck N. H., List of seismic sea waves, Bull. Seismol. Soc. Amer., **37**, 269 (1947).
Pekeris C. L., Theory of propagation of explosive sounds in shallow water, Geol. Soc. Amer. Mem., **27** (1948).
Worzel J. L., Ewing M., Explosive sounds in shallow water, Geol. Soc. Amer. Mem., **27** (1948).
Omer G. C., Hall H. H., The scattering of a tsunami by a cylindrical island, Bull. Seismol. Soc. Amer., **39**, 257 (1949).
Press F., Ewing M., Tolstoy I., The Airy phase of shallow-focus submarine earthquakes, Bull. Seismol. Soc. Amer., **40**, 111 (1950).
Byerly P., Herrick C., *T* phases from Hawaiian earthquakes, Bull. Seismol. Soc. Amer., **44**, 113 (1954).
Iida K., Earthquakes accompanied by tsunamis occuring under the sea off the islands of Japan, J. Earth Sci. Nagoya Univ., **4**, 1 (1956).
Galanopoulos A. G., Tsunamis observed on the coasts of Greece from antiqiuty to the present time, Ann. Geofis., **13**, 369 (1960).
Eaton J. P., Richter D. H., Ault W. U., The tsunami of May 23, 1960, on the Island of Hawaii, Bull. Seismol. Soc. Amer., **51**, 135 (1961).
Ewing J., Ewing M., A telemetering ocean-bottom seismograph, J. Geophys. Res., **66**, 3863 (1961).
Katô Y. et al., The Chile tsunami of 1960 observed along the coast of Japan, Sci. Rep. Tôhoku Univ., 5th ser., **13**, 107 (1961).
Nakamura K., Emura K., Maximum water height at bay head in case of tsunami invasion, Sci. Rep. Tôhoku Univ., 5th ser., **13**, 32 (1961).
I.A.S.P.I.E., Report on tsunami meetings, I.U.G.G. Chronicle, **41**, 2 (1962).

Микросейсмы (разд. 18.5)

Gherzi E., Étude sur les microséismes, Notes de Séismologie, Obs. de Zi-ka-wei, 5, 1 (1923); 8, 1 (1928).
Banerji S. K., Microseisms associated with disturbed weather in the Indian Seas, Phil. Trans., **A229**, 287 (1930).
Gutenberg B., Microseisms in North America, Bull. Seismol. Soc. Amer., **21**, 1 (1931).
Whipple F. J. W., Lee A. W., Notes on the theory of microseisms, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **3**, 287 (1935).
Lee A. W., On the direction of approach of microseismic waves, Proc. Roy. Soc., **A149**, 183 (1935).

Wadati K., Masuda K., On pulsatoric oscillations of the ground, Geophys. Mag., Tokyo, **9**, 299 (1935).
Sezawa K., Kanai K., Microseisms caused by transmission of atmospheric disturbances, Bull. Earthq. Res. Inst., Tokyo, **17**, 190 (1939).
Ramírez J. E., An experimental investigation of the nature and origin of microseisms at St Louis, Missouri, Bull. Seismol. Soc. Amer., **30**, 35, 139 (1940).
Bernard P., Étude sur l'agitation microséismique et ses variations, Ann. Inst. Phys. Globe Mét., **19**, 1 (1941).
Byerly P., Microseisms at Berkeley and surf on near-by coasts, Bull. Seismol. Soc. Amer., **32**, 277 (1942).
Miche M., Mouvements ondulatoires de la mer en profondeur constante ou decroissante, Ann. Ponts Chauss., **144**, 25, 131, 270, 396 (1944).
Deacon G. E. R., Relations between sea-waves and microseisms, Nature, **160**, 419 (1947).
California Institute of Technology, Seismological Laboratory (B. Gutenberg), Bibliography on microseisms, Contr. 523, Div. Geol. Sci., 1949.
Longuet-Higgins M. S., A theory of the origin of microseisms, Phil. Trans., **A243**, 1 (1950).
Båth M., The distribution of microseismic energy, with special reference to Scandinavia, Ark. Geofys., **1**, 359 (1951).
Caloi P., Sull'origine dei microsismi con particolare riguardo all'alto Adriatico, Ann. Geofis., **4**, 525 (1951).
Wilson J. T., Press F. (Ed.), Symposium on microseisms, U.S. Nat. Res. Council, Publ. 306, 1953.
Coulomb J., L'agitation microséismique, Encyclopedia of Physics, Bd. 47, Berlin, Springer-Verlag, S. 140.
Oliver J., Ewing M., Microseisms in the 11- to 18-second period range, Bull. Seismol. Soc. Amer., **47**, 111 (1957).
Mitra M., Rayleigh waves in a multi-layered medium with applications to microseisms, Mon. Not. R. Astr. Soc., Geophys. Suppl., **7**, 324 (1957).
Darbyshire J., Iyer H. M., Some recent developments in the study of microseisms in Great Britain and the United States, Geophys. J., R. Astr. Soc., **1**, 180 (1958).
Gutenberg B., Microseisms, Advanc. Geophys., **5**, 53 (1958).
Brune J. N., Oliver J., The seismic noise of the Earth's surface, Bull. Seismol. Soc. Amer., **49**, 349 (1959).
Carder D. S., Eppley R. A., The microseismic program of the U.S. Navy, a terminal report, U. S. Coast and Geod. Survey Publ., 1959, p. 1.
Hatherton T., Microseisms at Scott base, Geophys. J., R. Astr. Soc., **3**, 381 (1960).
Frantti G. E., Willis D. E., Wilson J. T., The spectrum of seismic noise, Bull. Seismol. Soc. Amer., **52**, 123 (1962).
Oliver J., A worldwide storm of microseisms with periods of about 27 seconds, Bull. Seismol. Soc. Amer., **52**, 507 (1962).

Сейсморазведка; толщина ледяного покрова (разд. 18.6)

S o r g e E., Die ersten Dickenmessungen des grönländischen Inlandeises, Zs. Geophys., **6**, 22 (1930).
E d g e A. B., L a b y T. H., The principles and practice of geophysical surveying, Cambridge University Press, 1931.
E w i n g M., C r a r y A. P., T h o r n e A. M., Propagation of elastic waves in ice, Parts I and II, Physics, **5**, 165, 181 (1934).
B u l l a r d E. C., G a s k e l l T. F., H a r l a n d W. B., K e r r-G r a n t C., Seismic investigations on the palaeozoic floor of East England, Phil. Trans., **A239**, 29 (1946).
R o t h é E., R o t h é J.-P., Prospection géophysique, Tome I, Paris, Gauthier-Villars, 1950.
P r e s s F., E w i n g M., Propagation of elastic waves in a floating ice sheet, Trans. Amer. Geophys. Un., **32**, 673 (1951).
D i x C. H., Seismic prospecting for oil, New York, Harper, 1952.
E w i n g W. M., P r e s s F., Seismic prospecting, Encyclopedia of Physics, Bd. 47, Berlin, Springer-Verlag, 1956, S. 153.
R o b i n G., Seismic shooting and related investigations, Scientific results, Vol. 5, Norwegian-British-Swedish Antarctic Expedition 1949—1952, 1958, p. 1.
H u n k i n s K., Seismic studies of sea ice, J. Geophys. Res., **65**, 3459 (1960).
W h i t e J. E., P r e s s F., Geophysical Research and progress in exploration, Geophysics, **25**, 168 (1960).
W i l l m o r e P. L., B a n c r o f t A. M., The time term approach to refraction seismology, Geophys. J., R. Astr. Soc., **3**, 419 (1960).
O l i v e r J., C r a r y A. P., C o t e l l R., Elastic waves in Arctic pack ice, Trans. Amer. Geophys. Un., **34**, 282 (1961).
H a t h e r t o n T., E v i s o n F. F., A special mechanism for some Antarctic earthquakes, N.Z. J. Geol. Geophys., **5**, 864 (1962).
B u l l e n K. E., G o o d s p e e d M. J., Seismic investigations of Antarctic structure, Annals of I.G.Y. (1963).
R o b i n G., Wave propagation through fields of pack ice, Phil. Trans., **A255**, 313 (1963).

Модельная сейсмология (разд. 18.7)

T e r a d a T., T s u b o i C., Experimental studies on elastic waves, Parts I and II. Bull. Earthq. Res. Inst., Tokyo, **3**, 55; **4**, 9 (1927).
K a u f m a n S., R o e v e r W. L., Laboratory studies of transient elastic waves, Proc. Third World Petrol. Congr. (The Hague), **1**, 537 (1951).
N o r t h w o o d T. D., A n d e r s o n D. V., Model seismology, Bull. Seismol. Soc. Amer., **43**, 239 (1953).
O l i v e r J., P r e s s F., E w i n g M., Two-dimensional model seismology, Geophysics, **19**, 202 (1954).

Katô Y., Takagi A., Model seismology, Parts I, II and III; Seismic model studies, Parts 1 and 2, Sci. Rep. Tôhoku Univ., 5th ser., 7, 35, 64, 180 (1955—1956).
Oliver J., Body waves in layered seismic models, Earthquake Notes, 27, 29 (1956).
Ризниченко Ю. В., Шамина О. Г., О многократных отраженных и проходящих волнах, Изв. АН СССР, серия геофиз., № 12, 1689 (1960).
Lavergne M., Recherches expérimentales sur modèles séismiques, problèmes de diffraction et de réfraction, Bur. Centr. Séism. Internat., A21, 99 (1961).
Ризниченко Ю. В. и др., Упругие волны с обобщенной скоростью в двумерных биморфных моделях, Изв. АН СССР, серия геофиз., № 4, 497 (1961).

Создание сейсмических сооружений (разд. 18.8)

Heck N. H., Neumann F., Destructive earthquake motions measured for first time, Engng News Rec., 110, 804 (1933).
Carder D. S., Vibration observations, Spec. Publ. U.S. Cost Geod. Surv., № 201, 49 (1936).
Sezawa K., Kanai K., Energy dissipation in seismic vibrations of an eight-storied structure, Bull. Earthq. Res. Inst., Tokyo, 14, 514 (1936).
Sezawa K., Kanai K., Model experiment confirmations of a dynamic method of minimising the seismic vibrations of a structure, Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo, 15, 598 (1937).
Kanai K., Three-dimensional vibrations of a framed structure, Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo, 16, 538 (1938).
Kanai K., Model experiments confirming the dissipation phenomena (scattering) in the seismic vibration of a structure, Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo, 17, 37 (1939).
Patterson W. D., Determination of ground periods, Bull. Seismol. Soc. Amer., 30, 129 (1940).
Housner G. W., Current practice in the design of structures to resist earthquakes, Bull. Seismol. Soc. Amer., 39, 169 (1949).
Housner G. W., Properties of strong ground motion earthquakes, Bull. Seismol. Soc. Amer., 45, 197 (1955).
Housner G. W., Behaviour of structures during earthquakes, Proc. Amer. Soc. Civ. Eng., 85, 107 (1959).
Hudson D. E., Some problems in the application of spectrum techniques to strong-motion earhquake analysis, Bull. Seismol. Soc. Amer., 52, 417 (1962).
Tanabashi R., Kobori T., Kaneta K., Nonlinear torsional vibration of structures due to an earthquake, Bull. Disaster Prev. Res. Inst., 56, 1 (1962).
Housner G. W. et al., An engineering report on the Chilean earthquakes of May 1960, Bull. Seismol. Soc. Amer., 53, 219 (1963).

ОГЛАВЛЕНИЕ